Министерство цифрового развития, связи и массовых коммуникаций
Российской Федерации СибГУТИ

Кафедра физики

Расчетно-графическое задание по физике №1
Вариант 18

Выполнил: студент гр. ТТ-21 Ланин В. Р.
Преподаватель : Гулидов А.И.

Новосибирск 2023г.

Задача 1

На струне длины 120 см образовалась стоячая волна, причем все точки струны с амплитудой смещения 3,5 мм отстоят друг от друга на 15 см. Найти максимальную амплитуду колебаний струны.

Дано	Решение
l = 120 см y_1 = 3,5 мм d = 15 см	Струна закреплена с двух сторон. По краям у струны узлы. Уравнение стоячей волны
y_m - ?	

$$y(x,t) = A\sin\omega\frac{x}{v}\cdot\cos\omega t, \qquad (1)$$

где $y(x, t)$ — смещение точек среды с координатой x в момент t;
ω — круговая частота;
v — скорость распространения колебаний в среде (фазовая скорость).

Независимый от времени множитель показывает амплитуду колебаний в точке с координатой x.

$$y(x) = A\sin\omega\frac{x}{v}. \qquad (2)$$

Обозначим аргумент функции синус через φ.

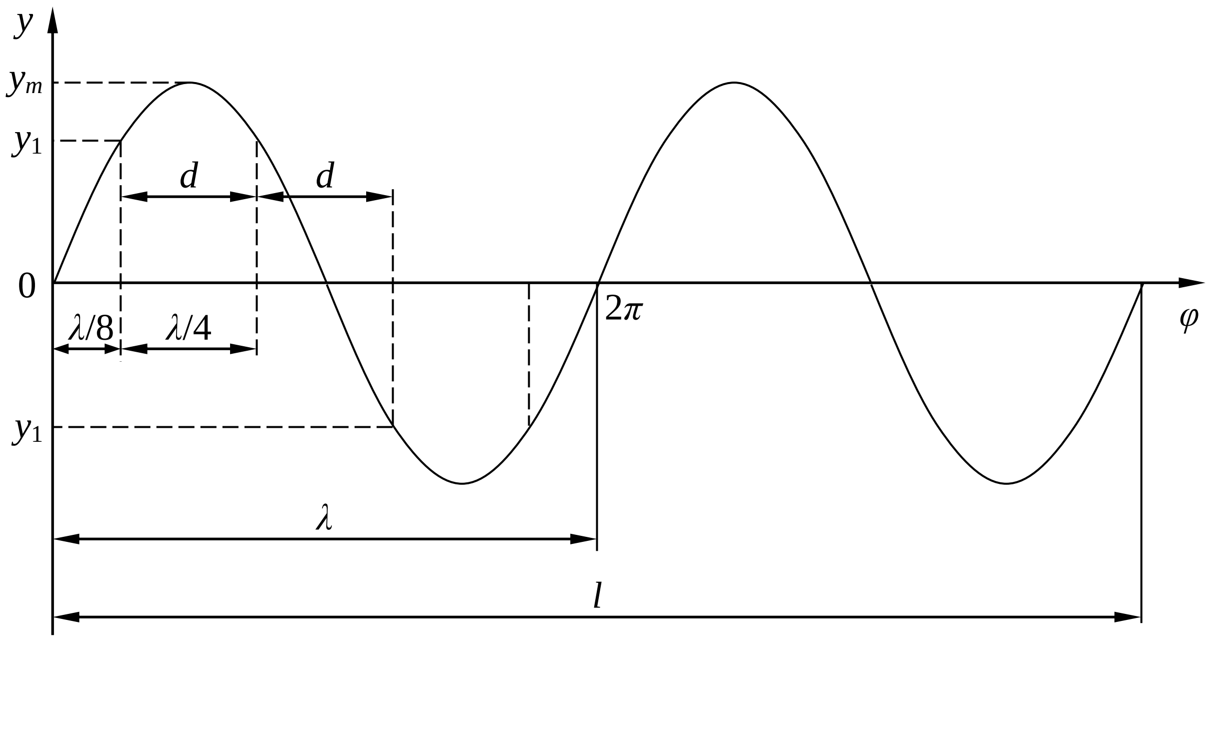
$$y(z) = A\sin\varphi. \qquad (3)$$

Рассмотрим точки струны с амплитудой смещения, равной y_1. Все такие точки находятся на одинаковом расстоянии, если расстояние между ними равно $\lambda/4$ и первая из них отступает от узла на $\lambda/8$. Тогда

$$\lambda/4 = d = 15\text{ см}; \qquad (4)$$

$$\lambda = 60\text{ см}.$$

Покажем это на рисунке.



Тогда координате $x = \lambda/8$ соответствует фаза $\varphi = 2\pi/8 = \pi/4$;

$$y\left(\frac{\pi}{4}\right) = A\sin\frac{\pi}{4} = y_1; \tag{5}$$

$$y_m = A = \frac{y_1}{\sin\frac{\pi}{4}} = \frac{3{,}5\ \text{мм}}{0{,}707} = 5\ \text{мм}. \tag{6}$$

Ответ: $y_m = 5$ мм.

Задача 2

Свет с длинами волн 520 *нм* и 600 *нм* проходит через две щели, расстояние между которыми 0,5 мм. На какое расстояние x (в мм) смещены относительно друг друга интерференционные полосы второго порядка для этих двух длин волн на экране, расположенном на расстоянии 1,5 м?

$\lambda_1 = 520$ нм $= 5{,}2\cdot10^{-7}$ м
$\lambda_2 = 600$ нм $= 6\cdot10^{-7}$ м
$d = 0{,}5$ мм $= 5\cdot10^{-4}$ м
$k = 2$
$L = 1{,}5$ м

x — ?

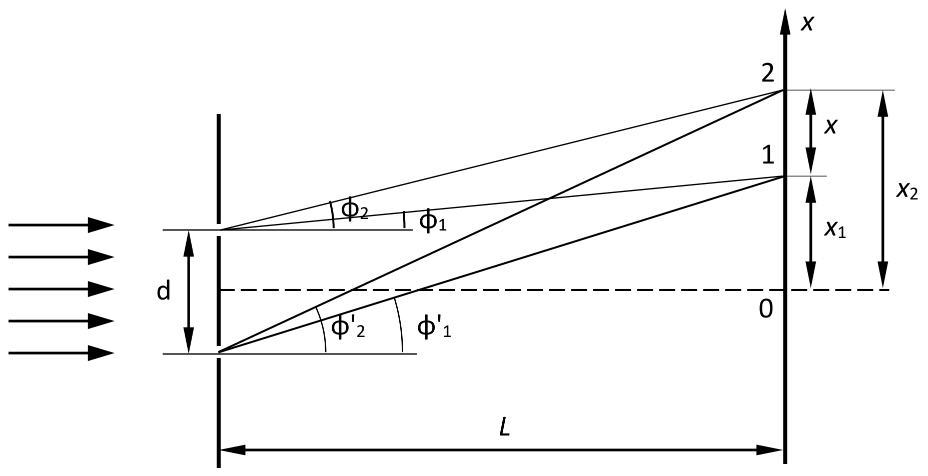
Условие главных дифракционных максимумов при дифракции на двух щелях

$$d\sin\varphi = k\lambda,\ k = 0, 1, 2, 3, \ldots \qquad (1)$$

В нашем случае

$$d\sin\varphi_1 = k\lambda_1, \qquad (2)$$

$$d\sin\varphi_2 = k\lambda_2. \qquad (3)$$



Из рисунка:

$$\frac{x_1 + \frac{d}{2}}{L} = \mathrm{tg}\varphi_1'; \qquad \frac{x_1 - \frac{d}{2}}{L} = \mathrm{tg}\varphi_1; \qquad (4);\ (5)$$

$$\frac{x_2 + \frac{d}{2}}{L} = \mathrm{tg}\varphi_2'; \qquad \frac{x_2 - \frac{d}{2}}{L} = \mathrm{tg}\varphi_2. \qquad (6);\ (7)$$

Так как $d \ll L$, $\varphi'_1 \approx \varphi_1$, $\varphi'_2 \approx \varphi_2$;

$$\mathrm{tg}\varphi_1 \approx \frac{x_1}{L} \approx \sin\varphi_1 = k\lambda_1; \qquad (8)$$

$$\mathrm{tg}\varphi_2 \approx \frac{x_2}{L} \approx \sin\varphi_2 = k\lambda_2. \qquad (9)$$

Отсюда

$$x_1 = k\lambda_1 L; \qquad (10)$$

$$x_2 = k\lambda_2 L; \qquad (11)$$

$$x = x_2 - x_1 = kL(\lambda_2 - \lambda_1) = 2\cdot1{,}5\cdot(6\cdot10^{-7} - 5{,}2\cdot10^{-7}) = 2{,}4\cdot10^{-7}\ \text{м}. \qquad (12)$$

Ответ: $x = 2{,}4\cdot10^{-7}$ м.

Задача 3

На стеклянную плоскопараллельную пластинку с показателем преломления 1,5 падает нормально пучок белого света. При какой наименьшей толщине пластины красные лучи (λ_1 = 650 нм) будут максимально ослаблены, а синие (λ_2 = 500 нм) максимально усилены. Наблюдение в проходящем свете.

$n = 1{,}5$
$\alpha = 0°$
$\lambda_1 = 650$ нм - min
$\lambda_2 = 500$ нм - max

$d_{\min}$ - ?

Оптическая разность хода волн 1 и 2:

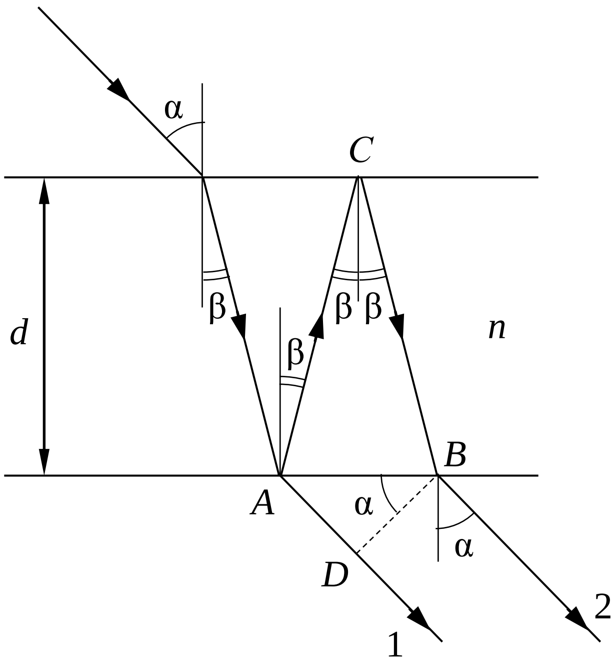
$$\Delta = n(AC + BC) - AD, \quad (1)$$

где n — показатель преломления пленки. Из рисунка:

$$AC = BC = \frac{d}{\cos\beta}, \qquad (2)$$

$$AD = 2d\sin\alpha \operatorname{tg}\beta, \qquad (3)$$

$$n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}. \qquad (4)$$



Тогда

$$\Delta = n\cdot\frac{2d}{\cos\beta} - 2d\sin\alpha \operatorname{tg}\beta = \frac{2d}{\cos\beta}\cdot\left(n - \sin\alpha\cdot\sin\beta\right) =$$

$$= \frac{2d}{\sqrt{1-\sin^2\beta}}\cdot\left(n - \frac{\sin^2\alpha}{n}\right) = \frac{2d}{n\sqrt{1-\sin^2\alpha/n^2}}\cdot\left(n^2 - \sin^2\alpha\right) =$$

$$= \frac{2d}{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}}\cdot\left(n^2 - \sin^2\alpha\right) = 2d\cdot\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}.$$

При нормальном падении лучей α = 0°

$$\Delta = 2nd. \quad (5)$$

1) Условие минимума интефреренции:

$$\Delta = (2k+1)\cdot\frac{\lambda_1}{2};\ \ k = 0, 1, 2, ... \qquad (6)$$

$$2nd = (2k+1)\cdot\frac{\lambda_1}{2}; \qquad (7)$$

$$d = \frac{(2k+1)\cdot\lambda_1}{4n}. \qquad (8)$$

2) Условие максимума интефреренции:

$$\Delta = m\lambda_2;\ \ m = 1, 2, 3, ... \qquad (9)$$

$$2nd = m\lambda_2; \qquad (10)$$

$$d = \frac{m\lambda_2}{2n}. \qquad (11)$$

По условию ослабление для волн λ_1 и усиление для волн λ_2 должно происходить на одной и той же пластинке. Приравняем выражения для *d*:

$$\frac{(2k+1)\cdot\lambda_1}{4n} = \frac{m\lambda_2}{2n}; \qquad (12)$$

$$\frac{2k+1}{m} = \frac{2\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{2\cdot 500\ \text{нм}}{650\ \text{нм}} = \frac{100}{65} = \frac{20}{13}; \qquad (13)$$

$$k = \left(\frac{20m}{13} - 1\right)\cdot\frac{1}{2}. \qquad (14)$$

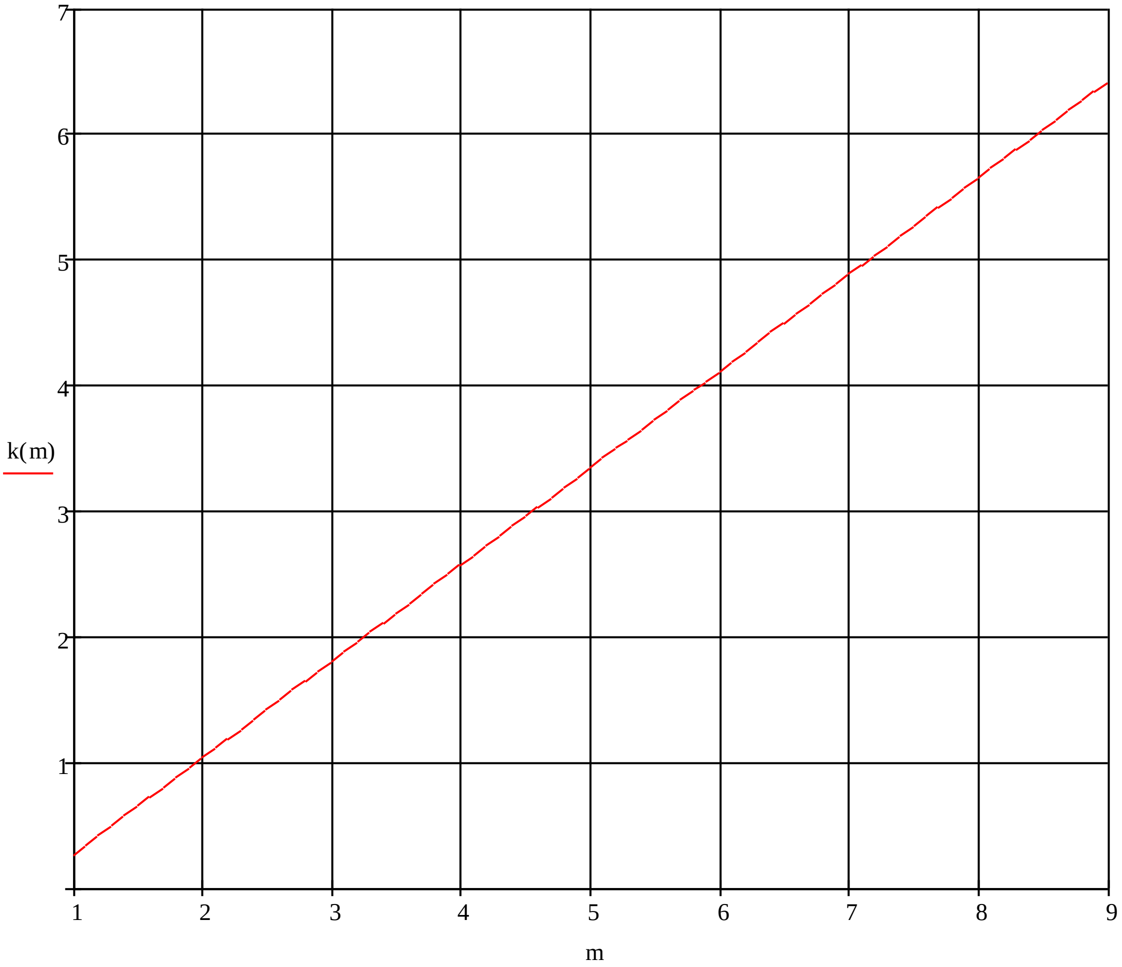
Число *m* должно быть целое. Если брать целое *m*, которое не делится на 13, то выражение $\frac{20m}{13}$ никогда не станет целым числом. Тогда число *k* тоже не будет целым. Найдем такое *m*, при котором *k* — целое.

m	13	26	39	52	65	78	91	104	117
k	9,5	19,5	29,5	39,5	49,5	59,5	69,5	79,5	89,5

Очевидно, что нет такого целого *m*, при котором *k* — целое. Точно выполнить условие ослабления для λ_1 и усиления для λ_2 невозможно.

Попробуем найти приблизительное выполнение условий ослабления и усиления лучей. Построим график зависимости *k*(*m*).

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9
k	0,27	1,04	1,81	2,58	3,35	4,12	4,88	5,65	6,42



Наименьшие числа m и k, близкие к целым:

$m = 2$, $k = 1$.

Минимальная толщина пластины

$$d_{\min} = \frac{m\lambda_2}{2n} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 1{,}5} = 3{,}33 \cdot 10^{-7}\ \text{м} = 333\,\text{нм}. \qquad (15)$$

Ответ: $d_{\min} = 333$ нм.

Задача 4

На круглое отверстие нормально падает плоская монохроматическая волна. На расстоянии 8 м от него находится экран, где наблюдается дифракционная картина. Определить диаметр круглого отверстия, если в отверстии помещалось три зоны Френеля. Длина волны 600 нм. На сколько надо передвинуть экран наблюдения, чтобы в отверстии помещалось шесть зон Френеля?

$l_1 = 8$ м
$m_1 = 3$
$\lambda = 600$ нм $= 6\cdot10^{-7}$ м
$m_2 = 6$

---

d - ?
Δl - ?

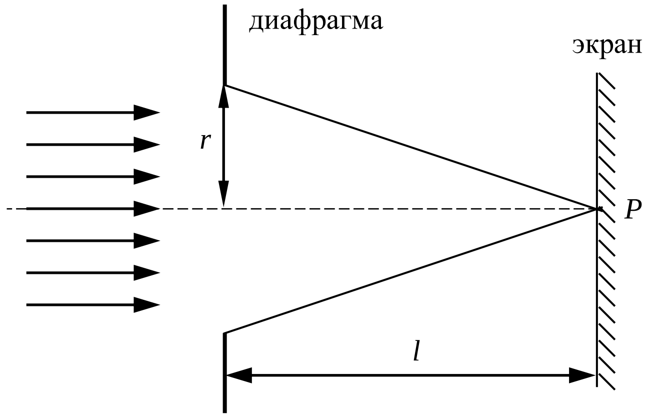
Радиус m-той зоны Френеля для плоской волны

$$r = \sqrt{lm\lambda}, \quad (1)$$

где l — расстояние от диафрагмы до экрана, m - номер зоны Френеля, λ - длина волны.

Отсюда находим диаметр отверстия:

$$d = 2r = 2\sqrt{l_1 m_1 \lambda} = 2\cdot\sqrt{8\cdot3\cdot6\cdot10^{-7}} = \\ = 7{,}6\cdot10^{-3}\text{ м} = 7{,}6\text{ мм}. \quad (2)$$



Для случая, когда в отверстии видно $m_2 = 6$ зон Френеля, запишем

$$d = 2r = 2\sqrt{(l_1 - \Delta l)m_2\lambda}; \quad (3)$$

$$2\sqrt{l_1 m_1 \lambda} = 2\sqrt{(l_1 - \Delta l)m_2\lambda}; \quad (4)$$

$$l_1 m_1 \lambda = (l_1 - \Delta l)m_2\lambda; \quad (5)$$

$$l_1 m_1 = (l_1 - \Delta l)m_2; \quad (6)$$

$$\Delta l = l_1 - \frac{l_1 m_1}{m_2} = \left(1 - \frac{m_1}{m_2}\right)\cdot l_1 = \left(1 - \frac{3}{6}\right)\cdot 8 = 4\text{ м}. \quad (7)$$

Ответ: $d = 7{,}6$ мм; приблизить на $\Delta l = 4$ м.

Задача 5

Белый свет с длиной волны от 400 нм до 750 нм нормально падает на дифракционную решетку, имеющую 4000 штрихов на 1 см. С какого порядка спектры будут частично накладываться друг на друга? Определить угол дифракции, под которым происходит перекрытие спектров.

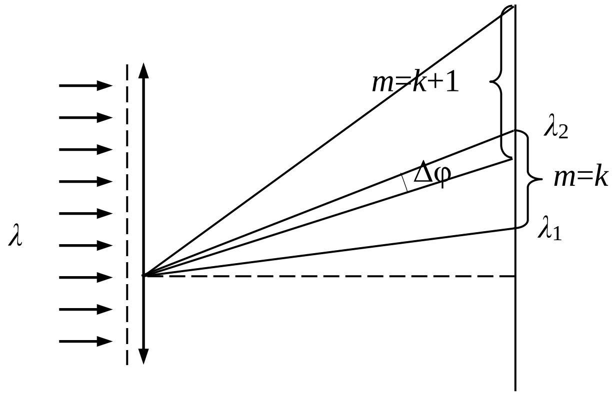
λ_1 = 400 нм = $4\cdot10^{-7}$ м
λ_2 = 750 нм = $7{,}5\cdot10^{-7}$ м
n = 4000 см$^{-1}$ = $4\cdot10^{5}$ м$^{-1}$

k - ?
φ - ?

Условие максимумов интенсивности при дифракции на дифракционной решетке

$$d\sin\varphi = m\lambda,\quad m = 0, 1, 2, 3, ..., \qquad (1)$$

где $d = 1/n$ — постоянная решетки,
φ — угол, под которым виден дифракционный максимум,
m — порядок спектра,
λ — длина волны.



Чтобы спектры перекрывались, должно выполняться условие

$$\varphi(\lambda_2, k) > \varphi(\lambda_1, k+1); \qquad (2)$$

$$\sin\varphi(\lambda_2, k) > \sin\varphi(\lambda_1, k+1); \qquad (3)$$

$$\frac{k\lambda_2}{d} > \frac{(k+1)\lambda_1}{d}; \qquad (4)$$

$$k\lambda_2 > (k+1)\lambda_1; \qquad (5)$$

$$k(\lambda_2 - \lambda_1) > \lambda_1; \qquad (6)$$

$$k > \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{4\cdot10^{-7}}{7{,}5\cdot10^{-7} - 4\cdot10^{-7}} = 1{,}14; \qquad (7)$$

$$k = 2,\ \ k+1 = 3. \qquad (8)$$

Определим угол перекрытия:

$$\varphi(\lambda_2, k) = \arcsin\frac{k\lambda_2}{d} = \arcsin k\lambda_2 n = \arcsin(2\cdot 7{,}5\cdot10^{-7}\cdot 4\cdot10^{5}) = \\ = 36{,}9°; \qquad (9)$$

$$\varphi(\lambda_1, k+1) = \arcsin\frac{(k+1)\lambda_1}{d} = \arcsin(k+1)\lambda_1 n = \\ = \arcsin(3\cdot 4\cdot 10^{-7}\cdot 4\cdot 10^{5}) = 28{,}7°. \qquad (10)$$

Спектр перекрыт в интервале углов дифракции φ = 28,7°÷36,9°.

Ответ: спектры будут частично накладываться друг на друга, начиная с порядков 2 и 3; угол дифракции φ = 28,7°÷36,9°.

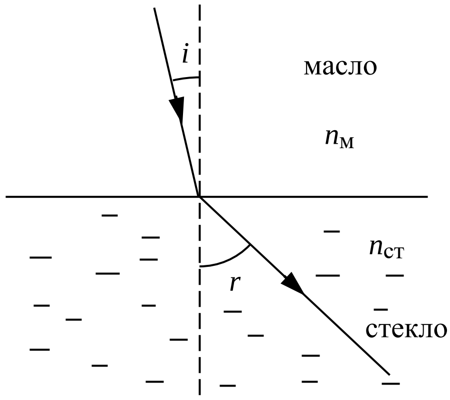
Задача 6

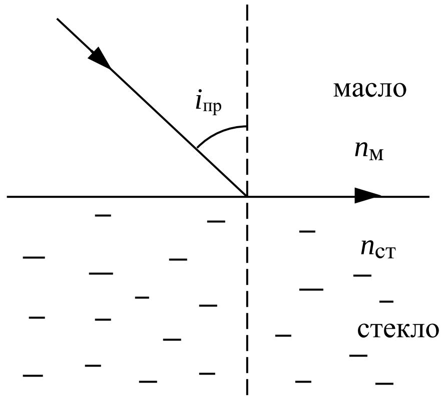
Естественный луч света падает на полированную поверхность стеклянной пластины (n = 1,5), погруженной в коричное масло (n = 1,6). Определить угол полного внутреннего отражения и угол, когда отраженный свет максимально поляризован.

Дано	Решение
$n_{ст}$ = 1,5 $n_{м}$ = 1,6 — $i_{пр}$ - ? $i_{Б}$ - ?	Закон преломления

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_{ст}}{n_{м}}, \qquad (1)$$

$n_{м}$ и $n_{ст}$ - показатели преломления сред, из которой и в которую идет луч света;
i - угол падения луча света;
r - угол преломления света.





При полном отражении r = 90°.

$$\frac{\sin i_{пр}}{\sin 90^\circ} = \frac{n_{ст}}{n_{м}}, \qquad (2)$$

$$\sin i_{пр} = \frac{n_{ст}}{n_{м}} = \frac{1{,}5}{1{,}6} = 0{,}9375, \qquad (3)$$

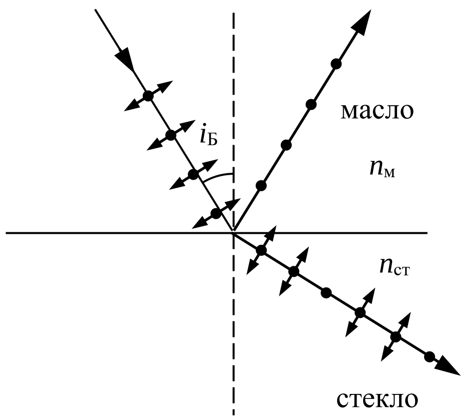
$$i_{пр} = 69{,}64^\circ. \qquad (4)$$

Закон Брюстера

$$\mathrm{tg}\, i_{Б} = \frac{n_{ст}}{n_{м}}, \qquad (5)$$

где $i_{Б}$ — угол падения, при котором отраженная световая волна полностью поляризована.

$$i_{Б} = \mathrm{arctg}\frac{n_{ст}}{n_{м}} = \mathrm{arctg}\frac{1{,}5}{1{,}6} = 43{,}15^\circ. \qquad (6)$$



Ответ: $i_{пр}$ = 69,64°; $i_{Б}$ = 45,15°.