

Список индивидуальных лабораторных заданий

Лабораторное задание №1. Матрицы и определители матриц

Задание 1.1. Выполнить действия над матрицами (см. табл. 1).

Задание 1.2. Вычислить определитель $\Delta^{(4)}$ (см. табл. 2) четвёртого порядка:

1) путем понижения порядка (предварительно получив максимальное количество нулей в строке или столбце);

2) путем приведения определителя к треугольному виду.

Задание 1.3. Вычислить определитель $\Delta^{(4)}$ четвёртого порядка (см. табл. 2) ($\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ – параметры) путем понижения порядка, предварительно получив максимальное количество нулей в строке (столбце). Значения коэффициентов a, b, c, d соответствующего варианта студента берутся из табл. 4.

Таблица 1

Вар	Задание
1	Даны матрицы A, B, C : $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Вычислить матрицу $D = A \cdot B^T \cdot C^{-1}$;
2	Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$. Найти матрицу $D = A^{-1} \cdot B^T \cdot (C + E)$, где E – соответствующего размера единичная матрица;
3	Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$. Найти матрицу $C = A^{-1} \cdot B^T \cdot B^{-1}$. Показать, что $(AB)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$;
4	Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -3 \\ -4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$. Найти матрицу $C = B^{-1} \cdot (B^T - E) \cdot A$. Выяснить, справедливо ли равенство $(AB)^{-1} = A^{-1} \cdot B^{-1}$;
5	Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ a & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Найти общий вид матрицы $D = (A^{-1} \cdot B^T \cdot C)^{-1}$. Указать, при каком условии, наложенном на числа a, b , можно найти матрицу $D = (A^{-1} \cdot B^T \cdot C)^{-1}$;

6	<p>Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$. Найти, если возможно, матрицу $C = (A \cdot A^T)^{-1} + B \cdot B^T$. Выяснить, выполняется ли матричное равенство $(A \cdot A^T)^{-1} = (A^T)^{-1} A^{-1}$;</p>
7	<p>Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Найти матрицы: 1) A^{-1} (сделать проверку); 2) $D = A^T \cdot B \cdot (2C + E)$. 3) Выяснить, существуют ли матрицы $(B \cdot B^T)^{-1}$, $(C \cdot C^T)^{-1}$. Если да, то найти их. Сделать проверку.</p>
8	<p>Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Найти матрицы: 1) A^{-1} (сделать проверку); 2) $D = A^T \cdot B \cdot (E - 2C)$. 3) Выяснить, существуют ли матрицы $(B^T \cdot B)^{-1}$, $(C \cdot C^T)^{-1}$. Если да, то найти их. Сделать проверку;</p>
9	<p>Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Найти матрицы: 1) $(A + E)^{-1}$ (сделать проверку); 2) $D = (A + E)^{-1} \cdot B \cdot (E - C)$. 3) Выяснить, существуют ли матрицы $(B^T \cdot B)^{-1}$, $(C \cdot C^T)^{-1}$. Если да, то найти их. Сделать проверку;</p>
10	<p>Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Найти матрицы: 1) $(A + E)^{-1}$ (сделать проверку); 2) $D = (A + E)^{-1} \cdot B \cdot (E - C)$. 3) Выяснить, существуют ли матрицы $(B^T \cdot B)^{-1}$, $(C \cdot C^T)^{-1}$. Если да, то найти их. Сделать проверку;</p>
11	<p>Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Найти матрицу $C = B^{-1} \cdot (B^T + E) \cdot A$. Выяснить, справедливо ли матричное равенство $(AB)^{-1} = A^{-1} \cdot B^{-1}$;</p>
12	<p>Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$. Вычислить матрицу $D = (A + E) \cdot B \cdot (C - E)^{-1}$;</p>

13	<p>Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$. Найти матрицы: 1) $(A + E)^{-1}$ (сделать проверку); 2) $D = (A + E)^{-1} \cdot B \cdot (E - C)$. 3) Выяснить, существуют ли матрицы $(B^T \cdot B)^{-1}$, $(C \cdot C^T)^{-1}$. Если да, то найти их. Сделать проверку;</p>
14	<p>Даны матрицы A, B, C: $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Вычислить матрицу $D = A^{-1} \cdot (-B^T) \cdot C^{-1}$;</p>
15	<p>Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$. Найти матрицы: 1) $(A + E)^{-1}$ (сделать проверку); 2) $D = (A - E)^{-1} \cdot B \cdot (E - C)$. 3) Выяснить, существуют ли матрицы $(B^T \cdot B)^{-1}$, $(C \cdot C^T)^{-1}$. Если да, то найти их. Сделать проверку;</p>
16	<p>Найти значение многочлена $f(x) = x^2 - 2x$ от матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & -2 & 1 \end{pmatrix}^{-1}$</p>
17	<p>Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$. Найти матрицу $D = A^{-1} \cdot B^T \cdot (C - E)^{-1}$, E – соответствующего размера единичная матрица;</p>
18	<p>Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$. Найти матрицу $D = (2A^{-1} - B) \cdot C$. Проверить, выполняется ли для данных матриц A, B матричное равенство $(A + B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$;</p>
19	<p>Найти значение многочлена $f(x) = x^2 - 3x + 1$ от матрицы A (вычислить $f(A) = A^2 - 3A + E$): 1) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; 2) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$;</p>
20	<p>Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. Найти матрицу $D = (A + E)^{-1} \cdot B \cdot (E + C)$. Выяснить, существуют ли матрицы $(B^T \cdot B)^{-1}$,</p>

	$(C \cdot C^T)^{-1}$. Если да, то найти их. Сделать проверку;
21	Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Найти матрицы $D_1 = (B \cdot B^T)^{-1}$, $D_2 = B \cdot (A - E)$, $D_3 = A \cdot A^T$;
22	Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & 1 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Найти матрицы: 1) B^{-1} (сделать проверку); 2) $D = A^T \cdot B \cdot (C^T + E)$ (E – соответствующего размера единичная матрица);
23	Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}$. Найти матрицу $D = (A^{-1} + B) \cdot (C \cdot C^T)^{-1}$;
24	Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$. Найти матрицу $D = (2A^{-1} - B) \cdot (C \cdot C^T)^{-1}$;
25	Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$. Найти матрицы $D_1 = A \cdot A^T - 2B^{-1}$, $D_2 = C \cdot A^T$;
26	Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Найти матрицу $D = (A^{-1} \cdot A^T) \cdot (B + 2C)$;
27	Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} -1/2 & 3/2 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. Вычислить матрицу $D = 2A \cdot B \cdot (C - E)^{-1}$;
28	Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $C = (2 \ 3 \ 4)$. Найти матрицы: 1) B^{-1} (сделать проверку); 2) $D = A \cdot B \cdot C^T$. 3) Выяснить, существует ли матрица $(C \cdot C^T)^{-1}$. Если да, то найти ее;
29	Даны матрицы A, B, C : $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Вычислить матрицу $D = A \cdot B^T \cdot C^{-1}$;

30	Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. Найти матрицу $D = A^{-1} \cdot B^T \cdot (C - 2E)$;
-----------	---

Таблица 2

Вар	Определитель	Вар	Определитель	Вар	Определитель
1	$\begin{vmatrix} 8 & 7 & 2 & 0 \\ -8 & 2 & 4 & 3 \\ 5 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 7 & 2 & -2 \end{vmatrix}$	2	$\begin{vmatrix} 2 & 3 & -3 & 4 \\ 2 & 4 & -2 & -2 \\ 3 & 1 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 4 & 1 \end{vmatrix}$	3	$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & -3 \\ -1 & 0 & 5 & 2 \\ -2 & -5 & 0 & 4 \\ 3 & -2 & -4 & 0 \end{vmatrix}$
4	$\begin{vmatrix} 3 & 4 & 3 & 6 \\ 9 & 8 & 5 & 9 \\ 3 & 7 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$	5	$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & -3 \\ 5 & 7 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 5 & -2 \\ -1 & -3 & -2 & 1 \end{vmatrix}$	6	$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 8 \\ 1 & -3 & 9 & -27 \\ 1 & 4 & 16 & 64 \\ 1 & -2 & 4 & -8 \end{vmatrix}$
7	$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{vmatrix}$	8	$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 3 & 2 \\ 4 & 3 & 4 & 1 \end{vmatrix}$	9	$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 3 \\ 6 & -3 & -4 & 2 \\ 4 & 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$
10	$\begin{vmatrix} -3 & 0 & 3 & 9 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 2 & -3 \end{vmatrix}$	11	$\begin{vmatrix} -1 & -2 & -3 & -4 \\ 4 & 5 & 6 & -2 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \end{vmatrix}$	12	$\begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 3 & 3 \\ 5 & -5 & -3 & 7 \end{vmatrix}$
13	$\begin{vmatrix} 2 & 3 & -3 & 4 \\ 2 & 4 & -2 & -2 \\ 3 & 1 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 4 & 1 \end{vmatrix}$	14	$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & -3 \\ 2 & 5 & 6 & -4 \\ 4 & 5 & -2 & 3 \\ 3 & 8 & 24 & -19 \end{vmatrix}$	15	$\begin{vmatrix} 2 & 7 & 4 & 5 \\ 4 & 4 & 8 & 5 \\ 1 & -9 & -3 & -5 \\ 3 & 5 & 7 & 5 \end{vmatrix}$
16	$\begin{vmatrix} 5 & 3 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 7 \\ 2 & 2 & 3 & -3 \end{vmatrix}$	17	$\begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \\ 3 & 5 & -2 & 3 \\ 2 & 8 & -3 & 9 \end{vmatrix}$	18	$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 3 & -1 & -5 & 9 \\ 7 & 3 & 5 & 1 \\ 7 & 5 & 3 & 1 \end{vmatrix}$
19	$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & 2 \\ 6 & -2 & 2 & 4 \\ 6 & -3 & 4 & 8 \\ 4 & -9 & 1 & 1 \end{vmatrix}$	20	$\begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & -2 \\ 1 & -3 & 3 & 5 \end{vmatrix}$	21	$\begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 3 & 3 \\ 5 & 5 & 6 & 7 \end{vmatrix}$

22	$\begin{vmatrix} 2 & 7 & 4 & 5 \\ 4 & 4 & 8 & 5 \\ 1 & -9 & -3 & -5 \\ 3 & 5 & 7 & 5 \end{vmatrix}$	23	$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & 2 \\ 4 & 4 & 0 & 8 \\ 2 & -3 & 4 & 3 \\ -3 & -1 & 7 & 3 \end{vmatrix}$	24	$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 9 \\ 3 & -1 & 2 & 6 \\ -7 & 1 & -3 & -15 \end{vmatrix}$
25	$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & -3 \\ 2 & 5 & 6 & -4 \\ 4 & 5 & -2 & 3 \\ 3 & 8 & 24 & -19 \end{vmatrix}$	26	$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 9 & 16 \\ 1 & 8 & 27 & 64 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \end{vmatrix}$	27	$\begin{vmatrix} -1 & -2 & 3 & 4 \\ -1 & 4 & 9 & 16 \\ -2 & 8 & 27 & 64 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \end{vmatrix}$
28	$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & -2 \\ -3 & 4 & 2 & 6 \\ -3 & 12 & 0 & 4 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \end{vmatrix}$	29	$\begin{vmatrix} 2 & 3 & -3 & 4 \\ 2 & 4 & -2 & -2 \\ 3 & 1 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 4 & 1 \end{vmatrix}$	30	$\begin{vmatrix} 2 & 0 & -3 & 4 \\ 4 & -4 & 2 & 3 \\ 1 & -9 & -3 & -5 \\ 7 & 1 & 7 & 11 \end{vmatrix}$

Таблица 3

Вар	Определитель $\Delta^{(4)}$	Вар	Определитель $\Delta^{(4)}$
1–7	$\Delta^{(4)} = \begin{vmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 \\ 2 & a & b & c \\ b & 2c & a+b & -a \\ -d & -a & c+b & 0 \end{vmatrix}$	8–14	$\Delta^{(4)} = \begin{vmatrix} a+b & b+c & c+d & a+d \\ 1 & -a & -b & -c \\ -b & 2 & b-c & a-d \\ \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 \end{vmatrix}$
15–22	$\Delta^{(4)} = \begin{vmatrix} a-b & 1 & 2c & \alpha_1 \\ b-c & -a & 3b & \alpha_2 \\ c-d & -b & 2a & \alpha_3 \\ d-a & -c & 0 & \alpha_4 \end{vmatrix}$	23–30	$\Delta^{(4)} = \begin{vmatrix} d & \alpha_1 & 0 & a^2 \\ c & \alpha_2 & 1 & b^2 \\ b & \alpha_3 & 2 & c^2 \\ a & \alpha_4 & 4 & d^2 \end{vmatrix}$

Таблица 4

Вар	a	b	c	d	Вар	a	b	c	d
1	2	2	3	4	16	3	4	4	2
2	2	4	3	1	17	3	2	4	1
3	3	2	1	4	18	2	3	4	3
4	4	1	2	3	19	4	4	2	1
5	2	4	1	3	20	2	2	4	3
6	2	1	3	2	21	2	2	3	4
7	1	3	4	2	22	4	2	2	2
8	2	3	1	2	23	1	4	3	2
9	2	3	1	4	24	4	1	2	3
10	3	2	1	4	25	2	4	2	2
11	2	3	1	3	26	3	4	3	2

12	1	3	3	4	27	1	2	4	4
13	3	4	3	2	28	1	3	4	3
14	2	2	3	4	29	2	3	3	4
15	3	3	2	3	30	2	3	4	2

Лабораторное задание №2. Нахождение обратной матрицы

Задание 2.1. Выяснить, является ли матрица A (см. табл. 5) неособенной матрицей. В случае, если она является неособенной, найти для нее обратную матрицу при помощи элементарных преобразований. Сделать проверку.

Задание 2.2. Вычислить обратную матрицу для матрицы из задания 2.1 при помощи разбиения ее на блоки. Сравнить с результатом задания 2.1.

Таблица 5

Вар	Матрица A	Вар	Матрица A
1	$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 3 & -1 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & 5 & 1 \end{pmatrix}$	2	$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 2 & 3 \\ 1 & 10 & 3 & 6 \\ 6 & 10 & 1 & 4 \end{pmatrix}$
3	$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 \\ 2 & -1 & -2 & -3 \\ 3 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & -3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	4	$A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 3 & 7 \\ 2 & -1 & 2 & -3 \\ -5 & 4 & -1 & 2 \end{pmatrix}$
5	$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & -1 & -1,5 \end{pmatrix}$	6	$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & -2 \\ 3 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$
7	$A = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & -1 & 6 \\ 1 & 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$	8	$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & -3 & -1 \end{pmatrix}$
9	$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ -1 & -3 & 3 & -1 \\ 0 & 4 & -10 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$	10	$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -3 & 0 \\ 0 & 4 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 5 \end{pmatrix}$

11	$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & -3 \\ 1 & -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$	12	$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & -3 & 3 & -1 \\ 1 & 3 & -8 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$
13	$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$	14	$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$
15	$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 24 \\ 0 & 1 & 5 & 6 \\ -3 & 4 & 10 & 6 \\ 0 & -6 & 0 & -6 \end{pmatrix}$	16	$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$
17	$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$	18	$A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & 1 & -3 \\ 4 & 3 & 2 & -4 \end{pmatrix}$
19	$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & -1 & -1 & -2 \\ 2 & 3 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}$	20	$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 \\ 2 & -1 & -2 & -3 \\ 3 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & -3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$
21	$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	22	$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 & 0 \\ 2 & 5 & 1 & 2 \\ 0 & 6 & 4 & 1 \\ 6 & -1 & -1 & 5 \end{pmatrix}$
23	$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -2 & -6 \\ 1 & -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$	24	$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & -3 & 2 \\ 0 & -4 & 5 & -2 \\ 1 & 3 & -8 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$
25	$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 & 0 \\ 1 & 5 & 1 & 2 \\ 3 & 6 & 4 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & 5 \end{pmatrix}$	26	$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 5 \\ -1 & -3 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

27	$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 2 \\ 3 & -1 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$	28	$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$
29	$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 & -3 \\ 3 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & -2 & 5 \end{pmatrix}$	30	$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 4 \\ -1 & 0 & 3 & -2 \\ 2 & 1 & 2 & -3 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

Лабораторное задание №3.

Решение систем линейных алгебраических уравнений. Исследование систем линейных алгебраических уравнений с параметром на совместность

Задание 3.1. Решить СЛАУ (см. табл. 6) двумя способами (матричным и по формулам Крамера). Сделать проверку решения.

Задание 3.2. Решить СЛАУ (см. табл. 7) методом Гаусса. Сделать проверку решения.

Задание 3.3. Исследовать СЛАУ (см. табл. 8) с параметром λ (СЛАУ задана в виде своей расширенной матрицы $(A(\lambda)|b(\lambda))$) и решить ее в каждом случае.

Выполнить проверку решения в каждом из случаев.

Таблица 6

Вар	СЛАУ	Вар	СЛАУ	Вар	СЛАУ
1	$\begin{cases} x + 5y + 5z = 9 \\ x + 5y + z + 0 = 0 \\ 3x + 4y + 2z = 8 \end{cases}$	2	$\begin{cases} x + 9y - 4z = 9 \\ 2x + 5y - 3z = 4 \\ 5x + 6y - 2z = 18 \end{cases}$	3	$\begin{cases} x + y - z = -2 \\ 2x - 4y + z = -4 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$
4	$\begin{cases} x + y - 2z = 6 \\ 2x + 3y - 7z = 16 \\ 5x + 2y + z = 16 \end{cases}$	5	$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + 3z = 16 \\ 5y - z = 10 \end{cases}$	6	$\begin{cases} 7x + 2y + 2z = 15 \\ 5x - 2y + 2z = 15 \\ 10x - 11y + 5z = 36 \end{cases}$
7	$\begin{cases} x - 3y + z = 2 \\ 2x + y + 3z = 3 \\ 2x - y - 2z = 8 \end{cases}$	8	$\begin{cases} 2x - 2y + z = 1 \\ 4x - 5y + z = 0 \\ -9x + y - 2z = -10 \end{cases}$	9	$\begin{cases} 2x - y + 5z = 6 \\ x + 2y + 3z = 6 \\ x + 3y - 2z = 2 \end{cases}$
10	$\begin{cases} x + 3y = 7 \\ 2x + y - z = 1 \\ 4x - 3y - 2z = -8 \end{cases}$	11	$\begin{cases} x + 2y - 4z = 0 \\ 3x + y - 3z = -1 \\ 2x - y + 5z = 3 \end{cases}$	12	$\begin{cases} 2x - 3y + z = 3 \\ x + y - 2z = 4 \\ 3x - 2y + 6z = 0 \end{cases}$
13	$\begin{cases} x + y - 2z = 1 \\ 2x + 3y + z = 0 \\ x - 2y - z = 7 \end{cases}$	14	$\begin{cases} 3x + 2y - z = 3 \\ x - y + 2z = -4 \\ 2x + 2y + z = 4 \end{cases}$	15	$\begin{cases} 2x - 3y + 3z = 0 \\ x + y - 2z = -7 \\ x - 2y + 3z = 3 \end{cases}$

16	$\begin{cases} x + 5y - z = -1 \\ 2x + y - 2z = 7 \\ x - 4y - z = 0 \end{cases}$	17	$\begin{cases} 3x - 2y + 2z = 3 \\ 2x + y - z = -5 \\ 5x - y + 3z = 4 \end{cases}$	18	$\begin{cases} 2x + 3y - z = 2 \\ x + 2y + 3z = 0 \\ x - y - 2z = 6 \end{cases}$
19	$\begin{cases} 3x + y + 2z = -4 \\ x - 2y - z = -1 \\ 2x + 3y + 2z = 0 \end{cases}$	20	$\begin{cases} 2x - 3y - 5z = 1 \\ 3x + y - 2z = -4 \\ x - 2y + z = 5 \end{cases}$	21	$\begin{cases} 3x + y - 2z = 1 \\ x - 2y + 3z = 5 \\ 2x + 3y - z = -4 \end{cases}$
22	$\begin{cases} 2x - y + 3z = 3 \\ x + 2y + z = 2 \\ x - 3y + 4z = -1 \end{cases}$	23	$\begin{cases} x - 2y + z = 4 \\ 2x + y + 3z = 5 \\ 3x + 4y + z = -2 \end{cases}$	24	$\begin{cases} 2x - y + 3z = 1 \\ x + 2y + z = 8 \\ 4x - 3y - 2z = -1 \end{cases}$
25	$\begin{cases} 3x + 3y + 2z = -1 \\ 2x + y - z = 3 \\ x - 2y - 3z = 4 \end{cases}$	26	$\begin{cases} 5x - 2y + z = -1 \\ 2x + y + 2z = 6 \\ x - 3y - z = -5 \end{cases}$	27	$\begin{cases} 4x + 3y - 2z = -1 \\ 3x + y + z = 3 \\ x - 2y - 3z = 8 \end{cases}$
28	$\begin{cases} 2x + 3y - z = 2 \\ x - y + 3z = -4 \\ 3x + 5y + z = 4 \end{cases}$	29	$\begin{cases} x - 3y + z = 2 \\ 2x + y + 3z = 3 \\ 2x - y - 2z = 8 \end{cases}$	30	$\begin{cases} 2x - 3y - 5z = 1 \\ 3x + y - 2z = -4 \\ x - 2y + z = 5 \end{cases}$

Таблица 7

Вар	СЛАУ	Вар	СЛАУ
1	$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4 \end{cases}$	2	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8 \end{cases}$
3	$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = -1 \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 - x_4 = -3 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \\ -x_1 - 3x_2 + x_3 + 4x_4 = 1 \\ 3x_1 - 4x_2 - 3x_4 = -4 \end{cases}$	4	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 5 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 + x_4 = -1 \\ -3x_1 + x_2 - x_3 + 4x_4 = -4 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 6 \\ 5x_1 - 2x_2 + 4x_3 - 5x_4 = 9 \end{cases}$
5	$\begin{cases} x_2 - 3x_3 + 4x_4 = -5 \\ x_1 - 2x_3 + 3x_4 = -4 \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_4 = 12 \\ 4x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 5 \end{cases}$	6	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 1 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -5 \end{cases}$

7	$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 12 \\ 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 + x_4 = 0 \\ 5x_1 + 7x_2 + x_3 + 3x_4 = 4 \\ 7x_1 + x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 16 \end{cases}$	8	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 5x_3 + x_4 = 8 \\ x_1 - 3x_2 - 6x_4 = 9 \\ 2x_2 - x_3 + 2x_4 = -5 \\ x_1 + 4x_2 - 7x_3 + 6x_4 = 0 \end{cases}$
9	$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 20 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 9 \\ 5x_1 - 7x_2 + 10x_4 = -9 \\ 3x_2 - 5x_3 = 1 \end{cases}$	10	$\begin{cases} 4x_1 + x_2 - x_4 = -9 \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -7 \\ 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 12 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases}$
11	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4 \\ 3x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 6 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 6 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 6 \end{cases}$	12	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 8 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = -1 \\ x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 10 \end{cases}$
13	$\begin{cases} -x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = -3 \\ 5x_1 - 6x_2 - x_3 - x_4 = -7 \\ -x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 = 7 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 4x_4 = -4 \\ 3x_1 - 4x_2 - x_3 + 3x_4 = -5 \end{cases}$	14	$\begin{cases} 5x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \\ -2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = -5 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ -3x_1 - x_2 + x_3 + 4x_4 = 5 \\ -x_1 - 4x_2 - 3x_4 = -3 \end{cases}$
15	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_4 = 2 \\ 3x_1 - x_3 + x_4 = -3 \\ 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 5x_4 = -6 \end{cases}$	16	$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ x_2 - 2x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 - x_2 - x_4 = -1 \\ -x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$
17	$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + x_3 - 4x_4 = 3 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_3 + x_4 = -3 \\ 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 5x_4 = -6 \end{cases}$	18	$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = -8 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 - 2x_4 = -7 \\ -3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 3 \\ -4x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ x_2 - 4x_2 - x_4 = -10 \end{cases}$
19	$\begin{cases} 2x_1 + x_3 + 4x_4 = 9 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 8 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = -1 \end{cases}$	20	$\begin{cases} 2x_1 - 6x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 12 \\ 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 + x_4 = 0 \\ 5x_1 + 7x_2 + x_3 + 3x_4 = 4 \end{cases}$

21	$\begin{cases} x_1 + 5x_2 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 6 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 6 \end{cases}$	22	$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = -1 \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 - x_4 = -3 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \\ -x_1 - 3x_2 + x_3 + 4x_4 = 1 \\ 3x_1 - 4x_2 - 3x_4 = -4 \end{cases}$
23	$\begin{cases} x_1 - 4x_2 - x_4 = 2 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4 \end{cases}$	24	$\begin{cases} 5x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 = -4 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4 \end{cases}$
25	$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + x_3 - 4x_4 = 3 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_3 + x_4 = -3 \\ 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 5x_4 = -6 \end{cases}$	26	$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 = -2 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4 \\ 8x_1 - 4x_2 + 4x_3 - x_4 = 8 \\ 3x_1 + 5x_3 - 5x_4 = -2 \end{cases}$
27	$\begin{cases} 2x_1 - x_3 - 2x_4 = -1 \\ x_2 + 2x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 - x_2 - x_4 = -1 \\ -x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$	28	$\begin{cases} -x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 1 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -5 \end{cases}$
29	$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 - 7x_3 + 3x_4 = 1 \\ x_2 - 3x_3 + 4x_4 = -5 \\ x_1 - 2x_3 + 3x_4 = -4 \\ 4x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 5 \end{cases}$	30	$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_3 - 2x_4 = 1 \\ x_1 - x_2 - x_4 = -1 \\ -x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$

Таблица 8

Вар	СЛАУ	Вар	СЛАУ
1	$\left(\begin{array}{ccc c} \lambda & 3 & -4 & 2 \\ 5 & \lambda+2 & 1 & -7 \\ 12 & 11 & -2 & -12 \end{array} \right)$	2	$\left(\begin{array}{ccc c} \lambda+3 & 2 & 5 & 0 \\ 2 & -7 & 4 & 2 \\ 6 & 12\lambda & 13 & 4 \end{array} \right)$
3	$\left(\begin{array}{ccc c} 2 & \lambda+5 & -1 & -4 \\ \lambda+3 & -4 & 2 & 3 \\ 11 & -7 & 5 & 5 \end{array} \right)$	4	$\left(\begin{array}{ccc c} 7 & 5 & 1-\lambda & 3 \\ 2 & 2\lambda+1 & 3 & -2 \\ 11 & 27 & 5 & -1 \end{array} \right)$

5	$\left(\begin{array}{ccc c} 2 & -3 & 2\lambda & 10 \\ 5 & \lambda+2 & 3 & -7 \\ 12 & 7 & 0 & -4 \end{array}\right)$	6	$\left(\begin{array}{ccc c} 5 & -\lambda-3 & -1 & 1 \\ \lambda-2 & 4 & 2 & -3 \\ 12 & -2 & -1 & 0 \end{array}\right)$
7	$\left(\begin{array}{ccc c} \lambda+1 & -7 & 5 & -2 \\ \lambda & 2\lambda-3 & 1 & 1 \\ 7 & 23 & -11 & 3 \end{array}\right)$	8	$\left(\begin{array}{ccc c} 3 & 2 & \lambda-3 & 4 \\ 2 & -2\lambda-1 & 2 & -1 \\ 11 & -1 & 2 & 11 \end{array}\right)$
9	$\left(\begin{array}{ccc c} 2\lambda+1 & 1 & -2 & 1 \\ 5 & \lambda-2 & 1 & 4 \\ 26 & 4 & -5 & 7 \end{array}\right)$	10	$\left(\begin{array}{ccc c} \lambda+1 & 1 & -4 & 2 \\ 2 & -\lambda-2 & 5 & -3 \\ 5 & 1 & 11 & -7 \end{array}\right)$
11	$\left(\begin{array}{ccc c} 2+\lambda & -2 & 3 & 4 \\ 3 & \lambda+3 & -1 & 5 \\ 6 & -4 & 8 & 7 \end{array}\right)$	12	$\left(\begin{array}{ccc c} 2 & -3 & \lambda+1 & 3 \\ 5 & \lambda-2 & 3 & -1 \\ 11 & -8 & 15 & 8 \end{array}\right)$
13	$\left(\begin{array}{ccc c} 1 & 4 & \lambda-1 & 8 \\ 5 & \lambda+3 & 3 & -2 \\ 9 & 21 & 7 & 30 \end{array}\right)$	14	$\left(\begin{array}{ccc c} 4 & \lambda+1 & \lambda & 6 \\ \lambda-2 & 5 & -3 & -2 \\ 14 & 20 & 9 & 16 \end{array}\right)$
15	$\left(\begin{array}{ccc c} \lambda+7 & \lambda & 2 & 4 \\ \lambda-1 & 5 & -7 & -8 \\ 32 & 14 & -1 & 4 \end{array}\right)$	16	$\left(\begin{array}{ccc c} 1 & \lambda+2 & 1 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 0 \\ -3\lambda & 4 & -5\lambda & 4 \end{array}\right)$
17	$\left(\begin{array}{ccc c} 5 & \lambda+2 & -1 & 0 \\ \lambda-1 & \lambda & 5 & 3 \\ 8 & 10 & 14 & 9 \end{array}\right)$	18	$\left(\begin{array}{ccc c} \lambda+4 & \lambda+1 & 3 & 1 \\ \lambda-3 & 2 & -5 & 4 \\ 23 & 16 & 1 & 7 \end{array}\right)$
19	$\left(\begin{array}{ccc c} \lambda+1 & -7 & 5 & -2 \\ \lambda & 2\lambda-3 & 1 & 1 \\ 7 & 23 & -11 & 3 \end{array}\right)$	20	$\left(\begin{array}{ccc c} 5 & 2 & -1 & \lambda \\ \lambda-1 & \lambda & 5 & 3 \\ 3\lambda-6 & -2 & 6-2\lambda & 3 \end{array}\right)$
21	$\left(\begin{array}{ccc c} 1 & \lambda+4 & 5 & 7 \\ \lambda+2 & \lambda+3 & -5 & 4 \\ 7 & 23 & 10 & 25 \end{array}\right)$	22	$\left(\begin{array}{ccc c} \lambda+1 & 2 & -3 & 4 \\ 2 & \lambda-2 & 1 & 6 \\ 11 & 6 & -8 & 18 \end{array}\right)$
23	$\left(\begin{array}{ccc c} 2 & 5\lambda & -2 & 7 \\ \lambda+1 & 3 & 3 & 4 \\ 5 & -27 & -3 & 25 \end{array}\right)$	24	$\left(\begin{array}{ccc c} \lambda+1 & 2 & -5 & 2 \\ 3 & \lambda-2 & 4 & 7 \\ 25 & 12 & -6 & 11 \end{array}\right)$

25	$\left(\begin{array}{ccc c} 4 & -\lambda - 2 & 6 & -7 \\ \lambda + 1 & 2 & -5 & 3 \\ 14 & -12 & 7 & -11 \end{array} \right)$	26	$\left(\begin{array}{ccc c} 3 & \lambda + 3 & 1 & -4 \\ \lambda - 1 & 5 & -7 & 3 \\ 8 & 17 & -5 & -5 \end{array} \right)$
27	$\left(\begin{array}{ccc c} 1 & \lambda + 2 & 3 - \lambda & 4 \\ 3 & \lambda + 4 & 5 & -1 \\ 7 & 31 & 6 & 2 \end{array} \right)$	28	$\left(\begin{array}{ccc c} 4 & \lambda + 2 & 5 & 2 \\ \lambda + 1 & 3 & -4 & 5 \\ 16 & 18 & 11 & 11 \end{array} \right)$
29	$\left(\begin{array}{ccc c} \lambda + 1 & -7 & 5 & -2 \\ \lambda & 2\lambda - 3 & 1 & 1 \\ 7 & 23 & -11 & 3 \end{array} \right)$	30	$\left(\begin{array}{ccc c} 5 & \lambda + 2 & -1 & 0 \\ \lambda - 1 & \lambda & 5 & 3 \\ 8 & 10 & 14 & 9 \end{array} \right)$

Лабораторное задание №4.

Нахождение общих решений неоднородных и однородных систем линейных алгебраических уравнений

Задание 4.1. Исследовать неоднородную **СЛАУ** (см. табл. 9) на совместность и определенность. В случае совместности найти общее решение системы.

Задание 4.2. Найти общее решение и фундаментальную систему решений (ФСР) для системы (см. табл. 10).

Таблица 9

Вар	СЛАУ	Вар	СЛАУ
1	$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 + x_5 = 1, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 + x_4 + 3x_5 = 4, \\ x_1 + 5x_2 - 9x_3 - 8x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$	2	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = -4, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 - x_4 + x_6 = 2, \\ 4x_1 - 4x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 + x_6 = 1. \end{cases}$
3	$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = -3, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 8, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6, \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 3. \end{cases}$	4	$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 + 2x_5 = -1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 2, \\ -2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 + 3x_5 = 4, \\ 2x_1 + 6x_2 - 2x_3 + x_4 + 4x_5 = 5. \end{cases}$
5	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 3, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 - x_5 = 4, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 - x_6 = -2, \\ 4x_1 + x_2 + x_3 + 5x_4 - x_5 - x_6 = 5. \end{cases}$	6	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_5 = -3, \\ 3x_1 - 2x_3 + x_4 + x_5 = -1, \\ -2x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 - 2x_5 = 4, \\ 2x_1 - 6x_2 + 6x_3 - 4x_4 - 3x_5 = -11, \\ -3x_1 - x_2 + 11x_3 - x_4 - 9x_5 = -5. \end{cases}$

7	$\begin{cases} 4x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 3, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 2, \\ 2x_1 + 5x_2 - x_4 = -1, \\ 3x_1 + 3x_2 - x_3 - 3x_4 = 1. \end{cases}$	8	$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 3x_4 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 - 2x_5 = 0, \\ -x_1 + 6x_2 - 9x_3 + 7x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$
9	$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 + x_5 = 1, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 + x_4 + 3x_5 = 4, \\ x_1 + 5x_2 - 9x_3 - 8x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$	10	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 + x_5 = 3, \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = -1, \\ 5x_1 - 6x_2 + 4x_3 - x_4 + x_5 = 5. \end{cases}$
11	$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 9x_4 - 7x_5 = 5, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_4 + x_5 = 1, \\ 4x_1 + x_2 + 3x_3 - 6x_4 - 5x_5 = 4, \\ 7x_1 - 8x_2 + 2x_3 + 9x_4 + x_5 = 7, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - x_5 = 2. \end{cases}$	12	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 + 3x_5 = 1, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = -2, \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = -5, \\ -x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 + 2x_5 = 2, \\ 9x_1 + 4x_2 - 4x_3 - 5x_4 - x_5 = 3. \end{cases}$
13	$\begin{cases} -x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 - x_5 = 2; \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = -3; \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 - x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$	14	$\begin{cases} 4x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 3, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 2, \\ 2x_1 + 5x_2 - x_4 = -1, \\ 3x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$
15	$\begin{cases} -3x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4 - x_5 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + x_4 - 2x_5 = 0, \\ 5x_1 + 5x_2 - 6x_3 = -2. \end{cases}$	16	$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 + 4x_4 - x_5 = -1, \\ x_2 + 2x_3 - 4x_4 = 2. \end{cases}$
17	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 1, \\ -3x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 4, \\ 5x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = -3. \end{cases}$	18	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 3, \\ -x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 2x_4 + x_5 = -4, \\ -2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 2 \end{cases}$
19	$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 - x_5 = -2, \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 + x_4 = 1, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 + 3x_4 = -1. \end{cases}$	20	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 1, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 + x_5 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 + 3x_5 = 3. \end{cases}$
21	$\begin{cases} 5x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 = -4, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6, \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8 \end{cases}$	22	$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 - 3x_5 = 2, \\ x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 5x_4 = 4. \end{cases}$
23	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 3, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 - x_5 = 4, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = -2, \\ 4x_1 + x_2 + x_3 + 5x_4 - x_5 = 5. \end{cases}$	24	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - 3x_4 + 2x_5 = 1, \\ -2x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 - 4x_5 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 - 8x_4 = 7. \end{cases}$

25	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 2, \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = -3, \\ 5x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 - 4x_5 = 0. \end{cases}$	26	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 1, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 = 2, \\ -3x_1 + 10x_2 - 8x_3 - x_4 - 5x_5 = -1, \\ 11x_1 - 2x_2 - x_3 + 8x_4 + x_5 = 8, \\ -5x_1 + 14x_2 - 11x_3 - 2x_4 - 7x_5 = -2. \end{cases}$
27	$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 + 3x_5 = 1, \\ x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5 = -2, \\ 4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = -5, \\ -x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 + 2x_5 = 2, \\ 10x_1 - 7x_3 - 2x_4 + 8x_5 = 3. \end{cases}$	28	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_5 = 2, \\ x_1 - 2x_2 - 2x_3 + x_4 + x_5 = -2, \\ -3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = 2, \\ 7x_1 - x_2 + 6x_3 - 3x_4 - 2x_5 = 8, \\ 2x_1 + 4x_2 + 11x_3 - 2x_4 - 10x_5 = 16. \end{cases}$
29	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 + x_4 - 2x_5 = -1, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 2, \\ 4x_1 - 7x_2 - x_3 + 4x_5 = 3. \end{cases}$	30	$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_5 = 4, \\ 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 + x_4 + x_5 = -1, \\ -2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 1, \\ -x_1 - 10x_2 + 10x_3 - 3x_4 - 3x_5 = 13, \\ -7x_1 - 7x_2 + 17x_3 - 2x_4 - 9x_5 = 20. \end{cases}$

Таблица 10

Вар	Система	Вар	Система
1	$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 - x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 6x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 2x_4 = 0. \end{cases}$	2	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 - 3x_5 = 0, \\ 5x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 3x_4 - 2x_5 = 0. \end{cases}$
3	$\begin{cases} -x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 - x_4 + 3x_5 = 0, \\ 3x_1 - 6x_2 + 3x_3 + 7x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$	4	$\begin{cases} -x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 - x_5 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 - x_4 + 2x_5 = 0. \end{cases}$
5	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 - x_6 = 0, \\ 4x_1 + x_2 + x_3 + 5x_4 - x_5 - x_6 = 0. \end{cases}$	6	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 - x_4 + x_6 = 0, \\ 4x_1 - 4x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 + x_6 = 0. \end{cases}$
7	$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ -2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 + 3x_5 = 0, \\ 2x_1 + 6x_2 - 2x_3 + x_4 + 4x_5 = 0. \end{cases}$	8	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 0. \end{cases}$

9	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 0, \\ -3x_1 + 3x_2 + x_3 + x_5 = 0. \end{cases}$	10	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 + 3x_5 = 0, \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$
11	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 + x_5 - x_6 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 3x_4 + x_5 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 0. \end{cases}$	12	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 5x_1 - 7x_2 + 7x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0. \end{cases}$
13	$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 0. \end{cases}$	14	$\begin{cases} -x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 + 6x_2 - 2x_3 + x_4 + 4x_5 = 0. \end{cases}$
15	$\begin{cases} -x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 + 8x_3 - x_4 = 0. \end{cases}$	16	$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 - 3x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 0. \end{cases}$
17	$\begin{cases} 2x_1 + 9x_2 - 11x_3 - 15x_4 - 3x_5 = 0, \\ -2x_1 + x_2 + x_3 - x_4 - 3x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 0. \end{cases}$	18	$\begin{cases} -x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_5 = 0, \\ -x_1 + 4x_2 - x_3 + x_5 = 0. \end{cases}$
19	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_5 = 0, \\ 2x_2 + x_3 - 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$	20	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0, \\ 4x_1 - 4x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 - x_4 + x_6 = 0. \end{cases}$
21	$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 - x_5 = 0, \\ -3x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_5 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 + 4x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_3 + 7x_4 - 2x_5 = 0. \end{cases}$	22	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 - x_5 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 - 3x_5 = 0, \\ 5x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 3x_4 - 2x_5 = 0. \end{cases}$
23	$\begin{cases} -x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 - x_5 = 0, \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 - 3x_5 = 0, \\ 3x_1 - 6x_2 + 3x_3 + 7x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$	24	$\begin{cases} -x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 - x_5 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 - x_4 + 2x_5 = 0. \end{cases}$
25	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 0, \\ x_1 + 3x_2 - 3x_3 + x_4 = 0, \\ 5x_1 + x_2 + 5x_3 - 3x_4 + 2x_5 = 0. \end{cases}$	26	$\begin{cases} 3x_1 + 8x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$

27	$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 - 3x_5 = 0, \\ x_1 + 4x_2 - x_3 - 3x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 + 7x_2 - 2x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 - x_3 + 7x_4 - 8x_5 = 0. \end{cases}$	28	$\begin{cases} -x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ 5x_1 - 6x_2 - x_3 - x_4 = 0, \\ -x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 4x_4 = 0, \\ 3x_1 - 4x_2 - x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$
29	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_4 + x_5 = 0, \\ 4x_1 + x_2 + 3x_3 - 6x_4 - 5x_5 = 0, \\ 7x_1 - 8x_2 + 2x_3 + 9x_4 + x_5 = 0, \\ 5x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 9x_4 - 7x_5 = 0. \end{cases}$	30	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 + x_5 = 0, \\ -3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 - 3x_5 = 0, \\ 2x_1 - 10x_2 + 6x_3 + 8x_4 - 2x_5 = 0, \\ -5x_1 - 9x_2 + 11x_3 + 8x_4 - 10x_5 = 0. \end{cases}$

Лабораторное задание №5.

Исследование на линейную зависимость строк (столбцов) матрицы и системы векторов. Собственные числа и векторы матрицы

Задание 5.1. Дана матрица A (см. табл. 11). Найти ранг матрицы A при помощи элементарных преобразований. Исследовать на линейную зависимость строки (столбцы) матрицы, выделив линейно независимые строки (столбцы). Представить строки (столбцы) матрицы через линейно независимые строки (столбцы).

Задание 5.2. Выяснить, является линейно зависимой или линейно независимой система векторов $\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ (см. табл. 12). Найти ранг и базис данной системы векторов. Выразить оставшиеся векторы системы через этот базис.

Задание 5.3. Найти собственные числа и соответствующие им собственные векторы матрицы (см. табл. 13).

Таблица 11

Вар	Матрица	Вар	Матрица	Вар	Матрица
1	$\begin{bmatrix} -3 & 5 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & -6 & 15 \\ -4 & 14 & -2 & 23 \\ 2 & 2 & -2 & 9 \end{bmatrix}$	2	$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 4 & -3 & 5 \\ 4 & 3 & 8 & 5 & -1 \\ 5 & 4 & 10 & -2 & 7 \\ -3 & 5 & -6 & -4 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & 8 & -6 \end{bmatrix}$	3	$\begin{bmatrix} 1 & -3 & -5 \\ 0 & 4 & 4 \\ 2 & 5 & 1 \\ -6 & 2 & 14 \\ 4 & 4 & 0 \\ 4 & 4 & 0 \end{bmatrix}$
4	$\begin{bmatrix} 4 & -6 & 5 & -3 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \\ 5 & -3 & 8 & -18 \\ 13 & -15 & 18 & -24 \\ 5 & -5 & 12 & -24 \end{bmatrix}$	5	$\begin{bmatrix} 5 & 2 & 10 & 4 & 1 \\ -3 & 3 & -6 & -6 & 3 \\ -6 & 4 & -12 & -5 & -1 \\ 4 & 5 & 8 & 3 & 1 \\ -8 & 1 & -16 & -10 & 2 \end{bmatrix}$	6	$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 0 & -3 & -3 \\ 5 & -6 & -16 \\ 8 & 2 & -14 \\ -3 & 10 & 13 \\ -3 & 10 & 13 \end{bmatrix}$

7	$\begin{bmatrix} -4 & 10 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \\ -3 & 1 & -8 & 30 \\ -11 & 21 & -14 & 32 \\ -3 & -1 & -4 & 24 \end{bmatrix}$	8	$\begin{bmatrix} -3 & 2 & -6 & -4 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 10 & -9 \\ 10 & 4 & 20 & 3 & 7 \\ -4 & 5 & -8 & -1 & -3 \\ 4 & 1 & 8 & 14 & -10 \end{bmatrix}$	9	$\begin{bmatrix} 1 & -4 & -6 \\ 0 & 1 & 1 \\ -3 & 10 & 16 \\ -8 & 2 & 18 \\ 1 & -6 & -7 \\ 1 & -6 & -7 \end{bmatrix}$
10	$\begin{bmatrix} -3 & 0 & 7 & 1 & 7 \\ -3 & 1 & 5 & -1 & 3 \\ 7 & -2 & -6 & 8 & -2 \\ 5 & 3 & -9 & 1 & -15 \end{bmatrix}$	11	$\begin{bmatrix} 7 & 2 & 14 & -3 & 10 \\ 5 & 3 & 10 & -3 & 8 \\ -3 & 4 & -6 & -7 & 4 \\ -3 & 5 & -6 & -5 & 2 \\ -2 & 1 & -4 & 0 & -2 \end{bmatrix}$	12	$\begin{bmatrix} -3 & 0 & 7 & 5 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \\ 7 & 5 & -6 & 0 \\ 1 & 5 & 8 & 10 \\ 7 & 3 & -2 & -6 \end{bmatrix}$
13	$\begin{bmatrix} -3 & 0 & 7 & 1 & 7 \\ -3 & 1 & 5 & -1 & 3 \\ 7 & -2 & -6 & 8 & -2 \\ 5 & 3 & -9 & 1 & -15 \end{bmatrix}$	14	$\begin{bmatrix} 3 & 0 & -4 & 2 & -4 \\ 2 & 1 & -5 & -1 & -7 \\ -4 & -2 & 6 & -2 & 10 \\ -5 & 3 & 6 & -4 & 0 \end{bmatrix}$	15	$\begin{bmatrix} -4 & 2 & -8 & 3 & -7 \\ -5 & 3 & -10 & 2 & -7 \\ 2 & 4 & 4 & 4 & -2 \\ 3 & 5 & 6 & 5 & -2 \\ -1 & 1 & -2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$
16	$\begin{bmatrix} 3 & 0 & -4 & 2 & -4 \\ 2 & 1 & -5 & -1 & -7 \\ -4 & -2 & 6 & -2 & 10 \\ -5 & 3 & 6 & -4 & 0 \end{bmatrix}$	17	$\begin{bmatrix} -5 & 0 & -3 & -13 & -3 \\ -4 & 1 & 6 & -2 & 4 \\ -3 & -2 & -10 & -16 & -6 \\ 6 & 3 & -12 & 0 & -18 \end{bmatrix}$	18	$\begin{bmatrix} -3 & 2 & -6 & -5 & 2 \\ 6 & 3 & 12 & -4 & 10 \\ -4 & 4 & -8 & 3 & -7 \\ -5 & 5 & -10 & -6 & 1 \\ 9 & 1 & 18 & 1 & 8 \end{bmatrix}$
19	$\begin{bmatrix} -5 & 0 & -3 & -13 & -3 \\ -4 & 1 & 6 & -2 & 4 \\ -3 & -2 & -10 & -16 & -6 \\ 6 & 3 & -12 & 0 & -18 \end{bmatrix}$	20	$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 8 & 12 & 8 \\ -5 & 1 & -3 & -13 & -5 \\ 8 & -2 & 4 & 20 & 8 \\ -3 & 3 & -15 & -21 & -21 \end{bmatrix}$	21	$\begin{bmatrix} 8 & 2 & 16 & 2 & 6 \\ -3 & 3 & -6 & -5 & 2 \\ -5 & 4 & -10 & -8 & 3 \\ 2 & 5 & 4 & 3 & -1 \\ -11 & 1 & -22 & -7 & -4 \end{bmatrix}$
22	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 8 & 4 & -3 & -3 \\ 2 & -3 & -5 & 2 & 16 & 16 \\ 0 & -3 & -21 & -6 & 19 & 19 \end{bmatrix}$	23	$\begin{bmatrix} -3 & 0 & -4 & -10 & -4 \\ 4 & 1 & 2 & 10 & 0 \\ -4 & -2 & -6 & -14 & -2 \\ 2 & 3 & 12 & 16 & 6 \end{bmatrix}$	24	$\begin{bmatrix} -4 & 2 & -8 & -3 & -1 \\ 2 & 3 & 4 & 4 & -2 \\ 4 & 4 & 8 & 4 & 0 \\ -3 & 5 & -6 & -2 & -1 \\ 6 & 1 & 12 & 7 & -1 \end{bmatrix}$
25	$\begin{bmatrix} -3 & 0 & -4 & -10 & -4 \\ 4 & 1 & 2 & 10 & 0 \\ -4 & -2 & -6 & -14 & -2 \\ 2 & 3 & 12 & 16 & 6 \end{bmatrix}$	26	$\begin{bmatrix} 7 & 0 & -5 & 9 & -5 \\ -9 & 1 & -3 & -21 & -5 \\ -5 & -2 & 14 & 4 & 18 \\ -3 & 3 & -27 & -33 & -33 \end{bmatrix}$	27	$\begin{bmatrix} -5 & 2 & -10 & 7 & -12 \\ -3 & 3 & -6 & -9 & 6 \\ -9 & 4 & -18 & 5 & -14 \\ 7 & 5 & 14 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & -16 & 18 \end{bmatrix}$

28	$\begin{bmatrix} 7 & -9 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \\ -5 & -3 & 14 & -27 \\ 9 & -21 & 4 & -33 \\ -5 & -5 & 18 & -33 \end{bmatrix}$	29	$\begin{bmatrix} 2 & -6 & -3 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \\ -3 & -1 & 4 & -18 \\ 1 & -13 & -2 & -20 \\ -3 & -3 & 8 & -24 \end{bmatrix}$	30	$\begin{bmatrix} -3 & 2 & -6 & 2 & -5 \\ -1 & 3 & -2 & -6 & 5 \\ -6 & 4 & -12 & 3 & -9 \\ 2 & 5 & 4 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & -8 & 10 \end{bmatrix}$
-----------	---	-----------	--	-----------	---

Таблица 12

Вар	Система векторов $\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$
1	$\bar{a}_1(1, 2, 3, -4), \bar{a}_2(2, 3, -4, 1), \bar{a}_3(2, -5, 8, -3), \bar{a}_4(3, -4, 1, 2)$
2	$\bar{a}_1(3, 2, -5, 4), \bar{a}_2(3, -1, 3, -3), \bar{a}_3(3, 5, -13, 11), \bar{a}_4(9, 3, -7, 5)$
3	$\bar{a}_1(4, 3, -1, 1), \bar{a}_2(2, 1, -3, 2), \bar{a}_3(1, -3, 0, 1), \bar{a}_4(1, 5, 2, -2)$
4	$\bar{a}_1(2, 1, -2, -1), \bar{a}_2(-9, 5, -6, 21), \bar{a}_3(2, -5, -1, 3), \bar{a}_4(-1, -1, 1, 5)$
5	$\bar{a}_1(1, 1, 1, 1), \bar{a}_2(2, 0, 1, -1), \bar{a}_3(3, -4, 0, -1), \bar{a}_4(15, -10, 3, -2)$
6	$\bar{a}_1(-1, 0, 2, 4), \bar{a}_2(2, 3, -1, 2), \bar{a}_3(0, 3, 3, 10), \bar{a}_4(7, 9, -5, 2)$
7	$\bar{a}_1(1, -1, 2, -1), \bar{a}_2(2, 3, -1, 2), \bar{a}_3(4, 1, 3, 1), \bar{a}_4(-1, -9, 8, -7)$
8	$\bar{a}_1(1, 1, -4, -1), \bar{a}_2(1, 2, -1, 4), \bar{a}_3(0, 1, 3, 5), \bar{a}_4(3, 8, 3, 22)$
9	$\bar{a}_1(1, 2, -2, 1), \bar{a}_2(-3, 1, 2, -3), \bar{a}_3(0, 7, -4, 0), \bar{a}_4(0, 1, 2, 3)$
10	$\bar{a}_1(2, 3, 0, -2), \bar{a}_2(1, 4, 2, 10), \bar{a}_3(0, 1, -3, 2), \bar{a}_4(3, 5, 8, 4)$
11	$\bar{a}_1(2, -1, 3, 5), \bar{a}_2(4, -3, 1, 3), \bar{a}_3(4, -1, 15, 17), \bar{a}_4(7, -6, -7, 0)$
12	$\bar{a}_1(2, 4, 11, 15), \bar{a}_2(-10, -11, -1, 4), \bar{a}_3(12, 15, 12, 9), \bar{a}_4(1, 2, 3, 0)$
13	$\bar{a}_1(1, 2, 3, -4), \bar{a}_2(2, 3, -4, 1), \bar{a}_3(3, -4, 1, 2), \bar{a}_4(5, 26, -9, -12)$
14	$\bar{a}_1(0, 2, -3, 4), \bar{a}_2(1, 3, 0, 5), \bar{a}_3(1, 9, 6, 6), \bar{a}_4(2, 4, 0, 1)$
15	$\bar{a}_1(2, -3, 4, -5), \bar{a}_2(1, -2, 7, -8), \bar{a}_3(3, -4, 1, -2), \bar{a}_4(4, -5, 6, -7)$
16	$\bar{a}_1(3, 2, 1, -4), \bar{a}_2(5, 10, 2, 0), \bar{a}_3(21, 34, 8, -8), \bar{a}_4(2, 8, 1, 4)$
17	$\bar{a}_1(2, -1, 3, 5), \bar{a}_2(4, -3, 1, 3), \bar{a}_3(3, -2, 3, 4), \bar{a}_4(4, -1, 15, 17)$
18	$\bar{a}_1(3, 6, 18, 0), \bar{a}_2(1, 2, -4, 3), \bar{a}_3(0, 2, 1, 2), \bar{a}_4(2, 2, 1, 1)$
19	$\bar{a}_1(2, 3, -4, -1), \bar{a}_2(1, -2, 1, 3), \bar{a}_3(5, -3, -1, 8), \bar{a}_4(3, 8, -9, -5)$
20	$\bar{a}_1(19, -12, 5, -17), \bar{a}_2(4, -2, 0, 8), \bar{a}_3(2, -1, 0, 4), \bar{a}_4(3, -2, 1, -5)$
21	$\bar{a}_1(3, 2, -5, 4), \bar{a}_2(3, -1, 3, -3), \bar{a}_3(3, 5, -15, 11), \bar{a}_4(12, -1, 4, -5)$
22	$\bar{a}_1(1, -3, 0, 10), \bar{a}_2(2, -4, 3, 5), \bar{a}_3(-5, 11, -6, -20), \bar{a}_4(1, -1, 3, -5)$
23	$\bar{a}_1(2, 3, 5, 1), \bar{a}_2(1, -1, 2, 5), \bar{a}_3(3, 7, 8, -3), \bar{a}_4(1, -1, 1, 3)$
24	$\bar{a}_1(2, -1, 3, -1), \bar{a}_2(1, 2, -3, 2), \bar{a}_3(5, -5, 12, -5), \bar{a}_4(1, -3, 6, -3)$

25	$\overline{a_1}(4, 3, -1, 1), \overline{a_2}(2, 1, -3, 2), \overline{a_3}(1, -3, 0, 1), \overline{a_4}(1, 5, 2, -2)$
26	$\overline{a_1}(1, 2, -1, -2), \overline{a_2}(2, 3, 0, -1), \overline{a_3}(1, 2, 1, 3), \overline{a_4}(1, 3, -1, 0)$
27	$\overline{a_1}(1, 1, 1, 1), \overline{a_2}(-1, -1, -1, 1), \overline{a_3}(1, 2, 3, -4), \overline{a_4}(2, 3, 4, 1)$
28	$\overline{a_1}(3, -4, 1, 2), \overline{a_2}(1, -1, -1, -1), \overline{a_3}(4, -3, 1, 2), \overline{a_4}(1, -6, 1, 2)$
29	$\overline{a_1}(1, -1, 2, -1), \overline{a_2}(2, 3, -1, 2), \overline{a_3}(4, 1, 3, 1), \overline{a_4}(-1, -9, 8, -7)$
30	$\overline{a_1}(5, 2, -3, 1), \overline{a_2}(4, 1, -2, 3), \overline{a_3}(1, 1, -1, -2), \overline{a_4}(3, 4, -1, 2)$

Таблица 13

Вар	Матрица	Вар	Матрица	Вар	Матрица
1	$\begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ -1 & -2 & -3 \\ 3 & 15 & 12 \end{pmatrix}$	2	$\begin{pmatrix} 4 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$	3	$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -3 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
4	$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$	5	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$	6	$\begin{pmatrix} 4 & 6 & 0 \\ -3 & -5 & 0 \\ -3 & -6 & 1 \end{pmatrix}$
7	$\begin{pmatrix} 7 & -12 & -2 \\ 3 & -4 & 0 \\ -2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$	8	$\begin{pmatrix} -2 & 8 & 6 \\ -4 & 10 & 6 \\ 4 & -8 & -4 \end{pmatrix}$	9	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & -3 & 6 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix}$
10	$\begin{pmatrix} 4 & -2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	11	$\begin{pmatrix} -1 & -5 & 2 \\ -1 & -2 & -1 \\ 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}$	12	$\begin{pmatrix} 3 & -6 & 9 \\ 1 & -2 & 3 \\ -3 & 6 & -9 \end{pmatrix}$
13	$\begin{pmatrix} 7 & -12 & 6 \\ 10 & -19 & 10 \\ 12 & -24 & 13 \end{pmatrix}$	14	$\begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -3 & 5 & -1 \\ -3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$	15	$\begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 8 & -10 & 4 \\ 10 & -14 & 6 \end{pmatrix}$
16	$\begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -4 & 2 & 2 \end{pmatrix}$	17	$\begin{pmatrix} 7 & 8 & 4 \\ 5 & 6 & 3 \\ -22 & -26 & -13 \end{pmatrix}$	18	$\begin{pmatrix} -22 & -22 & -16 \\ 16 & 16 & 12 \\ 8 & 8 & 6 \end{pmatrix}$
19	$\begin{pmatrix} -6 & 9 & -3 \\ -9 & 12 & -3 \\ -9 & 9 & 0 \end{pmatrix}$	20	$\begin{pmatrix} -6 & -15 & 36 \\ -8 & -17 & 42 \\ -5 & -11 & 27 \end{pmatrix}$	21	$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$
22	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$	23	$\begin{pmatrix} 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \\ 6 & -9 & 4 \end{pmatrix}$	24	$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ -2 & -6 & 13 \\ -1 & -4 & 8 \end{pmatrix}$

25	$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 4 & -7 & 8 \\ 6 & -7 & 7 \end{pmatrix}$	26	$\begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$	27	$\begin{pmatrix} -2 & -4 & -4 \\ 2 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
28	$\begin{pmatrix} 17 & -8 & 4 \\ -8 & 17 & -4 \\ 4 & -4 & 11 \end{pmatrix}$	29	$\begin{pmatrix} 0 & -3 & 6 \\ -2 & -5 & 12 \\ -1 & -3 & 7 \end{pmatrix}$	30	$\begin{pmatrix} 4 & 3 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \\ -2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$

Лабораторное задание №6.

Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений (схема Гаусса, метод простых итераций)

Задание 6.1. Пользуясь схемой Гаусса, решить СЛАУ (см. табл. 14) с точностью до третьего знака после запятой (все расчеты проводить с точностью до пятого знака после запятой). Сделать проверку полученного решения.

Задание 6.2. Решить СЛАУ из задания 6.1 методом простых итераций с точностью до $\varepsilon = 0,001$ (предварительно привести систему к допустимому для итерации виду, определить число шагов итераций, достаточных для достижения требуемой точности). Сравнить с результатом, полученным в задании 6.1.

Задание 6.3. Решить СЛАУ (табл. 14) методом простых итераций с точностью до $\varepsilon = 0,001$ (предварительно определить число шагов итераций, достаточных для достижения требуемой точности).

Таблица 14

Вар	СЛАУ (задание 6.1)	СЛАУ (задание 6.3)
1	$\begin{cases} 3,2x_1 - 4,2x_2 + 2,1x_3 = 5; \\ 7x_1 + 1,1x_2 - 2,2x_3 = 4,7; \\ 0,4x_1 - 1,4x_2 - 0,6x_3 = -1,2. \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 = 0,26x_1 - 0,24x_2 + 0,3x_3 + 2,15; \\ x_2 = 0,05x_1 - 0,1x_2 - 3,88; \\ x_3 = 0,1x_1 + 0,09x_2 - 0,16x_3 + 3,62. \end{cases}$
2	$\begin{cases} -0,4x_1 - 1,1x_2 + 7x_3 = 6,1; \\ 1,1x_1 - 2,1x_2 + 5,1x_3 = -4,1; \\ -0,7x_1 + 0,8x_2 - 0,3x_3 = -0,2. \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 = -0,13x_1 - 0,15x_2 + 1,24; \\ x_2 = -0,09x_1 + 0,2x_2 + 0,11x_3 - 2,22; \\ x_3 = 0,2x_1 + 0,12x_2 + 0,05x_3 + 4,2. \end{cases}$
3	$\begin{cases} 2,5x_1 - 3,1x_2 - 4,2x_3 = -7,5; \\ 0,6x_1 + 0,7x_2 - 0,5x_3 = 0,4; \\ -x_1 - 2,1x_2 + 0,8x_3 = 1,1. \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 = 0,24x_1 - 0,08x_2 + 0,22x_3 - 3,03; \\ x_2 = -0,16x_1 - 0,14x_3 + 1,5; \\ x_3 = 0,1x_1 + 0,27x_2 + 2,3. \end{cases}$
4	$\begin{cases} 7,1x_1 + 1,2x_2 - 2,2x_3 = -4,8; \\ 0,4x_1 - 1,4x_2 - 0,6x_3 = -1; \\ 3,2x_1 - 4,3x_2 + 2,1x_3 = 5,1. \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 = -0,4x_1 - 0,09x_3 - 2,04; \\ x_2 = -0,1x_1 + 0,26x_2 + 0,23x_3; \\ x_3 = 0,12x_1 - 0,14x_2 + 0,21x_3 + 0,12. \end{cases}$
5	$\begin{cases} 1,1x_1 - 2,2x_2 - 5,1x_3 = -4,2; \\ -0,7x_1 + 0,8x_2 - 0,2x_3 = -0,2; \\ 0,4x_1 - 1,1x_2 + 7x_3 = 6,2. \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 = -0,34x_2 - 0,12x_3 - 1,33; \\ x_2 = 0,11x_1 - 0,23x_2 - 0,05x_3 + 0,84; \\ x_3 = 0,05x_1 - 0,12x_2 + 0,14x_3 - 1,16. \end{cases}$

6	$\begin{cases} 0,6x_1 + 0,7x_2 - 0,1x_3 = 0,4; \\ -x_1 - 2,1x_2 + 0,9x_3 = -1,2; \\ 2,5x_1 - 3,1x_2 - 5x_3 = -7,5. \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 = 0,17x_1 + 0,14x_2 + 0,1x_3; \\ x_2 = -0,15x_1 + 0,23x_2 + 0,14x_3 - 3,32; \\ x_3 = 0,24x_1 - 0,33x_2 - 3,02. \end{cases}$
7	$\begin{cases} -3,1x_1 - 1,7x_2 - 0,6x_3 = -0,9; \\ -1,7x_1 + 3,5x_2 - 0,8x_3 = 2,6; \\ 0,6x_1 + 0,8x_2 - 1,9x_3 = 1,7. \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 = 0,17x_1 + 0,1x_2 - 0,08x_3 - 1,71; \\ x_2 = -0,1x_1 - 0,29x_2 + 0,2x_3 + 0,62; \\ x_3 = 0,32x_1 - 0,18x_2 + 0,05x_3 - 0,89. \end{cases}$
8	$\begin{cases} 0,1x_1 + 12x_2 - 0,2x_3 = 0,1; \\ 0,2x_1 + 0,7x_2 + 0,1x_3 = -0,1; \\ -0,1x_1 + 0,2x_2 + 0,6x_3 = 0,4. \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 = -0,34x_2 - 0,19x_3 - 3,33; \\ x_2 = -0,25x_1 + 0,21x_3 + 0,28; \\ x_3 = 0,29x_1 + 0,23x_2 - 0,09x_3. \end{cases}$
9	$\begin{cases} 0,7x_1 + 0,1x_2 + 0,1x_3 = 0,3; \\ 0,1x_1 + 0,3x_2 - 0,4x_3 = 0,3; \\ 0,2x_1 - 0,3x_2 + 0,1x_3 = -0,1. \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 = 0,19x_1 - 0,07x_2 + 0,28x_3 - 0,81; \\ x_2 = -0,22x_1 + 0,08x_2 - 0,69; \\ x_3 = 0,33x_1 - 0,07x_2 + 0,09x_3 + 1,71. \end{cases}$
10	$\begin{cases} 0,3x_1 - 1,2x_2 + 0,1x_3 = 0,3; \\ -1,4x_1 + 0,3x_2 + 0,2x_3 = -0,4; \\ 0,1x_1 + 0,3x_2 + 0,7x_3 = -0,3. \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 = -0,13x_1 - 0,14x_2 - 3; \\ x_2 = 0,21x_1 + 0,25x_2 - 0,19x_3 + 5; \\ x_3 = 0,38x_1 - 0,18x_3 + 1. \end{cases}$
11	$\begin{cases} 0,2x_1 - 0,4x_2 + 0,14x_3 = -0,17; \\ -0,1x_1 + 0,4x_2 + 0,8x_3 = 0,6; \\ 1,2x_1 - 0,1x_2 - 0,3x_3 = 1,1. \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 = 0,07x_1 - 0,08x_2 + 0,11x_3 - 0,51; \\ x_2 = -0,32x_2 + 0,21x_3 + 1,17; \\ x_3 = 0,13x_1 + 0,09x_2 - 0,21x_3 - 1,02. \end{cases}$
12	$\begin{cases} -1,2x_1 + 0,5x_2 - 0,8x_3 = 1,2; \\ 0,6x_1 - 0,7x_2 - 0,4x_3 = 0,15; \\ -0,3x_1 + 0,43x_2 - 0,9x_3 = -0,5. \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 = 0,13x_1 + 0,24x_2 - 0,1x_3 + 2,4; \\ x_2 = -0,26x_1 + 0,07x_2 - 0,08x_3; \\ x_3 = 0,23x_1 - 0,29x_2 - 1,2. \end{cases}$
13	$\begin{cases} 0,7x_1 - 1,4x_2 - 0,2x_3 = 1,8; \\ 0,5x_1 - 0,2x_2 + 0,4x_3 = -0,8; \\ 0,9x_1 + 0,4x_2 + 0,6x_3 = 0,6. \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 = 0,18x_1 - 0,03x_2 - 1,2; \\ x_2 = 0,21x_1 + 0,07x_2 - 0,08x_3 + 0,81; \\ x_3 = -0,23x_1 - 0,27x_2 + 0,09x_3 - 0,92. \end{cases}$
14	$\begin{cases} 0,8x_1 + 1,6x_2 - 1,7x_3 = 1,1; \\ -1,2x_1 + 2,7x_2 - x_3 = -0,4; \\ 0,5x_1 - 0,2x_2 - 0,4x_3 = 1,4. \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 = 0,22x_1 - 0,13x_2 + 0,16x_3 - 1,55; \\ x_2 = 0,19x_2 + 0,1x_3 + 3,12; \\ x_3 = -0,17x_1 + 0,2x_3 + 3,4. \end{cases}$
15	$\begin{cases} 1,6x_1 + 0,12x_2 + 0,6x_3 = 0,81; \\ 0,4x_1 + 0,25x_2 - 3,3x_3 = 0,6; \\ 0,3x_1 + 0,5x_2 - 1,1x_3 = 0,9. \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 = 0,13x_1 - 0,14x_2 + 0,06x_3 + 1,21; \\ x_2 = 0,12x_1 + 0,23x_2 - 0,72; \\ x_3 = 0,08x_1 - 0,12x_2 + 0,23x_3 - 3,58. \end{cases}$
16	$\begin{cases} -1,2x_1 + 1,3x_2 - 1,1x_3 = 0,4; \\ 0,8x_1 - 0,5x_2 - 2,4x_3 = -0,1; \\ 2x_1 - 0,1x_2 + 1,3x_3 = 1,5. \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 = 0,09x_1 - 0,1x_2 + 0,18x_3 + 2,04; \\ x_2 = 0,28x_1 - 0,19x_3 + 3,2; \\ x_3 = 0,3x_1 + 0,2x_2 + 0,09x_3 - 0,82. \end{cases}$

17	$\begin{cases} 0,1x_1 - 0,4x_2 - 0,3x_3 = -0,1; \\ -0,04x_1 + 0,34x_2 + 0,05x_3 = 0,31; \\ -0,13x_1 + 1,5x_2 + 0,6x_3 = 0. \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 = 0,24x_1 + 0,05x_2 + 0,16x_3 + 1,42; \\ x_2 = 0,27x_1 + 0,32x_2 + 0,05x_3 - 0,57; \\ x_3 = -0,27x_2 - 0,25x_3 + 0,68. \end{cases}$
18	$\begin{cases} 0,6x_1 + 0,1x_2 + 0,1x_3 = 0,3; \\ 0,1x_1 + 0,3x_2 + 0,1x_3 = 0,1; \\ 0,2x_1 + 0,21x_2 + 0,71x_3 = 0,42. \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 = 0,32x_1 - 0,1x_3 + 1,4; \\ x_2 = -0,04x_1 + 0,33x_2 + 0,14x_3 + 5,13; \\ x_3 = -0,32x_1 + 0,21x_3 + 3,09. \end{cases}$
19	$\begin{cases} 1,2x_1 - 0,2x_2 + 0,3x_3 = -0,6; \\ -0,2x_1 + 1,6x_2 - 0,1x_3 = 0,3; \\ -0,3x_1 + 0,1x_2 - 1,5x_3 = 0,4. \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 = 0,15x_1 + 0,18x_3 - 0,48; \\ x_2 = -0,32x_1 - 0,04x_2 - 0,12x_3 + 1,24; \\ x_3 = 0,47x_1 + 0,06x_2 - 0,08x_3 + 1,15. \end{cases}$
20	$\begin{cases} 0,3x_1 + 1,2x_2 - 0,2x_3 = -0,6; \\ -0,1x_1 - 0,2x_2 + 1,6x_3 = 0,3; \\ -1,5x_1 - 0,3x_2 + 0,1x_3 = 4. \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 = -0,1x_1 - 0,39x_3 + 6,4; \\ x_2 = -0,27x_1 + 0,23x_2 + 0,1x_3 + 0,99; \\ x_3 = 0,36x_2 + 0,09x_3 - 1,2. \end{cases}$
21	$\begin{cases} -1,9x_1 + x_2 - 1,3x_3 = -0,7; \\ -0,4x_1 - 1,5x_2 + 1,1x_3 = -2,1; \\ 1,1x_1 + 1,3x_2 + 1,9x_3 = -2,4. \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 = 0,12x_1 + 0,08x_2 + 0,13x_3 - 0,22; \\ x_2 = 0,07x_1 - 0,38x_2 - 0,05x_3 + 1,98; \\ x_3 = 0,13x_1 + 0,22x_2 + 0,11x_3 - 1,3. \end{cases}$
22	$\begin{cases} 6,4x_1 + 11,8x_2 + 10x_3 = -41,7; \\ 7,4x_1 + 19x_2 + 11,8x_3 = -49,5; \\ 5,8x_1 + 7,4x_2 + 6,4x_3 = -27,7. \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 = 0,24x_1 - 0,13x_2 + 0,08x_3 + 0,84; \\ x_2 = -0,17x_1 + 0,23x_2 + 0,1x_3 + 3,19; \\ x_3 = 0,09x_1 - 0,46x_2 - 1,07. \end{cases}$
23	$\begin{cases} 0,4x_1 + 0,11x_2 + 0,18x_3 = 0,4; \\ 0,3x_1 - 0,6x_2 - 0,1x_3 = 0,1; \\ 0,2x_1 + 0,24x_2 + 0,1x_3 = 0,22. \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 = 0,17x_1 - 0,23x_2 + 0,11x_3 - 1,2; \\ x_2 = 0,38x_1 - 0,08x_3 + 0,33; \\ x_3 = 0,22x_1 + 0,18x_2 + 0,05x_3 + 0,48. \end{cases}$
24	$\begin{cases} -0,2x_1 + 0,3x_2 - 0,4x_3 = 1,2; \\ 0,4x_1 - 0,35x_2 + 1,12x_3 = 0,86; \\ -1,1x_1 + 0,1x_2 - 0,8x_3 = 0,7. \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 = 0,22x_1 - 0,18x_2 - 4,49; \\ x_2 = 0,15x_1 + 0,25x_2 + 0,1x_3 + 2,39; \\ x_3 = 0,24x_1 - 0,16x_2 + 0,17x_3 - 3,02. \end{cases}$
25	$\begin{cases} 1,2x_1 + 0,2x_2 - 0,4x_3 = 1,5; \\ 0,4x_1 + 0,36x_2 + 0,12x_3 = 1,21; \\ 0,3x_1 - 0,4x_2 - 0,2x_3 = 0,1. \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 = 0,13x_1 + 0,22x_2 - 0,13x_3 + 0,11; \\ x_2 = 0,25x_1 + 0,07x_3 - 0,34; \\ x_3 = -0,08x_2 + 0,43x_3 + 0,85. \end{cases}$
26	$\begin{cases} 1,3x_1 - 1,2x_2 - 2,3x_3 = 2; \\ -1,2x_1 + 0,9x_2 + 0,3x_3 = 4,1; \\ 3,1x_1 + x_2 + 0,4x_3 = -0,1. \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 = 0,11x_1 + 0,22x_2 + 0,26x_3 - 4,4; \\ x_2 = -0,23x_1 + 0,28x_2 - 1,39; \\ x_3 = 0,09x_1 - 0,21x_3 + 1,02. \end{cases}$
27	$\begin{cases} 1,6x_1 + 2,18x_2 - 0,72x_3 = 1,15; \\ 0,43x_1 - 0,16x_2 + 0,53x_3 = 0,83; \\ 0,34x_1 + 0,57x_2 - 0,83x_3 = -0,42. \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 = 0,08x_1 - 0,23x_2 + 0,32x_3 + 1,34; \\ x_2 = 0,16x_1 - 0,23x_2 + 0,18x_3 - 2,33; \\ x_3 = 0,15x_1 + 0,12x_2 + 0,32x_3 + 0,34. \end{cases}$

28	$\begin{cases} 0,8x_1 - 0,3x_2 + 0,6x_3 = 1,2; \\ 0,4x_1 + 0,57x_2 + 0,32x_3 = 0,84; \\ 0,5x_1 + 0,6x_2 - 0,3x_3 = 0,3. \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 = -0,39x_1 + 0,09x_2 - 0,1x_3 + 4,44; \\ x_2 = 0,28x_1 + 0,19x_3; \\ x_3 = -0,3x_1 - 0,2x_2 - 0,09x_3 + 1,82. \end{cases}$
29	$\begin{cases} -1,1x_1 - 0,3x_2 + 1,2x_3 = 0,6; \\ -0,4x_1 - 0,9x_2 + 0,1x_3 = 0,66; \\ 0,2x_1 + 3x_2 - 0,64x_3 = -0,38. \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 = 0,34x_1 + 0,23x_2 - 0,06x_3 + 1,42; \\ x_2 = 0,15x_1 - 0,26x_2 + 0,09x_3 + 1,6; \\ x_3 = -0,07x_1 - 0,41x_2 + 2,4. \end{cases}$
30	$\begin{cases} 0,7x_1 - 0,8x_2 + 1,1x_3 = 0,7; \\ -1,1x_1 - 0,1x_2 + 0,5x_3 = 0,8; \\ 0,3x_1 + 0,2x_2 - 0,5x_3 = -0,1. \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 = 0,29x_1 + 0,14x_2 - 0,2x_3 + 2,14; \\ x_2 = -0,08x_1 - 0,39x_2 + 3,02; \\ x_3 = -0,23x_1 + 0,08x_2 - 0,05x_3 + 1,2. \end{cases}$

Лабораторное задание №7.

Элементы аналитической геометрии на плоскости

Задание 7.1. Даны вершины треугольника MNP (см. табл. 15). Сделать чертёж в прямоугольной декартовой системе координат. Найти:

- 1) длины сторон треугольника MNP ;
- 2) общие уравнения сторон (MN) , (NP) , (MP) и их угловые коэффициенты;
- 3) угол N (через косинус и тангенс);
- 4) общее уравнение высоты (PQ) и её длину;
- 5) общее уравнение медианы (MR) , координаты точки S пересечения её с высотой (PQ) ;
- 6) уравнение прямой, проходящей через точку S параллельно стороне MN .

Задание 7.2. Привести общее уравнение кривой второго порядка (см. табл. 16) к каноническому виду методом поворота осей координат системы Ox_1y_1 и последующего параллельного переноса, определить тип этой кривой.

Таблица 15

№	Координаты M, N, P	№	Координаты M, N, P
1	$M(-3, 9), N(2, 0), P(7, 4);$	2	$M(0, 2), N(10, -1), P(6, 7);$
3	$M(-4, 6), N(3, -3), P(7, 9);$	4	$M(1, 8), N(5, 3), P(3, 0);$
5	$M(-2, -1), N(0, 10), P(4, 12);$	6	$M(-4, 4), N(5, 5), P(1, -4);$
7	$M(2, 5), N(10, -4), P(0, -3);$	8	$M(-1, -3), N(8, 3), P(4, 7);$
9	$M(-2, 1), N(10, 0), P(5, 7);$	10	$M(-6, 8), N(1, 1), P(4, 5);$
11	$M(3, 6), N(10, -3), P(13, 11);$	12	$M(-10, 5), N(1, -1), P(0, 10);$
13	$M(-4, 5), N(0, 0), P(9, 7);$	14	$M(-3, -3), N(9, 1), P(7, 10);$
15	$M(4, 1), N(-5, -5), P(0, 8);$	16	$M(7, 4), N(5, -5), P(-3, 1);$
17	$M(0, 3), N(8, 10), P(4, -3);$	18	$M(0, 4), N(4, 0), P(7, 7);$
19	$M(0, -2), N(-4, 0), P(7, 7);$	20	$M(2, 2), N(6, -2), P(8, 6);$
21	$M(-3, 0), N(3, 3), P(2, -5);$	22	$M(3, -5), N(-4, -4), P(2, 5);$
23	$M(5, 2), N(-4, 4), P(-2, -5);$	24	$M(-9, 6), N(3, -3), P(7, 4);$

25	$M(4, 2), N(4, -4), P(6, 8);$	26	$M(0, 0), N(-4, 6), P(6, 8);$
27	$M(0, -4), N(10, 9), P(1, 15);$	28	$M(0, 3), N(10, -6), P(5, 8);$
29	$M(-5, -3), N(4, -5), P(3, 8);$	30	$M(-5, 1), N(7, -2), P(1, 7).$

Таблица 16

Вар	Уравнение кривой второго порядка
1	$x^2 + 8xy + 7y^2 + 14x + 20y + 4 = 0$
2	$3x^2 + 2xy + 3y^2 - 16x - 16y + 28 = 0$
3	$-x^2 + 6xy + 7y^2 + 4x + 20y - 20 = 0$
4	$5x^2 - 8xy + 5y^2 + 28x - 26y + 32 = 0$
5	$-2x^2 + 4xy + y^2 - 12x - 12 = 0$
6	$7x^2 + 2xy + 7y^2 + 18x + 30y + 15 = 0$
7	$-x^2 + 6xy - y^2 - 16x + 16y - 40 = 0$
8	$16x^2 + 4xy + 19y^2 + 76x + 122y + 199 = 0$
9	$12x^2 + 68xy + 63y^2 + 160x + 320y + 320 = 0$
10	$11x^2 + 6xy + 19y^2 + 62x + 126y + 231 = 0$
11	$x^2 + 10xy + y^2 + 44x + 28y + 88 = 0$
12	$25x^2 - 14xy + 25y^2 + 36x + 36y - 252 = 0$
13	$-3x^2 + 8xy + 3y^2 - 12x - 34y + 18 = 0$
14	$8x^2 - 4xy + 5y^2 + 44x - 38y + 65 = 0$
15	$-7x^2 + 18xy + 17y^2 - 10x + 70y - 15 = 0$
16	$18x^2 + 8xy + 33y^2 + 64x - 50y + 55 = 0$
17	$x^2 + 8xy + y^2 + 28x + 22y + 46 = 0$
18	$14x^2 - 6xy + 6y^2 - 80x + 60y + 185 = 0$
19	$-3x^2 + 10xy - 3y^2 + 22x + 6y + 37 = 0$
20	$x^2 + xy + y^2 + 5x + 7y + 10 = 0$
21	$-13x^2 + 28xy + 8y^2 + 24x - 72y - 48 = 0$
22	$14x^2 - 4xy + 11y^2 + 52x + 14y + 29 = 0$
23	$2x^2 + 6xy + 2y^2 - 24x - 26y + 57 = 0$
24	$11x^2 + 14xy + 11y^2 - 8x + 8y - 28 = 0$
25	$x^2 + 44xy + 34y^2 + 42x + 24y - 99 = 0$
26	$7x^2 - 2xy + 7y^2 - 46x + 34y + 79 = 0$
27	$x^2 + 24xy + 19y^2 - 90x - 80y = 0$
28	$29x^2 + 4xy + 26y^2 + 120x + 60y = 0$
29	$-2x^2 + 12xy + 7y^2 + 16x + 52y + 58 = 0$
30	$3x^2 - 2xy + 3y^2 + 26x - 14y + 51 = 0$

Лабораторное задание №8.

Линейные пространства и подпространства линейных пространств.

Базис и размерность линейного пространства

Задание 8.1. Исследовать на линейную зависимость систему векторов (систему арифметических векторов, систему многочленов, систему матриц, систему линейных форм, см. табл. 17). В случае линейной зависимости выразить какой-нибудь вектор через остальные векторы системы.

Задание 8.2. Найти базис и размерность линейного пространства решений однородной системы линейных алгебраических уравнений из задания 4.2, написать линейную оболочку пространства решений.

Задание 8.3. Дана система векторов a_1, a_2, a_3 в пространстве R^3 (табл. 18).

- 1) Доказать, что она является базисом, написать матрицу T перехода от стандартного базиса e_1, e_2, e_3 пространства R^3 к базису a_1, a_2, a_3 .
- 2) Написать формулы преобразования координат при преобразовании базиса. Найти координаты вектора $b = (3, 5, -8)$ в базисе a_1, a_2, a_3 .

Задание 8.4. Найти базисы и размерности линейных подпространств (табл. 19)
 $W_1 = L(a_1, a_2, a_3) \subset R^4$, $W_2 = L(b_1, b_2, b_3) \subset R^4$, $W_3 = W_1 + W_2$, $W_4 = W_1 \cap W_2$.

Таблица 17

Вар	Система векторов
1	Система матриц $a_1 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$, $a_2 = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $a_3 = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 3 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, $a_4 = \begin{pmatrix} 7 & 1 & -4 \\ 9 & 9 & -5 \end{pmatrix}$
2	Система многочленов $a_1(x) = 1 + x + x^2 + x^3$, $a_2(x) = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3$, $a_3(x) = 1 - x - 2x^2 - x^3$, $a_4(x) = -3 - 2x - 2x^2 - 4x^3$
3	Система арифметических векторов $a_1 = (1, -2, -3, 0)$, $a_2 = (1, 2, 3, -5)$, $a_3 = (-2, -1, 0, -3)$, $a_4 = (1, 7, 9, -2)$
4	Система линейных форм $y_1 = 3x_1 + 2x_2 - 5x_3 + 4x_4$, $y_2 = 3x_1 - x_2 + 3x_3 - 3x_4$, $y_3 = 3x_1 + 5x_2 - 13x_3 + 11x_4$
5	Система матриц $a_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $a_2 = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $a_3 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $a_4 = \begin{pmatrix} -2 & 6 \\ 7 & -3 \end{pmatrix}$
6	Система многочленов $a_1(x) = 2 - 2x + x^2 + x^3$, $a_2(x) = x - x^2 - 2x^3$, $a_3(x) = 1 + 3x - 2x^2 + x^3$, $a_4(x) = 6 + x - x^2 + 6x^3$
7	Система арифметических векторов $\bar{a}_1(3, -4, 1, 2)$, $\bar{a}_2(1, -1, -1, -1)$, $\bar{a}_3(4, -3, 1, 2)$, $\bar{a}_4(1, -6, 1, 2)$
8	Система линейных форм $y_1 = 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 - x_4$, $y_2 = x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4$, $y_3 = 5x_1 - 3x_2 - x_3 + 8x_4$, $y_4 = 3x_1 + 8x_2 - 9x_3 - 5x_4$

9	Система матриц $a_1 = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -11 & 12 \end{pmatrix}, a_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$
10	Система многочленов $a_1(x) = 2 + 3x + 4x^2 + 5x^3, a_2(x) = -1 - x - x^2 - x^3,$ $a_3(x) = 1 - x - 2x^2 - x^3, a_4(x) = 8 + 4x + 3x^2 + 8x^3$
11	Система арифметических векторов $\overline{a_1}(1, -1, 2, -1), \overline{a_2}(2, 3, -1, 2), \overline{a_3}(4, 1, 3, 1), \overline{a_4}(-1, -9, 8, -7)$
12	Система линейных форм $y_1 = x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4, y_2 = 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4,$ $y_3 = 3x_1 + x_2 + 2x_3 - 2x_4, y_4 = 4x_2 + 2x_3 + 5x_4$
13	Система матриц $a_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix}, a_4 = \begin{pmatrix} -1 & -7 & -5 \\ 4 & 7 & -1 \end{pmatrix}$
14	Система многочленов $a_1(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 2, a_2(x) = 3x^3 - 4x^2 - x - 1,$ $a_3(x) = 2x^3 + x^2 - 2x + 1, a_4(x) = -x^3 + 3x^2 + x$
15	Система арифметических векторов $\overline{a_1}(4, 3, -1, 1), \overline{a_2}(2, 1, -3, 2), \overline{a_3}(1, -3, 0, 1), \overline{a_4}(1, 5, 2, -2)$
16	Система линейных форм $y_1 = 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 4x_4 + x_5, y_2 = x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 5x_5,$ $y_3 = 3x_1 + 7x_2 + 8x_3 - 11x_4 - 3x_5, y_4 = x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 + 3x_5$
17	Система матриц $a_1 = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 6 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ -2 & 5 & 3 \end{pmatrix}, a_4 = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 10 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix}$
18	Система многочленов $a_1(x) = 6x^3 + 5x^2 - 2x + 16, a_2(x) = -x^3 + x^2 + 2x + 3,$ $a_3(x) = 2x^3 - x^2 - 4x, a_4(x) = 3x^3 + 2x^2 - x + 5$
19	Система многочленов $a_1(x) = -x^3 + x^2 - x + 1, a_2(x) = -2x^3 + 3x^2 + 4x,$ $a_3(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + 2, a_4(x) = -5x^3 + 8x^2 + 11x - 3$
20	Система линейных форм $y_1 = 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 - x_5, y_2 = x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 + 2x_5,$ $y_3 = 5x_1 - 5x_2 + 12x_3 + 11x_4 - 5x_5, y_4 = x_1 - 3x_2 + 6x_3 + 3x_4 - 3x_5$
21	Система матриц $a_1 = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 5 & 3 & -2 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & -3 & 1 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}, a_4 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 2 \end{pmatrix}$
22	Система многочленов $a_1(x) = 2x^3 + 4x^2 - 5x - 2, a_2(x) = -x^3 + x^2 + x - 1,$ $a_3(x) = 2x^3 + 11x^2 - 5x - 5, a_4(x) = x^3 - 2x^2 - 4x$
23	Система арифметических векторов

	$\overline{a_1}(2, -1, 3, -1), \overline{a_2}(1, 2, -3, 2), \overline{a_3}(5, -5, 12, -5), \overline{a_4}(1, -3, 6, -3)$
24	Система линейных форм $y_1 = 4x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 - x_5, \quad y_2 = 2x_1 + x_2 - 3x_3 + 2x_4 - 5x_5,$ $y_3 = x_1 - 3x_2 + x_4 - 2x_5, \quad y_4 = x_1 + 5x_2 + 2x_3 - 2x_4 + 6x_5$
25	Система матриц $a_1 = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 7 & 5 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}, a_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
26	Система многочленов $a_1(x) = 2x^3 + x^2 - 2, a_2(x) = -2x^3 + x^2 - 3x + 1,$ $a_3(x) = 1 + 3x - x^2 + x^3, a_4(x) = 6 + x - x^2 + 6x^3$
27	Система арифметических векторов $\overline{a_1}(3, 6, 18, 0), \overline{a_2}(1, 2, -4, 3), \overline{a_3}(0, 2, 1, 2), \overline{a_4}(2, 2, 1, 1)$
28	Система линейных форм $y_1 = x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 - x_5 + 2x_6, \quad y_2 = 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 4x_4 + x_5 - x_6,$ $y_3 = 3x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 + x_5 + 3x_6, \quad y_4 = 4x_1 - 7x_2 + 8x_3 - 15x_4 + 6x_5 - 5x_6,$ $y_5 = 5x_1 + 5x_2 - 6x_3 + 11x_4 + 9x_6$
29	Система матриц $a_1 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} 3 & -6 \\ 2 & 11 \end{pmatrix}, a_4 = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -4 & 6 \end{pmatrix}$
30	Система многочленов $a_1(x) = -x^3 + x^2 - x, a_2(x) = 2x^2 + x - 3,$ $a_3(x) = x^3 + 4x^2 - x - 3, a_4(x) = -2x^3 + 8x^2 + x - 9$

Таблица 18

Вар	Система векторов a_1, a_2, a_3
1	$a_1 = (1, 2, -3), a_2 = (0, 1, -2), a_3 = (2, -1, 0)$
2	$a_1 = (1, 3, 0), a_2 = (-1, -4, 2), a_3 = (-3, -4, 1)$
3	$a_1 = (2, 4, 1), a_2 = (0, -2, 1), a_3 = (3, 0, 2)$
4	$a_1 = (-1, 0, 2), a_2 = (4, -2, 0), a_3 = (0, 3, -3)$
5	$a_1 = (1, 2, 4), a_2 = (0, 2, 1), a_3 = (-2, 0, 5)$
6	$a_1 = (4, 2, 1), a_2 = (-1, 2, 0), a_3 = (5, -1, 0)$
7	$a_1 = (2, 1, 0), a_2 = (1, 5, 2), a_3 = (0, -2, 4)$
8	$a_1 = (3, 2, 1), a_2 = (-1, 0, 2), a_3 = (0, 2, 6)$
9	$a_1 = (-3, 2, -1), a_2 = (4, 0, -2), a_3 = (0, -2, 5)$
10	$a_1 = (-1, -2, 1), a_2 = (-4, 1, -3), a_3 = (1, 2, 0)$
11	$a_1 = (-2, 0, -3), a_2 = (1, -1, 0), a_3 = (-1, -2, 4)$
12	$a_1 = (4, 2, 3), a_2 = (-1, -3, -2), a_3 = (0, -1, -2)$

13	$a_1 = (-1, -2, -4), a_2 = (1, 3, 0), a_3 = (2, -1, 2)$
14	$a_1 = (0, -1, -2), a_2 = (1, -2, -3), a_3 = (2, -3, 1)$
15	$a_1 = (1, 1, 4), a_2 = (1, 2, -2), a_3 = (-2, 3, 0)$
16	$a_1 = (-2, 1, 3), a_2 = (2, -1, -1), a_3 = (2, -1, 0)$
17	$a_1 = (-3, 1, 0), a_2 = (4, 3, 2), a_3 = (5, 4, 3)$
18	$a_1 = (-4, 2, -3), a_2 = (-1, -2, 3), a_3 = (2, -3, 1)$
19	$a_1 = (0, 2, 0), a_2 = (1, 0, 3), a_3 = (5, 6, 7)$
20	$a_1 = (-1, 5, 0), a_2 = (2, 3, 4), a_3 = (-2, 3, -1)$
21	$a_1 = (1, -2, 2), a_2 = (-1, 0, 1), a_3 = (5, -3, -7)$
22	$a_1 = (2, 1, 2), a_2 = (1, 0, 3), a_3 = (-4, 1, 2)$
23	$a_1 = (2, 2, 1), a_2 = (3, -1, 1), a_3 = (4, -2, 3)$
24	$a_1 = (-1, -1, 1), a_2 = (2, 4, 0), a_3 = (0, 3, 1)$
25	$a_1 = (0, 4, 3), a_2 = (1, 1, 2), a_3 = (2, -1, -2)$
26	$a_1 = (2, -2, 1), a_2 = (3, -1, 0), a_3 = (-1, 0, 3)$
27	$a_1 = (-1, 1, 0), a_2 = (0, 1, 1), a_3 = (2, 0, 1)$
28	$a_1 = (-2, 2, 1), a_2 = (0, 1, 3), a_3 = (2, 0, -2)$
29	$a_1 = (3, 0, -4), a_2 = (-2, 1, 2), a_3 = (0, -4, 1)$
30	$a_1 = (-2, -2, 1), a_2 = (-3, 1, -1), a_3 = (1, -2, 3)$

Таблица 19

Вар	Подпространства $W_1 = L(a_1, a_2, a_3), W_2 = L(b_1, b_2, b_3)$
1	$W1 := \{[2 \ -3 \ -2 \ 4], [3 \ 4 \ 2 \ -1], [7 \ -2 \ -2 \ 7]\}$ $W2 := \{[-9 \ -8 \ 4 \ -8], [-4 \ -11 \ -6 \ 6], [-17 \ -30 \ -8 \ 4]\}$
2	$W1 := \{[2 \ -3 \ -2 \ 4], [7 \ -2 \ -2 \ 7], [3 \ 4 \ 2 \ -1]\}$ $W2 := \{[-9 \ -8 \ 4 \ -8], [-17 \ -30 \ -8 \ 4], [-4 \ -11 \ -6 \ 6]\}$
3	$W1 := \{[-13 \ 2 \ -3 \ 13], [-4 \ 5 \ -3 \ 6], [-5 \ -8 \ 3 \ 1]\}$ $W2 := \{[15 \ -12 \ -8 \ -12], [27 \ 30 \ -26 \ -4], [6 \ 21 \ -9 \ 4]\}$
4	$W1 := \{[-4 \ 5 \ -3 \ 6], [-5 \ -8 \ 3 \ 1], [-13 \ 2 \ -3 \ 13]\}$ $W2 := \{[27 \ 30 \ -26 \ -4], [15 \ -12 \ -8 \ -12], [6 \ 21 \ -9 \ 4]\}$
5	$W1 := \{[17 \ -22 \ 2 \ -15], [4 \ 1 \ -8 \ -3], [-3 \ 8 \ -6 \ 3]\}$ $W2 := \{[-3 \ 16 \ 4 \ -10], [11 \ -6 \ -10 \ -9], [36 \ -34 \ -34 \ -17]\}$
6	$W1 := \{[-6 \ -4 \ 4 \ -4], [12 \ -4 \ 9 \ -2], [-48 \ 4 \ -19 \ -2]\}$ $W2 := \{[12 \ -8 \ -6 \ -2], [-24 \ -4 \ -1 \ -6], [-84 \ -4 \ 3 \ -16]\}$
7	$W1 := \{[-19 \ 18 \ 34 \ -13], [9 \ -8 \ -6 \ 7], [4 \ -3 \ 8 \ 4]\}$ $W2 := \{[9 \ -16 \ 4 \ 4], [-1 \ 2 \ 22 \ 1], [-12 \ 22 \ 62 \ -1]\}$
8	$a1 := [-4 \ 3 \ -8 \ 3] \ a3 := [-9 \ 8 \ 6 \ -7] \ a2 := [19 \ -18 \ -34 \ 27]$ $b1 := [-9 \ 16 \ -4 \ 10] \ b2 := [1 \ -2 \ -22 \ 13] \ b3 := [12 \ -22 \ -62 \ 29]$
9	$a1 := [8 \ 2 \ 6 \ 6] \ a3 := [-6 \ -6 \ -12 \ 6] \ a2 := [34 \ 22 \ 48 \ -6]$

	$bl := [-6 \ -12 \ 8 \ 4] \ b2 := [22 \ 10 \ 24 \ 6] \ b3 := [72 \ 42 \ 64 \ 14]$
10	$al := [2 \ -1 \ 4 \ -3] \ a3 := [3 \ 4 \ -3 \ 6] \ a2 := [0 \ -11 \ 18 \ -21]$ $bl := [-9 \ 0 \ 3 \ -4] \ b2 := [2 \ -23 \ 40 \ -45] \ b3 := [-7 \ -23 \ 43 \ -49]$
11	$al := [-2 \ -3 \ 2 \ 1] \ a3 := [1 \ -4 \ 9 \ -4] \ a2 := [-8 \ -1 \ -12 \ 11]$ $bl := [-3 \ -2 \ -7 \ 0] \ b2 := [-18 \ -5 \ -22 \ 23] \ b3 := [-21 \ -7 \ -29 \ 23]$
12	$al := [-3 \ -5 \ 3 \ 6] \ a3 := [2 \ -6 \ 0 \ -1] \ a2 := [-13 \ -3 \ 9 \ 20]$ $bl := [-6 \ -4 \ -11 \ -2] \ b2 := [-29 \ -11 \ 21 \ 46] \ b3 := [-35 \ -15 \ 10 \ 44]$
13	$al := [2 \ -2 \ 9 \ -6] \ a3 := [4 \ 4 \ 6 \ 4] \ a2 := [-2 \ -14 \ 15 \ -26]$ $bl := [-12 \ 3 \ 2 \ 2] \ b2 := [-2 \ -30 \ 39 \ -58] \ b3 := [-14 \ -27 \ 41 \ -56]$
14	$al := [0 \ -2 \ 7 \ 2] \ a3 := [2 \ 0 \ -6 \ 4] \ a2 := [-4 \ -6 \ 33 \ -2]$ $bl := [-6 \ 3 \ -2 \ 6] \ b2 := [-8 \ -14 \ 73 \ -2] \ b3 := [-14 \ -11 \ 71 \ 4]$
15	$al := [-3 \ -4 \ 5 \ 6] \ a2 := [9 \ 10 \ -9 \ 14] \ a3 := [3 \ 3 \ -2 \ 10]$ $bl := [3 \ 4 \ -1 \ 4] \ b2 := [12 \ 14 \ -14 \ 8] \ b3 := [21 \ 24 \ -27 \ 12]$
16	$al := [-2 \ -15 \ 21 \ -5] \ a3 := [3 \ 2 \ 14 \ 16] \ a2 := [8 \ 19 \ 7 \ 37]$ $bl := [3 \ 0 \ -16 \ 8] \ b2 := [10 \ 34 \ -14 \ 42] \ b3 := [17 \ 68 \ -12 \ 76]$
17	$al := [-5 \ -3 \ -6 \ 4] \ a3 := [3 \ 5 \ -5 \ 11] \ a2 := [11 \ 13 \ -4 \ 18]$ $bl := [3 \ 12 \ 0 \ -4] \ b2 := [16 \ 16 \ 2 \ 14] \ b3 := [29 \ 20 \ 4 \ 32]$
18	$al := [2 \ -1 \ 11 \ -1] \ a3 := [3 \ -2 \ 4 \ -2] \ a2 := [4 \ -3 \ -3 \ -3]$ $bl := [3 \ -8 \ -2 \ 8] \ b2 := [2 \ -2 \ -14 \ -2] \ b3 := [1 \ 4 \ -26 \ -12]$
19	$al := [3 \ 5 \ -8 \ -8] \ a3 := [-2 \ 6 \ 6 \ -1] \ a2 := [13 \ 3 \ -36 \ -22]$ $bl := [6 \ -1 \ 11 \ -8] \ b2 := [29 \ 11 \ -80 \ -52] \ b3 := [35 \ 10 \ -69 \ -60]$
20	$al := [-2 \ -5 \ 10 \ 4] \ a3 := [3 \ -4 \ 0 \ 1] \ a2 := [-12 \ -7 \ 30 \ 10]$ $bl := [-9 \ 2 \ -9 \ 8] \ b2 := [-26 \ -19 \ 70 \ 24] \ b3 := [-35 \ -17 \ 61 \ 32]$
21	$W1 := \{[17 \ -22 \ 2 \ -15], [4 \ 1 \ -8 \ -3], [-3 \ 8 \ -6 \ 3]\}$ $W2 := \{[-3 \ 16 \ 4 \ -10], [11 \ -6 \ -10 \ -9], [36 \ -34 \ -34 \ -17]\}$
22	$W1 := \{[-6 \ -4 \ 4 \ -4], [12 \ -4 \ 9 \ -2], [-48 \ 4 \ -19 \ -2]\}$ $W2 := \{[12 \ -8 \ -6 \ -2], [-24 \ -4 \ -1 \ -6], [-84 \ -4 \ 3 \ -16]\}$
23	$W1 := \{[-19 \ 18 \ 34 \ -13], [9 \ -8 \ -6 \ 7], [4 \ -3 \ 8 \ 4]\}$ $W2 := \{[9 \ -16 \ 4 \ 4], [-1 \ 2 \ 22 \ 1], [-12 \ 22 \ 62 \ -1]\}$
24	$al := [-4 \ 3 \ -8 \ 3] \ a3 := [-9 \ 8 \ 6 \ -7] \ a2 := [19 \ -18 \ -34 \ 27]$ $bl := [-9 \ 16 \ -4 \ 10] \ b2 := [1 \ -2 \ -22 \ 13] \ b3 := [12 \ -22 \ -62 \ 29]$
25	$al := [8 \ 2 \ 6 \ 6] \ a3 := [-6 \ -6 \ -12 \ 6] \ a2 := [34 \ 22 \ 48 \ -6]$ $bl := [-6 \ -12 \ 8 \ 4] \ b2 := [22 \ 10 \ 24 \ 6] \ b3 := [72 \ 42 \ 64 \ 14]$
26	$al := [-3 \ -4 \ 5 \ 6] \ a2 := [9 \ 10 \ -9 \ 14] \ a3 := [3 \ 3 \ -2 \ 10]$ $bl := [3 \ 4 \ -1 \ 4] \ b2 := [12 \ 14 \ -14 \ 8] \ b3 := [21 \ 24 \ -27 \ 12]$
27	$al := [-2 \ -15 \ 21 \ -5] \ a3 := [3 \ 2 \ 14 \ 16] \ a2 := [8 \ 19 \ 7 \ 37]$ $bl := [3 \ 0 \ -16 \ 8] \ b2 := [10 \ 34 \ -14 \ 42] \ b3 := [17 \ 68 \ -12 \ 76]$
28	$al := [-5 \ -3 \ -6 \ 4] \ a3 := [3 \ 5 \ -5 \ 11] \ a2 := [11 \ 13 \ -4 \ 18]$ $bl := [3 \ 12 \ 0 \ -4] \ b2 := [16 \ 16 \ 2 \ 14] \ b3 := [29 \ 20 \ 4 \ 32]$
29	$al := [2 \ -1 \ 11 \ -1] \ a3 := [3 \ -2 \ 4 \ -2] \ a2 := [4 \ -3 \ -3 \ -3]$ $bl := [3 \ -8 \ -2 \ 8] \ b2 := [2 \ -2 \ -14 \ -2] \ b3 := [1 \ 4 \ -26 \ -12]$
30	$al := [3 \ 5 \ -8 \ -8] \ a3 := [-2 \ 6 \ 6 \ -1] \ a2 := [13 \ 3 \ -36 \ -22]$ $bl := [6 \ -1 \ 11 \ -8] \ b2 := [29 \ 11 \ -80 \ -52] \ b3 := [35 \ 10 \ -69 \ -60]$

Лабораторное задание №9.

Евклидовы пространства. Скалярное произведение.

Процесс ортогонализации. Ортогональные дополнения

Задание 9.1. Проверить, является ли система векторов a_1, a_2, a_3 (см. табл. 20) базисом в пространстве R^3 . Если система является базисом, то построить по этой системе ортонормированный базис (провести процесс ортогонализации Шмидта).

Задание 9.2. Проверить ортогональность векторов a_1, a_2 (см. табл. 21) пространства R^4 и дополнить эти векторы до ортогонального базиса.

Задание 9.3. Подпространство W^- линейного пространства R^4 задано в виде однородной системы линейных алгебраических уравнений (см. табл. 22). Найти ортогональную проекцию $x^- \in W^-$ вектора $a = (-2, 1, 0, -3) \in R^4$ на подпространство W^- и его ортогональную составляющую $y^\perp \in W^\perp$.

Таблица 20

Вар	Система векторов a_1, a_2, a_3
1	$a_1 = (1, -2, 2), a_2 = (-1, 0, 1), a_3 = (5, -3, -7)$
2	$a_1 = (2, 1, 2), a_2 = (1, 0, 3), a_3 = (-4, 1, 2)$
3	$a_1 = (-1, 1, 0), a_2 = (0, 1, 1), a_3 = (2, 0, 1)$
4	$a_1 = (-3, \sqrt{8}, \sqrt{8}), a_2 = (5, -1, 1), a_3 = (\sqrt{2}, 1, 1)$
5	$a_1 = (2, 2, 1), a_2 = (3, -1, 1), a_3 = (4, -2, 3)$
6	$a_1 = (-1, -1, 1), a_2 = (2, 4, 0), a_3 = (0, 3, 1)$
7	$a_1 = (0, 4, 3), a_2 = (1, 1, 2), a_3 = (2, -1, -2)$
8	$a_1 = (2, -2, 1), a_2 = (3, -1, 0), a_3 = (-1, 0, 3)$
9	$a_1 = (-1, \sqrt{2}, 1), a_2 = (0, -1, 2), a_3 = (3, 0, -1)$
10	$a_1 = (-2, 2, 1), a_2 = (0, 1, 3), a_3 = (2, 0, -2)$
11	$a_1 = (-\sqrt{3}, \sqrt{3}, \sqrt{3}), a_2 = (2, 0, -1), a_3 = (3, -1, 2)$
12	$a_1 = (3, 0, -4), a_2 = (-2, 1, 2), a_3 = (0, -4, 1)$
13	$a_1 = (1, \sqrt{7}, 1), a_2 = (2, -2, -1), a_3 = (-2, 0, 1)$
14	$a_1 = (1, -\sqrt{2}, 1), a_2 = (3, 1, 0), a_3 = (-1, 2, 1)$
15	$a_1 = (3, \sqrt{8}, -\sqrt{8}), a_2 = (0, 1, 2), a_3 = (3, -1, 0)$
16	$a_1 = (0, -1, \sqrt{3}), a_2 = (-\sqrt{2}, 0, \sqrt{2}), a_3 = (0, \sqrt{2}, \sqrt{2})$
17	$a_1 = (2, -2, -1), a_2 = (0, 0, 1), a_3 = (4, 2, -3)$
18	$a_1 = (1, 1, 1), a_2 = (1, 1, 2), a_3 = (-1, 2, 3)$

19	$a_1 = (-2, -2, 1), a_2 = (-3, 1, -1), a_3 = (1, -2, 3)$
20	$a_1 = (1, -2, -1), a_2 = (0, 1, -1), a_3 = (2, 3, -2)$
21	$a_1 = (1, 1, 4), a_2 = (1, 2, -2), a_3 = (-2, 3, 0)$
22	$a_1 = (-2, 1, 3), a_2 = (2, -1, -1), a_3 = (2, -1, 0)$
23	$a_1 = (-3, 1, 0), a_2 = (4, 3, 2), a_3 = (5, 4, 3)$
24	$a_1 = (-4, 2, -3), a_2 = (-1, -2, 3), a_3 = (2, -3, 1)$
25	$a_1 = (0, 2, 0), a_2 = (1, 0, 3), a_3 = (5, 6, 7)$
26	$a_1 = (-1, 5, 0), a_2 = (2, 3, 4), a_3 = (-2, 3, -1)$
27	$a_1 = (0, 4, 3), a_2 = (1, 1, 2), a_3 = (2, -1, 0)$
28	$a_1 = (-2, 1, -2), a_2 = (4, 3, -2), a_3 = (1, 0, 2)$
29	$a_1 = (\sqrt{2}, \sqrt{2}, 0), a_2 = (0, -1, \sqrt{3}), a_3 = (4, -1, \sqrt{3})$
30	$a_1 = (-\sqrt{3}, 1, \sqrt{5}), a_2 = (1, \sqrt{3}, 0), a_3 = (0, \sqrt{5}, 1)$

Таблица 21

Вар	Векторы a_1, a_2	Вар	Векторы a_1, a_2
1	$a_1(-4, -2, 1, 3), a_2(-2, 3, -2, 0)$	2	$a_1(2, 1, 4, 0), a_2(-2, 0, 1, 3)$
3	$a_1(2, -1, 0, 1), a_2(-1, 3, -1, 5)$	4	$a_1(3, -1, 3, 1), a_2(2, 4, 0, -2)$
5	$a_1(0, 3, 4, -1), a_2(2, 2, -1, 2)$	6	$a_1(0, -2, 3, 3), a_2(1, 3, 4, -2)$
7	$a_1(1, 2, 3, -3), a_2(-2, 1, -4, -4)$	8	$a_1(3, 4, 5, -4), a_2(-4, 0, 4, 2)$
9	$a_1(0, 3, -2, -1), a_2(-3, 2, 4, -2)$	10	$a_1(3, 2, 1, 2), a_2(-2, 0, 6, 0)$
11	$a_1(-2, 0, -1, 2), a_2(-2, 1, 2, -1)$	12	$a_1(-1, 2, 0, 2), a_2(2, 4, -3, -3)$
13	$a_1(0, -3, 1, -2), a_2(2, 1, 5, 1)$	14	$a_1(5, -2, 6, -1), a_2(-4, 1, 3, -4)$
15	$a_1(-3, 3, 1, 0), a_2(2, 0, 6, 4)$	16	$a_1(0, -2, -3, -5), a_2(-3, 1, -4, 2)$
17	$a_1(10, 2, 3, -3), a_2(-0.2, 10, -4, 2)$	18	$a_1(-3, 5, 2, 1), a_2(2, 0, 4, -2)$
19	$a_1(-1, 1/2, 3/2, 2), a_2(1/2, 1, -2, 3/2)$	20	$a_1(-1, -2, -3, 7), a_2(2, 0, 4, 2)$
21	$a_1(1, 0, 3, 4), a_2(-2, 3, -2, 2)$	22	$a_1(-4, 0, 4, 2), a_2(3, 4, 5, -4)$
23	$a_1(-2, 1, -4, -4), a_2(1, 2, 3, -3)$	24	$a_1(-1, 3, 3, -2), a_2(2, 1, 0, 1/2)$
25	$a_1(\sqrt{2}, 0, 1, -4), a_2(0, 1, -2, -1/2)$	26	$a_1(2, 3, -1, -3), a_2(\sqrt{2}, 0, 2\sqrt{2}, 0)$
27	$a_1(-2, 3, 2, 1), a_2(4, 3, -1, 1)$	28	$a_1(0, 3, 4, -5), a_2(-1, -3, 1, -1)$
29	$a_1(3, -4, 1, 0), a_2(-5, -3, 3, 2)$	30	$a_1(5, -6, 7, 1), a_2(-2, -3, -1, -1)$

Таблица 22

Вар	Система	Вар	Система
1	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 - x_4 = 0. \end{cases}$	2	$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_4 = 0, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$
3	$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_4 = 0, \\ 2x_1 - x_3 + 2x_4 = 0. \end{cases}$	4	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$
5	$\begin{cases} x_2 - x_3 - 2x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 - x_4 = 0. \end{cases}$	6	$\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_3 - x_4 = 0. \end{cases}$
7	$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_4 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$	8	$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ -x_1 - x_3 + 2x_4 = 0. \end{cases}$
9	$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_4 = 0, \\ x_2 - 2x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$	10	$\begin{cases} -x_1 + x_2 - 2x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_4 = 0. \end{cases}$
11	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_4 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$	12	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$
13	$\begin{cases} x_2 - 2x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 - 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 0. \end{cases}$	14	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 0, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 0. \end{cases}$
15	$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 0, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$	16	$\begin{cases} 2x_1 - 3x_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$
17	$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 0. \end{cases}$	18	$\begin{cases} -x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 0, \\ x_1 - 5x_2 - x_4 = 0. \end{cases}$
19	$\begin{cases} 3x_1 - 4x_3 - 2x_4 = 0, \\ x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 0. \end{cases}$	20	$\begin{cases} -3x_1 + 2x_3 - x_4 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$
21	$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 - 2x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$	22	$\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + x_4 = 0, \\ -2x_1 + x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 0. \end{cases}$
23	$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 - x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$	24	$\begin{cases} 3x_1 + x_3 - 2x_4 = 0, \\ 2x_2 - x_3 + 4x_4 = 0. \end{cases}$
25	$\begin{cases} x_1 - 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$	26	$\begin{cases} -x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 0, \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$
27	$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 - 4x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 - 3x_2 - 5x_3 + 2x_4 = 0. \end{cases}$	28	$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 + x_4 = 0, \\ -x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$
29	$\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + x_4 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$	30	$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - x_3 = 0, \\ -2x_1 - x_2 - 3x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$

Лабораторное задание №10.

Линейные операторы, их структуры.

Собственные числа и собственные векторы матрицы линейного оператора

Задание 10.1.

1) Доказать, что соответствие $\mathbf{A}: R^3 \rightarrow R^3$ (см. табл. 23), переводящее вектор $x = (x_1, x_2, x_3)$ в вектор $\mathbf{A}(x) = y$, является линейным оператором. Найти матрицу $A = (a_{ij})_{i,j=1}^3$ этого оператора в стандартном базисе $B = (e_1, e_2, e_3)$ линейного пространства R^3 . Описать его структуру (образ, ранг, ядро, дефект, найти базисы образа и ядра оператора).

2) Найти матрицу $A' = (a'_{ij})_{i,j=1}^3$ оператора \mathbf{A} в новом базисе $B' = (e'_1, e'_2, e'_3)$.

Проверить выполнимость равенства определителей матриц оператора в разных базисах.

3) Найти собственные числа и соответственные собственные векторы оператора \mathbf{A} в базисах $B = (e_1, e_2, e_3)$ и $B' = (e'_1, e'_2, e'_3)$.

Задание 10.2.

1) Найти собственные числа и соответственные собственные векторы линейного оператора $\mathbf{A}: R^3 \rightarrow R^3$, заданного матрицей A (см. табл. 24) в базисах $B = (e_1, e_2, e_3)$ и $B' = (e'_1, e'_2, e'_3)$;

2) Выяснить, можно ли матрицу A привести к диагональному виду переходом к новому базису. Если это можно сделать, то указать новый базис.

Таблица 23

Вар	Соответствие $\mathbf{A}: R^3 \rightarrow R^3$, базис $B' = (e'_1, e'_2, e'_3)$
1	$\mathbf{A}(x) = (x_1 + 2x_2, -x_1 + 2x_3, 2x_1 + 6x_2 + 2x_3),$ $e'_1 = e_1 + e_2, e'_2 = -e_1 + 2e_2, e'_3 = -e_3$
2	$\mathbf{A}(x) = (-x_1 + x_2 - x_3, -x_1 + 3x_2 - 4x_3, x_1 + x_2 - 2x_3),$ $e'_1 = -e_2, e'_2 = 2e_1 - e_3, e'_3 = e_1 + e_2$
3	$\mathbf{A}(x) = (-x_1 - x_2 - x_3, x_1 + 5x_2 - x_3, x_1 + 3x_2),$ $e'_1 = 2e_1 - e_2, e'_2 = -e_1, e'_3 = e_1 - e_3$
4	$\mathbf{A}(x) = (-3x_1 + x_2 - x_3, -4x_1 + x_2 - 2x_3, x_1 + x_3),$ $e'_1 = -e_1 - e_2, e'_2 = e_1 - 2e_2, e'_3 = e_2 - e_3$
5	$\mathbf{A}(x) = (x_1 - x_2 - x_3, -2x_1 + x_2 - x_3, x_1 - 2x_2 - 4x_3),$ $e'_1 = e_1 + e_3, e'_2 = -2e_2 + e_3, e'_3 = e_1 - e_2$
6	$\mathbf{A}(x) = (2x_1 - 3x_3, -x_1 + x_2, 5x_1 + x_2 - 9x_3),$ $e'_1 = 3e_1, e'_2 = -2e_2, e'_3 = e_1 - e_2 + 2e_3$

7	$A(x) = (2x_1 + 3x_2 - x_3, 3x_1 + 4x_2 - x_3, x_1 + x_2),$ $e'_1 = -2e_2 + e_3, e'_2 = -e_1, e'_3 = 3e_1 - 2e_3$
8	$A(x) = (-x_1 + 7x_2 - 8x_3, -x_1 + x_2, 3x_2 - 4x_3),$ $e'_1 = -e_1 - e_3, e'_2 = -e_2 + 2e_3, e'_3 = e_1 + 2e_2$
9	$A(x) = (5x_1 + x_2 - 6x_3, x_1 + 2x_2 - 3x_3, x_1 - x_2),$ $e'_1 = 2e_1 - 2e_2, e'_2 = e_1 + 2e_3, e'_3 = e_1 + e_2 - e_3$
10	$A(x) = (-x_1 + x_2 - x_3, 5x_2 - x_2 - 2x_3, 2x_1 - 3x_2),$ $e'_1 = -e_3, e'_2 = 2e_1 + 3e_2, e'_3 = -e_1 - 3e_2 - e_3$
11	$A(x) = (3x_1 - 5x_2 + x_3, -2x_1 + 3x_2, x_1 - 2x_2 + x_3),$ $e'_1 = e_1 + e_2 + e_3, e'_2 = -2e_1 + e_2, e'_3 = -e_3$
12	$A(x) = (x_1 - 3x_2 - 4x_3, 2x_2 - x_3, 3x_1 - 7x_2 - 13x_3),$ $e'_1 = e_1 - 2e_2, e'_2 = 2e_1 - e_3, e'_3 = e_1 - e_3$
13	$A(x) = (x_1 - 2x_2, -x_1 + x_2 - x_3, -x_1 - 2x_2 - 4x_3),$ $e'_1 = e_3, e'_2 = e_2 + e_3, e'_3 = e_1 + 2e_2 + 3e_3$
14	$A(x) = (2x_1 + 2x_2 - 3x_3, x_1 + 2x_2, x_1 - 3x_3),$ $e'_1 = -e_1 - e_2 - e_3, e'_2 = -e_1 - e_2, e'_3 = e_1 - 2e_3$
15	$A(x) = (-3x_1 + 2x_2 - 6x_3, -4x_1 + 5x_2 - 2x_3, -x_1 + 3x_2 + 4x_3),$ $e'_1 = -e_1 + 2e_2, e'_2 = -e_1 + 2e_3, e'_3 = -e_2$
16	$A(x) = (x_1 + x_2 - 2x_3, -x_1 + 2x_2 - 3x_3, x_1 + 4x_2 - 7x_3),$ $e'_1 = 2e_1 + e_2, e'_2 = 3e_1 - e_3, e'_3 = -e_3$
17	$A(x) = (3x_1 + 4x_2 - 5x_3, x_1 + 8x_2 - 4x_3, -2x_1 + 4x_2 + x_3),$ $e'_1 = -2e_1 + e_2, e'_2 = e_1, e'_3 = 2e_2 - 3e_3$
18	$A(x) = (3x_1 - 2x_2 + x_3, 2x_1 - 3x_2 + x_3, 12x_1 - 13x_2 + 5x_3),$ $e'_1 = -2e_1 + 3e_2, e'_2 = -2e_1 + e_2 + 2e_2, e'_3 = 2e_1 - e_2$
19	$A(x) = (-3x_1 - 2x_2 + 4x_3, 4x_1 - 2x_2 + x_3, 11x_1 - 2x_2 - 2x_3),$ $e'_1 = 3e_1 - e_2 + 2e_3, e'_2 = e_1 - 2e_2 + 3e_2, e'_3 = e_1 - 2e_2$
20	$A(x) = (x_1 + 3x_2 - 4x_3, 3x_2 - x_3, 3x_1 + 12x_2 - 13x_3),$ $e'_1 = -e_1 + 2e_2, e'_2 = -2e_2 - 3e_3, e'_3 = 3e_1 - e_3$
21	$A(x) = (x_1 + 3x_2 - 4x_3, 3x_2 - x_3, 3x_1 + 12x_2 - 13x_3),$ $e'_1 = 2e_1 - e_2, e'_2 = -e_1, e'_3 = e_1 - e_3$
22	$A(x) = (-x_1 + 2x_2 - 5x_3, 4x_1 - 2x_2 + x_3, 2x_1 + 2x_2 - 9x_3),$ $e'_1 = e_1 - 2e_2, e'_2 = -e_1 - e_2, e'_3 = -e_2 + e_3$

23	$A(x) = (3x_1 + x_2 - 3x_3, 7x_1 - 2x_2 + 3x_3, -4x_1 + 3x_2 - 6x_3),$ $e'_1 = e_1 + e_3, e'_2 = -2e_2 + e_3, e'_3 = e_1 - e_2$
24	$A(x) = (11x_1 + 6x_2 - 8x_3, 3x_1 - 4x_2 + 6x_3, 7x_1 + x_2 - x_3),$ $e'_1 = 2e_1, e'_2 = -3e_2, e'_3 = e_1 - 2e_2 + 2e_3$
25	$A(x) = (-3x_1 + 2x_2 - 4x_3, 3x_1 - 2x_2 + 4x_3, 3x_1 + x_2 - 5x_3),$ $e'_1 = -2e_2 + e_3, e'_2 = 3e_1 - 2e_3, e'_3 = -e_1$
26	$A(x) = (-x_1 + 2x_2 - 5x_3, 4x_1 - 2x_2 + x_3, 2x_1 + 2x_2 - 9x_3),$ $e'_1 = e_1 + 2e_2, e'_2 = -e_1 - e_3, e'_3 = -e_2 + 2e_3$
27	$A(x) = (-3x_1 + 4x_2 - x_3, x_1 + 4x_2 + 5x_3, -2x_1 + 8x_2 + 4x_3),$ $e'_1 = e_1 + e_2 - e_3, e'_2 = e_1 + 2e_3, e'_3 = 3e_1 - 2e_2$
28	$A(x) = (10x_1 + 5x_2 - 9x_3, 2x_1 + 3x_2 - 5x_3, 4x_1 + x_2 - 2x_3),$ $e'_1 = e_1 + 2e_3, e'_2 = -2e_1 + 2e_2, e'_3 = e_1 + e_2 - 3e_3$
29	$A(x) = (-3x_1 + x_2 - x_3, 2x_1 - x_2 + 4x_3, -5x_1 + 2x_2 - 5x_3),$ $e'_1 = -e_1 - 3e_2 - e_3, e'_2 = 2e_1 + 3e_2, e'_3 = -e_2$
30	$A(x) = (-4x_1 + 2x_2, 3x_1 - 3x_3, -x_1 + 2x_2 - 3x_3),$ $e'_1 = 2e_1 + 3e_2 - e_3, e'_2 = -e_1 + e_2, e'_3 = e_1 - 2e_3$

Таблица 24

Вар	Матрица	Вар	Матрица	Вар	Матрица
1	$\begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -4 & 2 & 2 \end{pmatrix}$	2	$\begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ -1 & -2 & -3 \\ 3 & 15 & 12 \end{pmatrix}$	3	$\begin{pmatrix} 3 & -6 & 9 \\ 1 & -2 & 3 \\ -3 & 6 & -9 \end{pmatrix}$
4	$\begin{pmatrix} 4 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$	5	$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$	6	$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$
7	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$	8	$\begin{pmatrix} 7 & -12 & -2 \\ 3 & -4 & 0 \\ -2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$	9	$\begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 8 & -10 & 4 \\ 10 & -14 & 6 \end{pmatrix}$
10	$\begin{pmatrix} -2 & 8 & 6 \\ -4 & 10 & 6 \\ 4 & -8 & -4 \end{pmatrix}$	11	$\begin{pmatrix} 4 & -2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	12	$\begin{pmatrix} -2 & -4 & -4 \\ 2 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

13	$\begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -3 & 5 & -1 \\ -3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$	14	$\begin{pmatrix} 7 & -12 & 6 \\ 10 & -19 & 10 \\ 12 & -24 & 13 \end{pmatrix}$	15	$\begin{pmatrix} 4 & 3 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \\ -2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$
16	$\begin{pmatrix} 7 & 8 & 4 \\ 5 & 6 & 3 \\ -22 & -26 & -13 \end{pmatrix}$	17	$\begin{pmatrix} -22 & -22 & -16 \\ 16 & 16 & 12 \\ 8 & 8 & 6 \end{pmatrix}$	18	$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ -2 & -6 & 13 \\ -1 & -4 & 8 \end{pmatrix}$
19	$\begin{pmatrix} -6 & 9 & -3 \\ -9 & 12 & -3 \\ -9 & 9 & 0 \end{pmatrix}$	20	$\begin{pmatrix} -6 & -15 & 36 \\ -8 & -17 & 42 \\ -5 & -11 & 27 \end{pmatrix}$	21	$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 4 & -1 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$
22	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$	23	$\begin{pmatrix} 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \\ 6 & -9 & 4 \end{pmatrix}$	24	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & -3 & 6 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix}$
25	$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 4 & -7 & 8 \\ 6 & -7 & 7 \end{pmatrix}$	26	$\begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$	27	$\begin{pmatrix} 4 & 6 & 0 \\ -3 & -5 & 0 \\ -3 & -6 & 1 \end{pmatrix}$
28	$\begin{pmatrix} 17 & -8 & 4 \\ -8 & 17 & -4 \\ 4 & -4 & 11 \end{pmatrix}$	29	$\begin{pmatrix} 0 & -3 & 6 \\ -2 & -5 & 12 \\ -1 & -3 & 7 \end{pmatrix}$	30	$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -3 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Лабораторное задание №11.

Квадратичные формы, их основные характеристики.

Приведение квадратичной формы к каноническому виду

Задание 11.1. Привести квадратичную форму $F(x_1, x_2, x_3) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 a_{ij} x_i x_j$ (см.

табл. 25) к каноническому виду $K(y_1, y_2, y_3) = \sum_{i=1}^3 b_i y_i^2$ методом Лагранжа, ука-

зать соответствующее неособенное линейное преобразование.

Задание 11.2.

1. Привести квадратичную форму (см. табл. 26) к каноническому виду методом ортогонального преобразования, написать соответствующее ортогональное преобразование (матрицу U преобразования), выполнить проверку.

2. Определить тип квадратичной формы (по каноническому виду квадратичной формы, по собственным значениям, по критерию Сильвестра).

3. Привести квадратичную форму к каноническому виду методом Лагранжа, указать соответствующее неособенное линейное преобразование, выполнить проверку.

Задание 11.3. Привести общее уравнение кривой второго порядка из задания 7.2 к каноническому виду, приведя соответствующую квадратичную форму кривой при помощи ортогонального преобразования к каноническому виду.

Таблица 25

Вар	Квадратичная форма $F(x_1, x_2, x_3)$
1	$F(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - 2x_2^2 + 4x_3^2 - 2x_1x_2 + 2x_2x_3$
2	$F(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + x_2^2 - 4x_3^2 + 4x_1x_2 - 6x_2x_3 + 2x_1x_3$
3	$F(x_1, x_2, x_3) = -2x_1^2 - x_2^2 + 2x_3^2 + 6x_1x_2 - 2x_2x_3$
4	$F(x_1, x_2, x_3) = -x_2^2 + 2x_3^2 + 2x_1x_2 - 4x_2x_3 + 6x_1x_3$
5	$F(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 4x_3^2 - 2x_1x_2 - x_2x_3 + x_1x_3$
6	$F(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 - x_2x_3 + 4x_1x_3$
7	$F(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 - x_2^2 + 2x_3^2 + 4x_1x_2 - 6x_2x_3 + x_1x_3$
8	$F(x_1, x_2, x_3) = x_2^2 + 2x_3^2 + 4x_1x_2 - 4x_2x_3 - 6x_1x_3$
9	$F(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + x_2^2 - 4x_3^2 + 4x_1x_2 - 6x_2x_3 + 2x_1x_3$
10	$F(x_1, x_2, x_3) = -x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3$
11	$F(x_1, x_2, x_3) = -2x_1^2 - x_2^2 + 4x_3^2 + 4x_2x_3 - 2x_1x_3$
12	$F(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 - x_2^2 + 4x_3^2 + 6x_1x_2 - 2x_1x_3$
13	$F(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 4x_2^2 - x_3^2 + 2x_1x_2 - 4x_2x_3 + x_1x_3$
14	$F(x_1, x_2, x_3) = -2x_1^2 - 2x_2^2 + x_3^2 + x_1x_2 + 2x_2x_3 + x_1x_3$
15	$F(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + 17x_3^2 - 2x_1x_2 + 8x_2x_3$
16	$F(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - 4x_2^2 + 4x_3^2 + 6x_1x_2 - 2x_1x_3 + 8x_2x_3$
17	$F(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 - 2x_2^2 - 4x_3^2 + 2x_1x_2 - 6x_2x_3 + 2x_1x_3$
18	$F(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 + 2x_3^2 + 4x_1x_2 - 2x_2x_3 + 6x_1x_3$
19	$F(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 - 2x_2^2 - x_3^2 + x_1x_2 - 2x_2x_3 + 4x_1x_3$
20	$F(x_1, x_2, x_3) = x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 - x_2x_3 + 6x_1x_3$
21	$F(x_1, x_2, x_3) = -2x_1^2 - x_2^2 + 4x_3^2 + 4x_1x_2 - 2x_2x_3 + 6x_1x_3$
22	$F(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_2^2 - x_3^2 + 4x_1x_2 - 2x_2x_3 + x_1x_3$
23	$F(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 + x_2^2 - 4x_3^2 + 6x_1x_2 - 8x_2x_3 + 2x_1x_3$
24	$F(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 - 4x_3^2 + 10x_1x_2 - x_2x_3 + 2x_1x_3$
25	$F(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 + 4x_2^2 - 2x_3^2 + 6x_1x_2 - 10x_2x_3$
26	$F(x_1, x_2, x_3) = x_2^2 - 4x_3^2 + 6x_1x_2 - 4x_2x_3 + 2x_1x_3$
27	$F(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 - x_2^2 + 6x_1x_2 - 3x_2x_3 + 2x_1x_3$
28	$F(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 + 4x_2^2 - 2x_3^2 + 2x_2x_3 + 5x_1x_3$
29	$F(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 + x_2^2 - 3x_3^2 + x_1x_2 - 2x_2x_3$
30	$F(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 + 4x_1x_2 - 5x_1x_3$

Таблица 26

Вар	Квадратичная форма $F(x_1, x_2, x_3)$
1	$F(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 - 4x_1x_2 - 4x_2x_3$
2	$F(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + x_2^2 - 4x_2x_3 - 4x_1x_2$
3	$F(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - 2x_2^2 - 2x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 8x_2x_3$
4	$F(x_1, x_2, x_3) = 5x_1^2 + 6x_2^2 + 4x_3^2 - 4x_1x_2 - 4x_1x_3$
5	$F(x_1, x_2, x_3) = 3x_1^2 + 6x_2^2 + 3x_3^2 - 4x_1x_2 - 8x_1x_3 - 4x_2x_3$
6	$F(x_1, x_2, x_3) = 7x_1^2 + 5x_2^2 + 3x_3^2 - 8x_1x_2 + 8x_2x_3$
7	$F(x_1, x_2, x_3) = 3x_1^2 + x_2^2 + 2x_3^2 - 4x_1x_3 - 4x_2x_3$
8	$F(x_1, x_2, x_3) = 5x_1^2 + 3x_2^2 + 4x_3^2 - 4x_1x_3 + 4x_2x_3$
9	$F(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 + 5x_2^2 + 6x_3^2 - 4x_1x_3 + 4x_2x_3$
10	$F(x_1, x_2, x_3) = 3x_1^2 + 7x_2^2 + 5x_3^2 + 8x_1x_3 - 8x_2x_3$
11	$F(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_3^2 - 4x_1x_2 - 4x_1x_3$
12	$F(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 3x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 - 4x_1x_3$
13	$F(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 + 5x_2^2 + 3x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_1x_3$
14	$F(x_1, x_2, x_3) = 6x_1^2 + 4x_2^2 + 5x_3^2 - 4x_1x_3 - 4x_2x_3$
15	$F(x_1, x_2, x_3) = 5x_1^2 + 3x_2^2 + 7x_3^2 + 8x_1x_2 - 8x_1x_3$
16	$F(x_1, x_2, x_3) = 5x_1^2 + 6x_2^2 + 7x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_2x_3$
17	$F(x_1, x_2, x_3) = 6x_1^2 + 3x_2^2 + 3x_3^2 - 4x_1x_2 - 4x_1x_3 - 8x_2x_3$
18	$F(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 5x_2^2 + 11x_3^2 - 20x_1x_2 + 4x_1x_3 + 16x_2x_3$
19	$F(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + 5x_3^2 - 6x_1x_2 + 2x_1x_3 - 2x_2x_3$
20	$F(x_1, x_2, x_3) = 7x_1^2 + 5x_2^2 + 6x_3^2 + 4x_1x_3 - 4x_2x_3$
21	$F(x_1, x_2, x_3) = \frac{7}{3}x_1^2 + 2x_2^2 + \frac{5}{3}x_3^2 - \frac{4}{3}x_1x_3 - \frac{4}{3}x_2x_3$
22	$F(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + \frac{5}{3}x_2^2 + \frac{7}{3}x_3^2 + \frac{4}{3}x_1x_2 - \frac{4}{3}x_1x_3$
23	$F(x_1, x_2, x_3) = \frac{2}{3}x_1^2 + \frac{1}{3}x_2^2 + 2x_3^2 + 4x_1x_2 - \frac{8}{3}x_1x_3 + \frac{4}{3}x_2x_3$
24	$F(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + \frac{2}{3}x_2^2 + \frac{1}{3}x_3^2 - \frac{8}{3}x_1x_2 - \frac{4}{3}x_1x_3 - 4x_2x_3$
25	$F(x_1, x_2, x_3) = \frac{10}{9}x_1^2 - \frac{2}{9}x_2^2 + \frac{1}{9}x_3^2 - \frac{8}{9}x_1x_2 - \frac{20}{9}x_1x_3 - \frac{28}{9}x_2x_3$
26	$F(x_1, x_2, x_3) = -\frac{1}{9}x_1^2 + \frac{5}{9}x_2^2 + \frac{14}{9}x_3^2 + \frac{32}{9}x_1x_2 - \frac{4}{9}x_1x_3 + \frac{28}{9}x_2x_3$

27	$F(x_1, x_2, x_3) = \frac{5}{9}x_1^2 - \frac{1}{9}x_2^2 + \frac{14}{9}x_3^2 - \frac{32}{9}x_1x_2 - \frac{28}{9}x_1x_3 - \frac{4}{9}x_2x_3$
28	$F(x_1, x_2, x_3) = -\frac{11}{9}x_1^2 - \frac{5}{9}x_2^2 - \frac{2}{9}x_3^2 + \frac{16}{9}x_1x_2 + \frac{4}{9}x_1x_3 + \frac{20}{9}x_2x_3$
29	$F(x_1, x_2, x_3) = 5x_1^2/9 + 2x_2^2/9 + 11x_3^2/9 + 20x_1x_2/9 + 16x_1x_3/9 - 4x_2x_3/9$
30	$F(x_1, x_2, x_3) = 11x_1^2/3 + 3x_2^2 + 7x_3^2/3 - 8x_1x_2/3 + 8x_2x_3/3$