Министерство цифрового развития, связи и массовых коммуникаций
Российской Федерации СибГУТИ

Кафедра физики

Расчетно-графическое задание по физике №2
Вариант 18

Выполнил: студент гр. ТТ-21 Ланин В. Р.
Преподаватель : Гулидов А.И.

Новосибирск 2023г.

Задача 7

Узкий пучок монохроматического рентгеновского излучения падает на рассеивающее вещество. При этом длины волн излучения, рассеянного под углами 60° и 120°, отличаются друг от друга в два раза. Найти длину волны падающего излучения.

$\theta_1 = 60°$
$\theta_2 = 120°$
$k = \lambda_2/\lambda_1 = 2$

Изменение длины волны фотона при рассеянии (эффект Комптона):

$$\lambda_1 - \lambda = \frac{h}{mc}\left(1-\cos\theta_1\right), \qquad (1)$$

$$\lambda_2 - \lambda = \frac{h}{mc}\left(1-\cos\theta_2\right), \qquad (2)$$

где m — масса частицы отдачи; λ, λ_1 и λ_2 — длины волн; c — скорость света в вакууме; h — постоянная Планка.

Отсюда

$$k = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\frac{h}{mc}\left(1-\cos\theta_2\right)+\lambda}{\frac{h}{mc}\left(1-\cos\theta_1\right)+\lambda}, \qquad (3)$$

$$k\cdot\frac{h}{mc}\left(1-\cos\theta_1\right)+k\cdot\lambda = \frac{h}{mc}\left(1-\cos\theta_2\right)+\lambda, \qquad (4)$$

$$\left(k-1\right)\cdot\lambda = \frac{h}{mc}\left(1-\cos\theta_2\right)-k\cdot\frac{h}{mc}\left(1-\cos\theta_1\right)= \\ =\frac{h}{mc}\left(1-\cos\theta_2-k\cdot\left(1-\cos\theta_1\right)\right); \qquad (5)$$

$$\lambda = \frac{h\cdot\left(1-\cos\theta_2-k\cdot\left(1-\cos\theta_1\right)\right)}{mc\cdot(k-1)}. \qquad (6)$$

В качестве рассеивающего вещества обычно используют электроны. Масса электрона $m = 9{,}11\cdot10^{-31}$ кг.

$$\lambda = \frac{6{,}63\cdot10^{-34}\cdot\left(1-\cos120°-2\cdot\left(1-\cos60°\right)\right)}{9{,}11\cdot10^{-31}\cdot3\cdot10^{8}\cdot(2-1)} = 1{,}21\cdot10^{-12}\ \text{м} = 1{,}21\,\text{пм}. \qquad (7)$$

Ответ: $\lambda = 1{,}21$ пм.

Задача 8

Какую мощность надо подводить к зачерненному металлическому шарику радиусом 2 см, чтобы поддерживать его температуру на 20 *K* выше температуры окружающей среды? Температура окружающей среды 300 *K*. Считать, что тепло теряется только вследствие излучения.

R = 2 см = 0,02 м Δt = 20°C T = 300 К	Согласно закону Стефана-Больцмана излучательность черного шара равна $R_e = \sigma (T + \Delta t)^4,$ (1) где R_e — излучательная способность абсолютно черного тела; $T + \Delta t$ — термодинамическая температура шара; (2) σ = 5,67·10^{-8} Вт/(м^2·К^4) — постоянная Стефана-Больцмана. (3)
P — ?	

Обратный поток тепла шар получает от среды, которая излучает как серое тело:

$$\Phi_e = \sigma T^4. \quad (4)$$

В условиях теплового равновесия излучаемое шаром тепло равно получаемому:

$$R_e S = \Phi_e S + P, \quad (5)$$

где $S = 4\pi R^2$ — площадь поверхности шара.

$$P = R_e S - \Phi_e S = \sigma (T + \Delta t)^4 S - \sigma T^4 S = \left((T + \Delta t)^4 - T^4\right) \cdot 4\pi\sigma R^2 =$$
$$= \left((300 + 20)^4 - 300^4\right) \cdot 4\pi \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 0{,}02^2 = 0{,}68 \text{ Вт}. \quad (6)$$

Ответ: P = 0,68 Вт.

Задача 9

Кинетическая энергия протона равна его энергии покоя. Как изменится длина волны де Бройля этого протона, если его кинетическая энергия уменьшится в 10 раз?

$T_1/T_2 = 10$
λ_2/λ_1 — ?

Длина волны де Бройля в релятивистском случае:

$$\lambda = \frac{hc}{\sqrt{T(T+2E_0)}}, \qquad (1)$$

где $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с — постоянная Планка,

$c = 3 \cdot 10^8$ м/с — скорость света в вакууме,

λ — длина волны.

По условию задачи $T_1 = E_0$, $T_2 = T_1/10 = E_0/10$, где $E_0 = 1{,}50 \cdot 10^{-10}$ Дж — энергия покоя протона.

$$\lambda_1 = \frac{hc}{\sqrt{E_0 \cdot (E_0 + 2E_0)}} = \frac{hc}{\sqrt{3}E_0}; \qquad (2)$$

$$\lambda_2 = \frac{hc}{\sqrt{\frac{E_0}{10} \cdot \left(\frac{E_0}{10} + 2E_0\right)}} = \frac{10hc}{\sqrt{21}E_0}; \qquad (3)$$

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{21}} = \frac{10}{\sqrt{7}} = 3{,}78. \qquad (4)$$

Ответ: увеличится в 3,78 раза.

Задача 10

Постройте в масштабе первые 6 энергетических уровней атома двукратно ионизированного атома лития Li^{++}. Укажите стрелками переходы, соответствующие линиям серии Бальмера и Лаймана. Вычислите энергии фотонов, соответствующие этим линиям.

$k = 6$ Li^{++} $n = 1$ (Лайман) $n = 2$ (Бальмер)	Сериальная формула, определяющая длину волны λ света, излучаемого или поглощаемого водородоподобным атомом при переходе электрона с одной орбиты на другую,
ε — ? схема уровней энергий показать переходы в сериях	$$\frac{1}{\lambda} = Z^2 R \cdot \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right), \qquad (1)$$ где $R = 1{,}097 \cdot 10^7$ м$^{-1}$ — постоянная Ридберга, Z — число протонов в ядре.

Для серии Лаймана $n = 1$, $k = 2, 3, 4, \ldots$

Энергия фотона

$$\varepsilon_k = \frac{hc}{\lambda} = hcZ^2 R \cdot \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right) = C \cdot \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right), \qquad (2)$$

$$C = hcZ^2 R = 6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 3^2 \cdot 1{,}097 \cdot 10^7 = 1{,}964 \cdot 10^{-17} \text{ [СИ]}; \qquad (3)$$

$$\varepsilon_2 = 1{,}964 \cdot 10^{-17} \cdot \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = 1{,}47 \cdot 10^{-17} \text{ Дж}; \qquad (4)$$

$$\varepsilon_3 = 1{,}964 \cdot 10^{-17} \cdot \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2} \right) = 1{,}75 \cdot 10^{-17} \text{ Дж}; \qquad (5)$$

$$\varepsilon_4 = 1{,}964 \cdot 10^{-17} \cdot \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{4^2} \right) = 1{,}84 \cdot 10^{-17} \text{ Дж}; \qquad (6)$$

$$\varepsilon_5 = 1{,}964 \cdot 10^{-17} \cdot \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{5^2} \right) = 1{,}89 \cdot 10^{-17} \text{ Дж}; \qquad (7)$$

$$\varepsilon_6 = 1{,}964 \cdot 10^{-17} \cdot \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{6^2} \right) = 1{,}91 \cdot 10^{-17} \text{ Дж}. \qquad (8)$$

Для серии Бальмера $n = 2$, $k = 3, 4, 5, \ldots$

Энергия фотона

$$\varepsilon_3 = 1{,}964 \cdot 10^{-17} \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) = 2{,}73 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}; \qquad (9)$$

$$\varepsilon_4 = 1{,}964 \cdot 10^{-17} \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2} \right) = 3{,}68 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}; \qquad (10)$$

$$\varepsilon_5 = 1{,}964\cdot10^{-17}\cdot\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{5^2}\right) = 4{,}12\cdot10^{-18}\ \text{Дж;} \qquad (11)$$

$$\varepsilon_6 = 1{,}964\cdot10^{-17}\cdot\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{6^2}\right) = 4{,}36\cdot10^{-18}\ \text{Дж.} \qquad (12)$$

Для построения энергетичеких уровней в масштабе нужно вычислить энергию первого уровня. Энергия E_n электрона, находящегося в водородоподобном атоме на стационарном электронном уровне с главным квантовым числом n

$$E_n = -\frac{m_0 Z^2 e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2 n^2}, \qquad (13)$$

где m_0 — масса покоя электрона; Z — число протонов в ядре; e — заряд электрона; ε_0 — электрическая постоянная, h — постоянная Планка. Энергия состоит из кинетической $E_к$ и потенциальной $E_п$ энергии (энергии связи).
При $n = 1$ получим

$$E_1 = -\frac{m_0 Z^2 e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} = -\frac{9{,}11\cdot10^{-31}\cdot3^2\cdot(1{,}6\cdot10^{-19})^4}{8\cdot(8{,}85\cdot10^{-12})^2\cdot(6{,}63\cdot10^{-34})^2} = -1{,}95\cdot10^{-17}\ \text{Дж.} \qquad (14)$$

Тогда следующие энергетические уровни вычислим, используя значения энергий фотонов серии Лаймана:

$$E_2 = E_1 + \varepsilon_2 = -1{,}95\cdot10^{-17} + 1{,}47\cdot10^{-17} = -0{,}48\cdot10^{-17}\ \text{Дж;} \qquad (15)$$

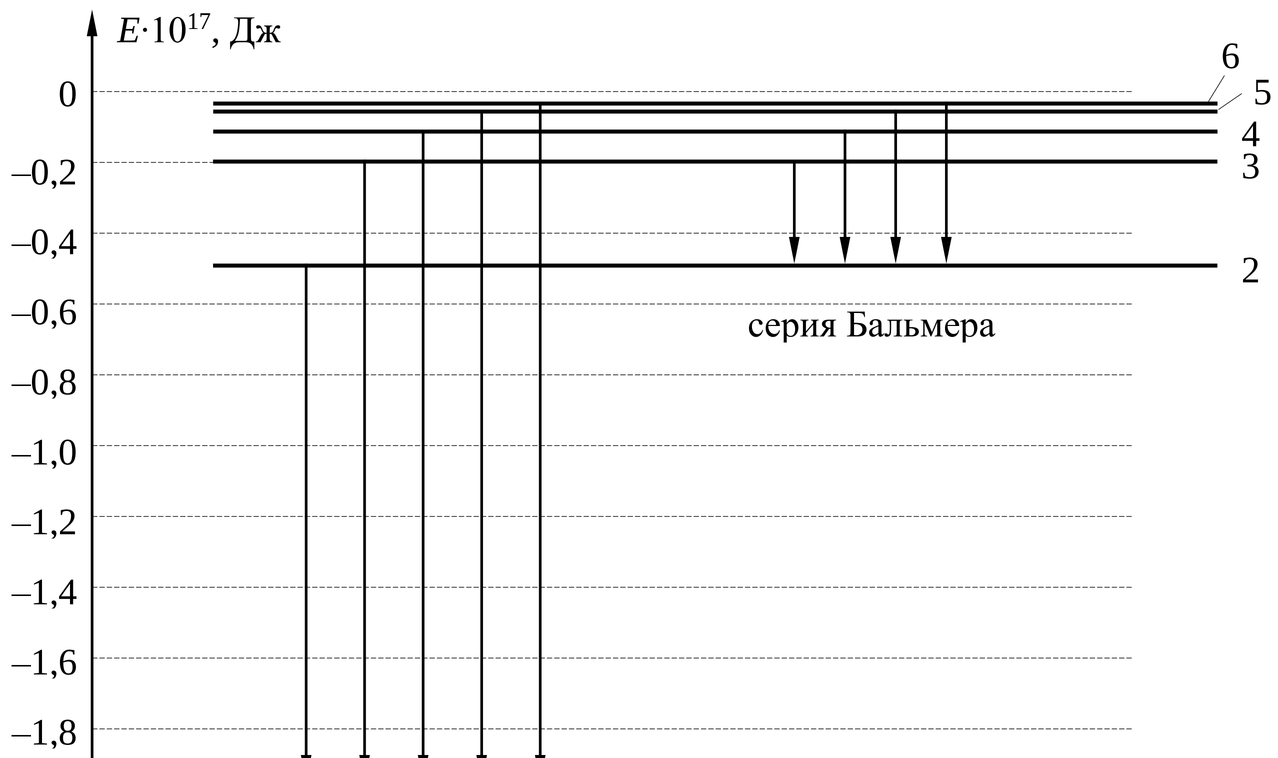
$$E_3 = E_1 + \varepsilon_3 = -1{,}95\cdot10^{-17} + 1{,}75\cdot10^{-17} = -0{,}20\cdot10^{-17}\ \text{Дж;} \qquad (16)$$

$$E_4 = E_1 + \varepsilon_4 = -1{,}95\cdot10^{-17} + 1{,}84\cdot10^{-17} = -0{,}11\cdot10^{-17}\ \text{Дж;} \qquad (17)$$

$$E_5 = E_1 + \varepsilon_5 = -1{,}95\cdot10^{-17} + 1{,}89\cdot10^{-17} = -0{,}06\cdot10^{-17}\ \text{Дж;} \qquad (18)$$

$$E_6 = E_1 + \varepsilon_6 = -1{,}95\cdot10^{-17} + 1{,}91\cdot10^{-17} = -0{,}04\cdot10^{-17}\ \text{Дж.} \qquad (19)$$

Схема энергетических уровней в атоме лития Li^{++}:



Ответ: серия Лаймана: $\varepsilon = 1{,}47\cdot10^{-17}$ Дж; $1{,}75\cdot10^{-17}$ Дж; $1{,}84\cdot10^{-17}$ Дж; $1{,}89\cdot10^{-17}$ Дж; $1{,}91\cdot10^{-17}$ Дж; серия Бальмера: $\varepsilon = 2{,}73\cdot10^{-18}$ Дж; $3{,}68\cdot10^{-18}$ Дж; $4{,}12\cdot10^{-18}$ Дж; $4{,}36\cdot10^{-18}$ Д

Задача 11

Исследования полупроводниковой пластинки показали, что ее сопротивление при температуре –10°С равно 1344 Ом, а при температуре 50°С оно равно 4 Ом. Каким будет сопротивление этой пластинки при температуре 20°С?

t_1 = –10°С r_1 = 1344 Ом t_2 = 50°С r_2 = 4 Ом t_3 = 20°С	Концентрация электронов и дырок при температуре T равна $$n_n = n_p = n_0 e^{-\frac{\Delta\varepsilon}{kT}}.$$ Удельная проводимость собственных проводников равна $$\lambda = e\cdot(n_n\mu_n + n_p\mu_p) = en_n\cdot(\mu_n+\mu_p),$$ где μ_n, μ_p — подвижности электронов и дырок соответственно.
r_3 — ?	

Удельное сопротивление

$$r = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{en_n\cdot(\mu_n+\mu_p)} = \frac{1}{e\cdot n_0 e^{-\frac{\Delta\varepsilon}{kT}}\cdot(\mu_n+\mu_p)}.$$

Отношение сопротивлений при температурах t_2 и t_1:

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{e^{-\frac{\Delta\varepsilon}{kT_1}}}{e^{-\frac{\Delta\varepsilon}{kT_2}}} = e^{\frac{\Delta\varepsilon}{k}\cdot\left(\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1}\right)};$$

$$\ln\frac{r_2}{r_1} = \frac{\Delta\varepsilon}{k}\cdot\left(\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1}\right). \quad (1)$$

Отношение сопротивлений при температурах t_3 и t_1:

$$\frac{r_3}{r_1} = \frac{e^{-\frac{\Delta\varepsilon}{kT_1}}}{e^{-\frac{\Delta\varepsilon}{kT_3}}} = e^{\frac{\Delta\varepsilon}{k}\cdot\left(\frac{1}{T_3}-\frac{1}{T_1}\right)};$$

$$\ln\frac{r_3}{r_1} = \frac{\Delta\varepsilon}{k}\cdot\left(\frac{1}{T_3}-\frac{1}{T_1}\right). \quad (2)$$

Разделим почленно уравнение (2) на уравнение (1):

$$\frac{\ln\frac{r_3}{r_1}}{\ln\frac{r_2}{r_1}} = \frac{\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_1}}{\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}};$$

$$\ln r_3 = \ln\frac{r_2}{r_1} \cdot \frac{\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_1}}{\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}} + \ln r_1;$$

$$r_3 = \exp\left(\ln\frac{r_2}{r_1} \cdot \frac{\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_1}}{\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}} + \ln r_1\right) = \exp\left(\ln\frac{r_2}{r_1} \cdot \frac{\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_1}}{\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}}\right) \cdot \exp(\ln r_1) =$$

$$= \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^{\frac{\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_1}}{\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}}} \cdot r_1 = \left(\frac{4}{1344}\right)^{\frac{\frac{1}{293} - \frac{1}{263}}{\frac{1}{323} - \frac{1}{263}}} \cdot 1344 = 54{,}4 \text{ Ом}.$$

Ответ: r_3 = 54,4 Ом.

Задача 12

Определить активность A фосфора ^{32}P массой m = 1 мг.

Дано	Решение
n = 1 мг = 10^{-6} кг	Период полураспада фосфора $^{32}_{15}P$ 14,3 суток.
A — ?	

$$T_{1/2} = 14{,}3\,\text{сут.} = 14{,}3\cdot 24\cdot 3600\ \text{с} = 1{,}236\cdot 10^{6}\,c. \quad (1)$$

Постоянная радиоактивного распада фосфора:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \quad (2)$$

Активность фосфора:

$$A = \lambda N\ , \quad (3)$$

где N – число нераспавшихся ядер.

$$N = m/(M\cdot N_A) \quad (4)$$

Тогда активность равна:

$$A = \frac{\ln 2\cdot m}{T_{1/2}\cdot M}\cdot N_A \quad (5)$$

M = 0,032 кг/моль – молярная масса фосфора;

N_A = $6{,}02\cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ — число Авогадро.

$$A = \frac{0{,}693\cdot 10^{6}\cdot 6{,}02\cdot 10^{23}}{1{,}236\cdot 10^{6}\cdot 0{,}032} = 1{,}055\cdot 10^{13}\,c^{-1} \quad (6)$$

Ответ: $A = 1{,}055\cdot 10^{13}$ с$^{-1}$.