



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. А.Ф. ИОФФЕ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ
НАУК

FAINA

Астрофизический код для моделирования наблюдаемых потоков от источников
излучения

Руководство пользователя

Санкт-Петербург — 2023

Содержание

Введение	3
Установка и запуск	3
Windows	3
Linux	3
Быстрый старт	4
1 Расчет излучения источников	6
1.1 Функции распределения частиц	6
1.1.1 Распределения фотонов	6
1.1.2 Распределения массивных частиц	10
1.1.3 Считывание распределений из файла	12
1.2 Источники излучения	19
1.2.1 Источники излучения, не зависящие от времени	19
1.2.2 Источники излучения, меняющиеся со временем	24
1.3 Вычисление излучения	25
1.3.1 Синхротронное излучение	26
1.3.2 Обратное комптоновское рассеяние	27
1.3.3 Распад пионов	27
1.3.4 Тормозное излучение	27
2 Оптимизация параметров	28
3 Формулы расчета излучения	29
3.1 Преобразование функции распределения фотонов	29
3.2 Комптоновское рассеяние	30
3.3 Синхротронное излучение	30
Литература	30

Введение

FAINA - численный код, предназначенный для расчетов различных видов электромагнитного излучения от астрофизических источников. Код написан на языке C++ с использованием только стандартной библиотеки. В текущей версии кода реализованы следующие виды излучения: синхротронное излучение, излучение за счет обратного комптоновского рассеяния, излучение распада пионов в результате свободно-свободных столкновений протонов, а так же тормозное излучение. FAINA позволяет вычислять наблюдаемые потоки от источников с заданными параметрами, а так же вычислять параметры источников с помощью фитирования наблюдаемых данных расчетными. Так же возможен учет эволюции источников и их излучения во времени.

Установка и запуск

Текущая версия кода доступна на github <https://github.com/VadimRomansky/Faina>. Скачайте архив и разархивируйте его в директорию Faina.

Windows

Для работы с кодом и его запуска в операционной системе Windows необходимо использовать Microsoft Visual Studio и открыть с помощью неё файл Faina.sin, содержащийся в корневой директории кода. Работоспособность проверялась на версии Visual Studio 2022.

Linux

Для запуска FAINA в операционной системе Linux предусмотрены два варианта. Рекомендуется использовать среду разработки QtCreator и открыть с помощью неё проектный файл Faina.pro, содержащийся в корневой дирректории кода.

Так же возможна непосредственная компиляция и запуск из терминала, с помощью команд

```
$ g++ -o faina *.cpp  
$ ./faina
```

Быстрый старт

Рассмотрим простейший пример, приведенный в процедуре `evaluateSimpleSynchrotron` в файле `main.cpp`. В данном примере рассматривается синхротронное излучение от однородного источника в форме плоского диска, с заданной степенной функцией распределения излучающих электронов. Сначала зададим значения магнитного поля и концентрации электронов (в коде используются единицы СГС).

```
double B = 1.0;  
double electronConcentration = 1.0;
```

После этого нужно создать распределение электронов. Вычисление синхротрона реализовано только для изотропного распределения, поэтому создадим изотропное степенное распределение. Конструктор степенного распределения принимает следующие параметры: массу частиц, подставим константу - массу электрона, степенной индекс (он считается положительным и должен быть больше 1), энергию, с которой начинается спектр, в качестве нее выберем энергию покоя электронов, и концентрацию электронов.

```
MassiveParticleIsotropicDistribution* distribution =  
new MassiveParticlePowerLawDistribution(  
    massElectron , 3.0 , me_c2, electronConcentration );
```

Далее создадим источник излучения - однородный плоский диск, параметры его конструктора это распределение электронов, магнитное поле, синус угла наклона магнитного поля к лучу зрения, радиус, толщина и расстояние до него.

```
RadiationSource* source = new SimpleFlatSource(  
    distribution , B, 1.0 , parsec , parsec , 1000 * parsec );
```

Последнее, что нам нужно - вычислитель потока излучения. Ему нужно указать рассматриваемый диапазон энергий электронов, в виде числа точек разбиения для интегрирования, минимальной и максимальной энергии. Так же есть параметр, отвечающий за учет синхротронного самопоглощения, по умолчанию его значение `true`.

```
RadiationEvaluator* evaluator = new  
SynchrotronEvaluator(1000 , me_c2, 1000 * me_c2, true);
```

Синхротронное приближение применимо только при частотах, намного больших циклотронной, поэтому вычислим её

```
double cyclOmega =  
    electron_charge * B / (massElectron * speed_of_light);
```

Теперь осталось только вычислить само излучение. У класса `RadiationEvaluator` есть метод, вычисляющий поток излучения в заданном диапазоне энергий и записывающий его в файл. Нужно указать имя файла, источник излучения, минимальную и максимальную

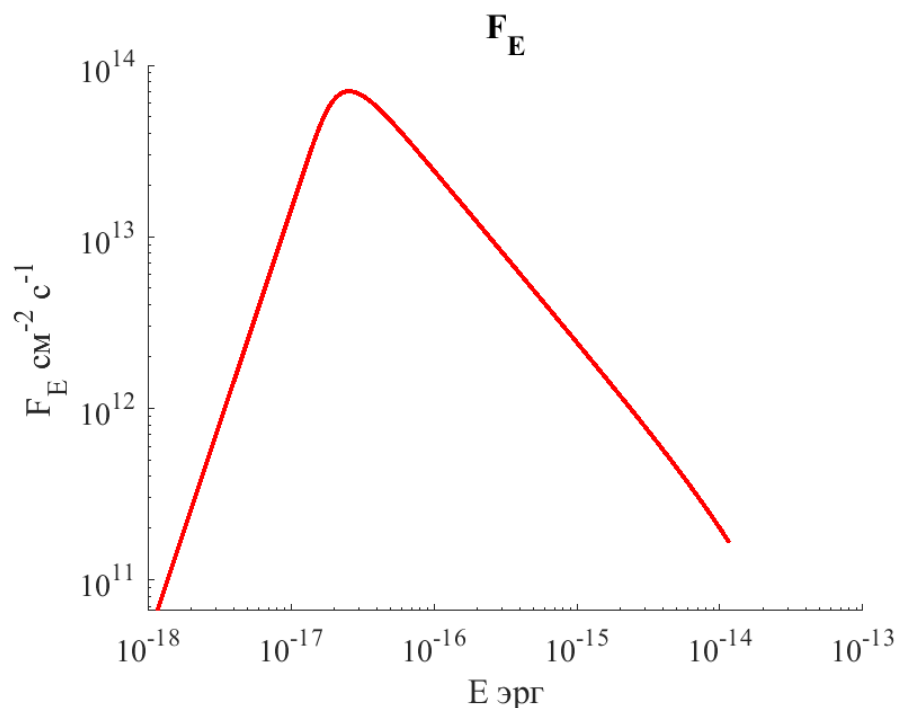


Рисунок 1: Энергетическая плотность потока синхротронного излучения от тестового источника

энергии фотонов, и желаемое количество точек в этом диапазоне. Вычисление потока и вывод происходит в единицах энергия фотонов - энергетическая плотность потока излучения $\text{Вт/эрг см}^2 = \text{см}^{-2}\text{с}^{-1}$. Если необходим вывод в других единицах, то запись в файл нужно переписать самостоятельно.

```
evaluator->writeFluxFromSourceToFile("out.dat",source ,
10*hplank*cyclOmega , 1E5*hplank*cyclOmega , 1000);
```

Функция вычисления синхротронного потока источника готова, осталось лишь вызвать её из основной процедуры `main()`. В результате вычисления должен получиться спектр источника, показанный на рисунке 1

Глава 1

Расчет излучения источников

FAINA позволяет рассчитывать электромагнитное излучение от источников с заданными функциями распределения излучающих частиц и другими параметрами. Построены модели следующих типов излучения: синхротронного, обратного комптоновского рассеяния, пионного распада в результате свободно-свободного взаимодействия протонов и тормозного излучения.

1.1 Функции распределения частиц

Важнейшими исходными данными для расчета любого типа излучения является функция распределения излучающих частиц. В коде FAINA для представления распределений используется абстрактный класс `ParticleDistribution` и семейство наследованных от него классов, соответствующих различным конкретным реализациям. Класс `ParticleDistribution` имеет следующие доступные методы, описанные в Таблице 1.1:

Для вычисления излучения необходимо в первую очередь задать распределение излучающих частиц. Для это нужно создать объект из подходящего класса-наследника `ParticleDistribution`. Дерево наследования на две большие ветви - распределения фотонов, представленных абстрактным классом `PhotonDistribution` и распределения массивных частиц - `MassiveParticleDistribution`. Схема наследования этих классов представлена на рисунке 1.1.

Важно отметить, что распределения фотонов не используются для представления результатов расчета излучения. Они нужны как входной параметр для расчета обратного комптоновского рассеяния. Класс `PhotonDistribution` не имеет дополнительных собственных методов и является лишь интерфейсом. Класс `MassiveParticleDistribution` тоже является абстрактным, в нем не задан конкретный вид распределения, но добавлены новые методы, описанные в Таблице 1.2

1.1.1 Распределения фотонов

От абстрактного класса `PhotonDistribution` наследуются следующие классы: абстрактный `PhotonIsotropicDistribution`, предназначенный для представления изотропных распределений фотонов и `CompoundPhotonDistribution`, представляющий из себя сумму несколь-

Таблица 1.1: Публичные методы класса ParticleDistribution

ParticleDistribution	Абстрактный класс для любых распределений частиц
distribution(const double& energy, const double& mu, const double& phi)	возвращает функцию распределения от энергии, косинуса полярного угла и азимутального угла, нормированную на единицу
virtual distributionNormalized(const double& energy, const double& mu, const double& phi)	чисто виртуальный метод, возвращает функцию распределения от энергии, косинуса полярного угла и азимутального угла, нормированную на концентрацию
getConcentration()	возвращает концентрацию частиц

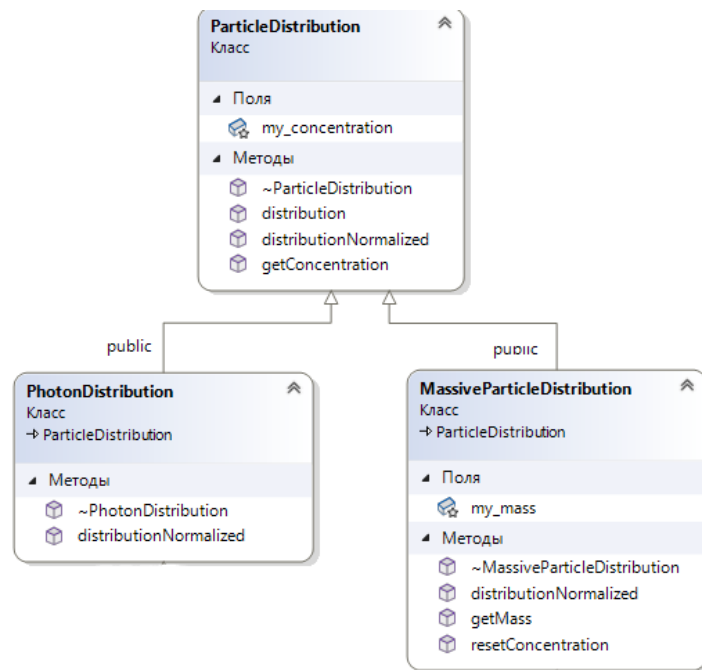


Рисунок 1.1: Схема наследования распределения фотонов и массивных частиц

Таблица 1.2: Публичные методы класса MassiveParticleDistribution

MassiveParticleDistribution	Абстрактный класс для распределений массивных излучающих частиц
getMass()	возвращает массу частиц
resetConcentration(const double& n)	позволяет изменить полную концентрацию частиц в распределении

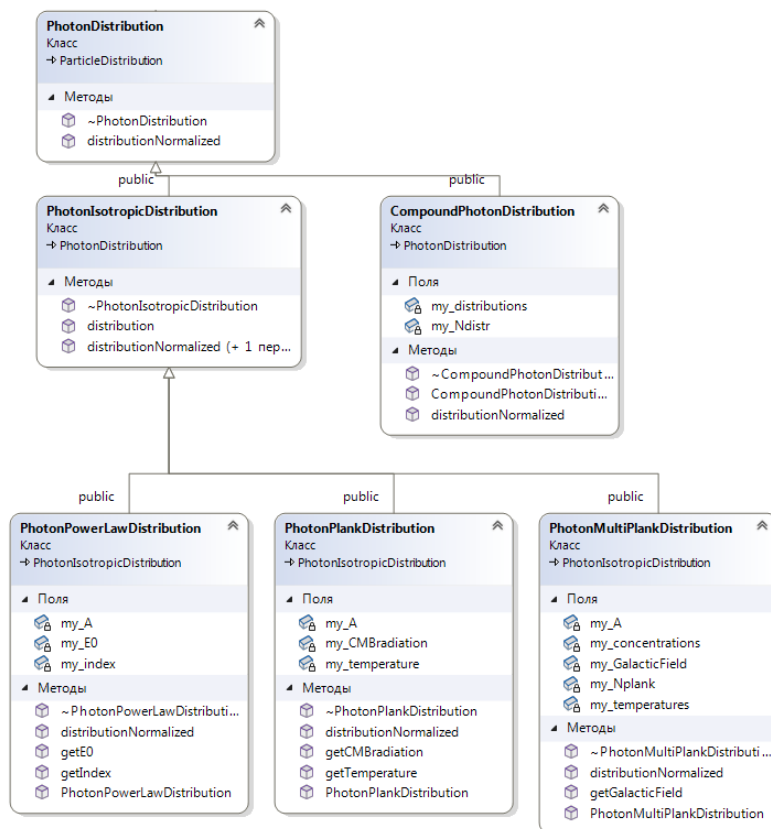


Рисунок 1.2: Схема наследования классов распределений фотонов

ких распределений фотонов общего вида. Схема наследования классов фотонных распределений представлена на рисунке 1.2.

У изотропного распределения `PhotonIsotropicDistribution` добавляются методы, возвращающие значение функции распределения только в зависимости от энергии. Важно понимать, что это не функция распределения по энергии, а полная функция распределения с отброшенными угловыми аргументами. Другими словами, для получения значения функции распределения по энергии нужно домножить значение, возвращенное данным методом на 4π .

У класса `PhotonIsotropicDistribution` есть три наследника, которые уже не абстрактные классы, а непосредственно предназначены для создания распределений. Это `PhotonPowerLawDistribution` для представления степенных распределений, `PhotonPlankDistribution`, для планковских распределений и `PhotonMultiPlankDistribution`, для суммы планковских распределений. Метода класса `PhotonIsotropicDistribution` и его наследников перечислены в таблице 1.3

Класс `CompoundPhotonDistribution` предназначен для представления смеси различных распределений фотонов, не обязательно планковских, как `PhotonMultiPlankDistribution`, и не обязательно изотропных. Его методы описаны в Таблице 1.4

Встроенных анизотропных распределений фотонов в коде на данный момент нет, но пользователь может реализовать их самостоятельно, создав класс, на-

Таблица 1.3: Публичные методы классов изотропных распределений фотонов

PhotonIsotropicDistribution	Абстрактный класс для изотропных распределений фотонов
distribution(const double& energy)	возвращает функцию распределения с отброшенными угловыми аргументами, то есть нормированную на концентрацию, деленную на 4π
virtual distributionNormalized(const double& energy)	чисто виртуальный метод, возвращает функцию распределения с отброшенными угловыми аргументами, нормированную на $1/4\pi$
PhotonPowerLawDistribution	Класс для степенного распределения фотонов
PhotonPowerLawDistribution(const double& index, const double& E0, const double& concentration)	конструктор, создающий экземпляр с заданными показателем наклона, начальной энергией и полной концентрацией
getIndex()	возвращает показатель наклона спектра
getE0()	возвращает минимальную энергию степенного распределения
PhotonPlankDistribution	Класс для планковского распределения фотонов
PhotonPlankDistribution(const double& temperature, const double& amplitude)	конструктор, создающий экземпляр с заданными температурой и амплитудой - то есть отношением концентрации к равновесному планковскому распределению с данной температурой
static getCMBRadiation()	статический метод, возвращающий экземпляр, соответствующий реликтовому излучению (температура $2.725K$, амплитуда 1)
getTemperature()	возвращает температуру распределения
PhotonMultiPlankDistribution	Класс для распределения фотонов, состоящего из суммы планковских распределений
PhotonMultiPlankDistribution(int Nplank, const double* const temperatures, const double* const amplitudes)	конструктор, количество планковских распределений, участвующих в смеси, массив их температур и массив амплитуд
static getGalacticField()	статический метод, возвращающий экземпляр, соответствующий среднегалактическому фотонному распределению, по данным статьи [1]. Данное распределение состоит из пяти планковских компонент, с температурами $2.725K$, $20K$, $3000K$, $4000K$, $7000K$ и амплитудами 1.0 , $4 \cdot 10^4$, $4 \cdot 10^{-13}$, $1.65 \cdot 10^{-13}$, $1.0 \cdot 10^{-14}$ соответственно

Таблица 1.4: Публичные методы класса CompoundPhotonDistribution

CompoundPhotonDistribution		Класс для распределения фотонов, состоящего из суммы других распределений
CompoundPhotonDistribution(int N, PhotonDistribution** distributions)		конструктор, создающий экземпляр с заданным количеством распределений в смеси и массивом этих распределений
CompoundPhotonDistribution(PhotonDistribution* dist1, PhotonDistribution* dist2)		конструктор, создающий экземпляр содержащий смесь из двух распределений
CompoundPhotonDistribution(PhotonDistribution* dist1, PhotonDistribution* dist2, PhotonDistribution* dist3)		конструктор создающий экземпляр содержащий смесь из трех распределений

следующий от PhotonDistribution и определив необходимый виртуальный метод distributionNormalized(const double& energy, const double& mu, const double& phi). Аналогично можно, конечно, создать и другие виды изотропных распределений.

1.1.2 Распределения массивных частиц

Распределения массивных частиц представлены наследниками класса MassiveParticleDistribution. Так же как и в случае с фотонами важную роль играет абстрактный клас для представления изотропных распределений - MassiveParticleIsotropicDistribution. У этого класса есть методы возвращающие значение функции распределения в зависимости от энергии, и опять же, это не функция распределения, проинтегрированная по углам, а полная функция распределения с отброшенными угловыми аргументами. Для получения значения функции распределения по энергии нужно домножить значение, возвращенное данным методом на 4π . Так же добавлен метод записи функции распределения в файл.

Абстрактный класс изотропных распределений имеет шесть наследников, предназначенных для создания конкретных распределений: MassiveParticlePowerLawDistribution - для степенных распределений, MassiveParticleBrokenPowerLawDistribution - для степенных распределений с изломом, MassiveParticlePowerLawCutoffDistribution - для степенных распределений с экспоненциальным завалом, MassiveParticleMaxwellDistribution - для максвелловского распределения (обратите внимание, что в отличие от остальных распределений, максвелловское подразумевает под энергией только кинетическую энергию), MassiveParticleMaxwellJuttnerDistribution - для релятивистского распределения Максвелла-Юттнера и MassiveParticleTabulatedIsotropicDistribution - для таблично заданных распределений.

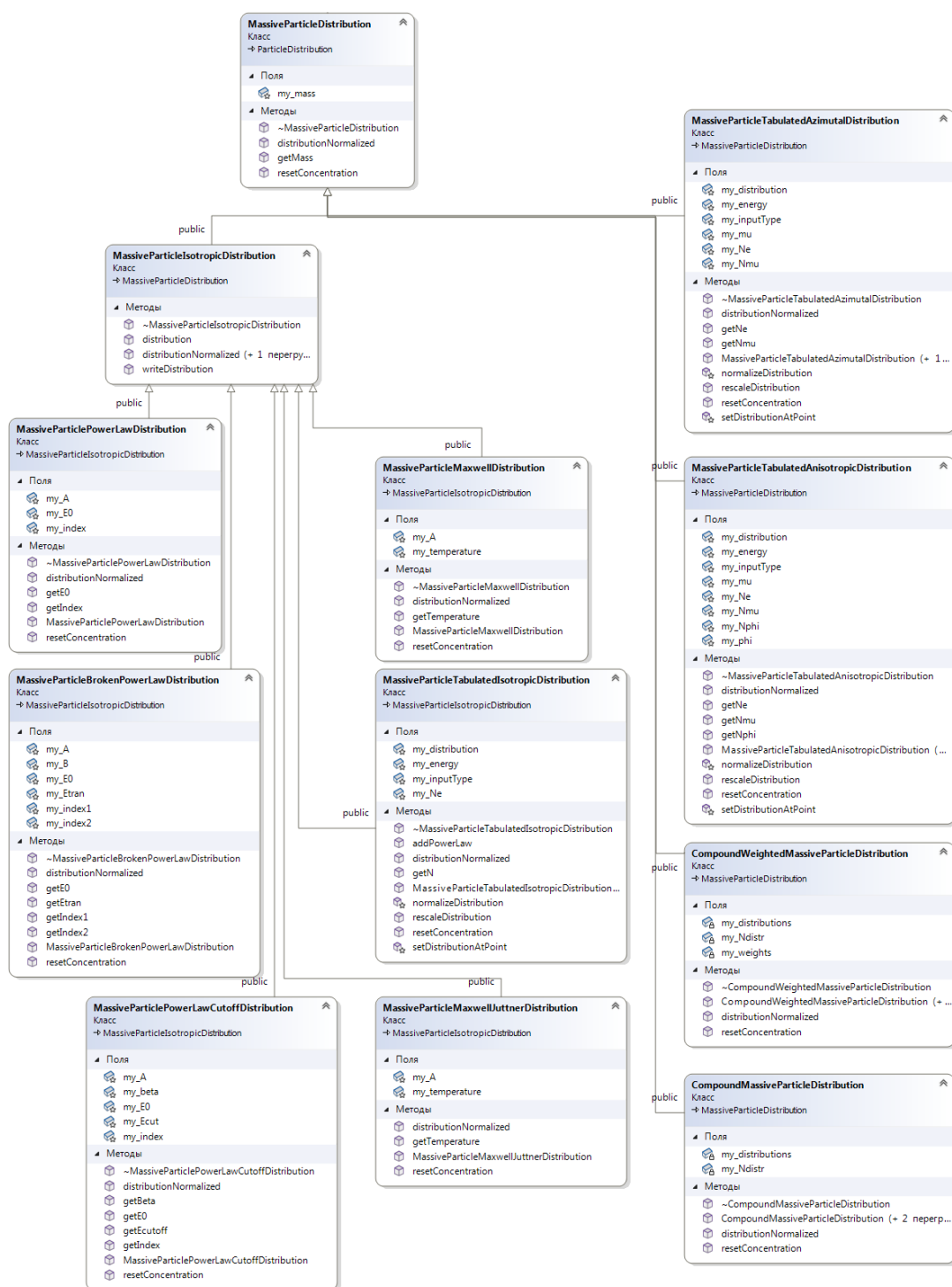


Рисунок 1.3: Схема наследования классов распределения массивных частиц

Таблица 1.5: Публичные методы класса MassiveParticleIsotropicDistribution

MassiveParticleIsotropicDistribution	Абстрактный класс для изотропных распределений
distribution(const double& energy)	возвращает функцию распределения с отброшенными угловыми аргументами, то есть нормированную на концентрацию, деленную на 4π
virtual distributionNormalized(const double& energy)	чисто виртуальный метод, возвращает функцию распределения с отброшенными угловыми аргументами, нормированную на $1/4\pi$
writeDistribution(const char* fileName, int Ne, const double& Emin, const double& Emax)	записывает распределение в файл с данным именем, в диапазоне между данными минимальной и максимальной энергиями с заданным количеством точек, которые распределяются логарифмически

Так же имеется четыре реализации анизотропных распределений: MassiveParticleTabulatedPolarDistribution - для таблично заданных распределений с зависимостью только от энергии и полярного угла, MassiveParticleAnisotropicDistribution - для таблично заданных распределений с зависимостью от всех переменных, CompoundMassiveParticleDistribution - для суммы распределений общего вида, CompoundWeightedMassiveParticleDistribution - для взвешенной суммы распределений общего вида. В некоторых случаях оперировать весами распределений удобнее, чем непосредственно концентрациями. Полная схема наследования классов распределений массивных частиц представлена на рисунке 1.3, список публичных методов классов распределений массивных частиц приведен в Таблице 1.6. Пользователь может сам реализовывать необходимые ему виды распределений излучающих частиц, создав наследника класса MassiveParticleDistribution или MassiveParticleIsotropicDistribution и определив необходимые виртуальные методы.

1.1.3 Считывание распределений из файла

Классы таблично-заданных распределений, такие как например MassiveParticleTabulatedIsotropicDistribution, имеют конструктор принимающие на вход имена файлов, из которых будет считана функция распределения. Это должны быть текстовые файлы, содержащие таблицы с данными, причем формат единиц, в которых измеряется функция распределения может быть разным. Для задания формата входных файлов используется перечислимый тип DistributionInputType, имеющий пять значений:

- ENERGY_FE - во входных файлах заданы энергия и функция распределения по энергии
- ENERGY_KIN_FE - заданы кинетическая энергия и функция распределения по энергии
- GAMMA_FGAMMA - задан лоренц-фактор и функция распределения по нему
- GAMMA_KIN_FGAMMA - задан лоренц-фактор, уменьшенный на единицу, и функция распределения по нему
- MOMENTUM_FP - задан импульс и функция распределения по импульсу

Вне зависимости от формата входного файла, функция распределения будет преобразована к единицам энергия - распределение по энергии. С помощью этих параметров можно считывать табличные распределения из файлов, например так:

```
double electronConcentration = 1.0;
int N = 100;
MassiveParticleIsotropicDistribution* distribution = new
MassiveParticleTabulatedIsotropicDistribution( massElectron ,
"energy.dat" , "distribution.dat" , N, electronConcentration ,
DistributionInputType::ENERGY_FE);
```

Для облегчения создания распределений из файла в сложных случаях реализован класс MassiveParticleDistributionFactory. У него есть несколько методов, позволяющих считывать целые серии распределений из набора пронумерованных файлов. Что может быть полезно, если функция распределения зависит от некоторого параметра, как в примере вычисления синхротронного излучения описанном в следующей главе ???. Считать серию из десяти распределений электронов, содержащихся в файлах с именами "Fe0.dat" , "Fe1.dat" и так далее, состоящих из двух колонок - лоренц-фактор и функция распределения, и добавить к этим распределениям степенной хвост с показателем 3, начиная с энергий в 100 энергий покоя можно вызовом одной функции:

```
double electronConcentration = 1.0;
int Nenergy = 100;
int Ndistribution = 100;
double powerLawEnergy = 100*me_c2;
double index = 3.0;
MassiveParticleIsotropicDistribution** distributions =
MassiveParticleDistributionFactory::
readTabulatedIsotropicDistributionsAddPowerLawTail(
massElectron , "./input/Fe" , ".dat" , Ndistribution ,
```

DistributionInputType::GAMMA_FGAMMA, electronConcentration, Nenergy, powerLawEnergy, index);

Так же у пользователя есть возможность использовать конструкторы табличных распределений, принимающие не имена файлов, а непосредственно массивы со значениями функции распределения, которые пользователь создать любым удобным ему способом.

Таблица 1.6: Публичные методы классов распределений массивных частиц

MassiveParticlePowerLawDistribution	Класс для степенного распределения
MassiveParticlePowerLawDistribution(const double& mass, const double& index, const double& E0, const double& concentration)	конструктор, создает экземпляр степенного распределения частиц с заданными массой, степенным индексом, начальной энергией распределения и полной концентрацией
getIndex()	возвращает степенной индекс распределения
getE0()	возвращает начальную энергию распределения
MassiveParticleBrokenPowerLawDistribution	Класс для степенного распределения с изломом
MassiveParticleBrokenPowerLawDistribution(const double& mass, const double& index1, const double& index2, const double& E0, const double& Etran, const double& concentration)	конструктор, создает экземпляр степенного распределения с изломом частиц с заданными массой, степенными индексами на низких и высоких энергиях, начальной энергией распределения, энергией соответствующей излому и полной концентрацией
getIndex1()	возвращает степенной индекс распределения на низких энергиях
getIndex2()	возвращает степенной индекс распределения на высоких энергиях
getE0()	возвращает начальную энергию распределения
getEtran()	возвращает энергию излома
MassiveParticlePowerLawCutoffDistribution	Класс для степенного распределения с экспоненциальным завалом
MassiveParticlePowerLawCutoffDistribution(const double& mass, const double& index, const double& E0, const double& beta, const double& Ecut, const double& concentration)	конструктор, создает экземпляр степенного распределения с экспоненциальным завалом частиц с заданными массой, степенным индексом, начальной энергией распределения, параметром завала, энергией завала и полной концентрацией. $F(E) \propto (E/E_0)^{-index} \cdot \exp(-(E/E_{cut})^\beta)$

<code>getIndex()</code>	возвращает степенной индекс распределения
<code>getBeta()</code>	возвращает параметр завала распределения
<code>getE0()</code>	возвращает начальную энергию распределения
<code>getEcutoff()</code>	возвращает энергию экспоненциального завала
MassiveParticleMaxwellDistribution	Класс для распределения Максвелла
<code>MassiveParticleMaxwellDistribution(const double& mass, const double& temperature, const double& concentration)</code>	конструктор, создает экземпляр распределения Максвелла частиц с заданными массой, температурой и полной концентрацией
<code>getTemperature()</code>	возвращает температуру распределения
MassiveParticleMaxwellJuttnerDistribution	Класс для распределения Максвелла-Юттнера
<code>MassiveParticleMaxwellJuttnerDistribution(const double& mass, const double& temperature, const double& concentration)</code>	конструктор, создает экземпляр распределения Максвелла-Юттнера частиц с заданными массой, температурой и полной концентрацией
<code>getTemperature()</code>	возвращает температуру распределения
MassiveParticleTabulatedIsotropicDistribution	Класс для таблично заданного изотропного распределения
<code>MassiveParticleTabulatedIsotropicDistribution(const double& mass, const char* fileName, const int N, const double& concentration, DistributionInputType inputType)</code>	конструктор, создает экземпляр табличного распределения частиц с заданными массой и полной концентрацией с помощью указанного файла, состоящего из двух колонок с данными указанной длины. Так же указывается формат входных данных.
<code>MassiveParticleTabulatedIsotropicDistribution(const double& mass, const char* energyFileName, const char* distributionFileName, const int N, const double& concentration, DistributionInputType inputType)</code>	конструктор, создает экземпляр табличного распределения частиц с заданными массой и полной концентрацией с помощью указанных двух файлов, состоящих из колонок с данными указанной длины. Так же указывается формат входных данных.
<code>MassiveParticleTabulatedIsotropicDistribution(const double& mass, const double* energy, const double* distribution, const int N, const double& concentration, DistributionInputType inputType)</code>	конструктор, создает экземпляр табличного распределения частиц с заданными массой и полной концентрацией с помощью двух переданных массивов данных указанной длины. Так же указывается формат входных данных.

getN()	возвращает количество ячеек в таблице задающей функцию
getEmin()	возвращает минимальную энергию распределения
getEmax()	возвращает максимальную энергию распределения
rescaleDistribution(const double& k)	масштабирует распределение, вытягивая его по оси энергии по формуле $E' = mc^2 + k \cdot (E - mc^2)$, $F(E') = F(E)/k$. Данная функция может быть полезна, например, в случае когда исходная функция распределения получена в результате работы численного кода с измененной массой электронов
addPowerLaw(const double& Epower, const double& index)	добавляет к функции распределения степенной с указанным индексом, начиная с указанной энергии. Функция распределения при этом остается нормированной на указанную ранее концентрацию
MassiveParticleTabulatedPolarDistribution	Класс для таблично заданного распределения с зависимостью от полярного угла
MassiveParticleTabulatedPolarDistribution(const double& mass, const char* energyFileName, const char* muFileName, const char* distributionFileName, const int Ne, const int Nmu, const double& concentration, DistributionInputType inputType)	конструктор, создает экземпляр табличного распределения частиц с заданными массой и полной концентрацией с помощью трех указанных файлов, в двух из которых содержатся сетки по энергии и косинусу полярного угла с указанными размерами, а в третьем двумерный массив функции распределения. Так же указывается формат входных данных.
MassiveParticleTabulatedPolarDistribution(const double& mass, const double* energy, const double* mu, const double** distribution, const int Ne, const int Nmu, const double& concentration, DistributionInputType inputType)	конструктор, создает экземпляр табличного распределения частиц с заданными массой и полной концентрацией с помощью трех переданных массивов данных, в двух из которых содержатся сетки по энергии и косинусу полярного угла с указанными размерами, а в третьем двумерный массив функции распределения. Так же указывается формат входных данных.

getNe()	возвращает количество ячеек по энергии в таблице задающей функцию распределения
getEmin()	возвращает минимальную энергию распределения
getEmax()	возвращает максимальную энергию распределения
getNmu()	возвращает количество ячеек по полярному углу в таблице задающей функцию распределения
rescaleDistribution(const double& k)	масштабирует распределение, вытягивая его по оси энергии по формуле $E' = mc^2 + k \cdot (E - mc^2)$, $F(E', \mu) = F(E, \mu)/k$. Данная функция может быть полезна, например, в случае когда исходная функция распределения получена в результате работы численного кода с измененной массой электронов
MassiveParticleTabulatedAnisotropicDistribution	К ласс для таблично заданного анизотропного распределения общего вида
MassiveParticleTabulatedAnisotropicDistribution(const double& mass, const char* energyFileName, const char* muFileName, const char* distributionFileName, const int Ne, const int Nmu, const int Nphi, const double& concentration, DistributionInputType inputType)	конструктор, создает экземпляр табличного распределения частиц с заданными массой и полной концентрацией с помощью трех указанных файлов, в двух из которых содержатся сетки по энергии и косинусу полярного угла с указанными размерами, а в третьем двумерный массив функции распределения. Сетка по азимутальному углу считается расномерной и определяется только размером. Так же указывается формат входных данных.
MassiveParticleTabulatedAnisotropicDistribution(const double& mass, const double* energy, const double* mu, const double*** distribution, const int Ne, const int Nmu, const int Nphi, const double& concentration, DistributionInputType inputType)	конструктор, создает экземпляр табличного распределения частиц с заданными массой и полной концентрацией с помощью трех переданных массивов данных, в двух из которых содержатся сетки по энергии и косинусу полярного угла с указанными размерами, а в третьем двумерный массив функции распределения. Сетка по азимутальному углу считается расномерной и определяется только размером. Так же указывается формат входных данных.

getNe()	возвращает количество ячеек по энергии в таблице задающей функцию распределения
getEmin()	возвращает минимальную энергию распределения
getEmax()	возвращает максимальную энергию распределения
getNmu()	возвращает количество ячеек по полярному углу в таблице задающей функцию распределения
getNphi()	возвращает количество ячеек по азимутальному углу в таблице задающей функцию распределения
rescaleDistribution(const double& k)	масштабирует распределение, вытягивая его по оси энергии по формуле $E' = mc^2 + k \cdot (E - mc^2)$, $F(E', \mu, \phi) = F(E, \mu, \phi)/k$. Данная функция может быть полезна, например, в случае когда исходная функция распределения получена в результате работы численного кода с измененной массой электронов
CompoundMassiveParticleDistribution	Класс для распределения, состоящего из суммы других распределений
CompoundMassiveParticleDistribution(int N, MassiveParticleDistribution** distributions)	конструктор, создает экземпляр класса содержащий смесь заданного количества указанных распределений
CompoundMassiveParticleDistribution(MassiveParticleDistribution* dist1, MassiveParticleDistribution* dist2)	конструктор, создает экземпляр класса, содержащий смесь двух распределений
CompoundMassiveParticleDistribution(MassiveParticleDistribution* dist1, MassiveParticleDistribution* dist2, MassiveParticleDistribution* dist3)	конструктор, создает экземпляр класса, содержащий смесь трех распределений
CompoundWeightedMassiveParticleDistribution	Класс для распределения, состоящего из взвешенной суммы других распределений
CompoundWeightedMassiveParticleDistribution(int N, const double* weights, MassiveParticleDistribution** distributions)	конструктор, создает экземпляр класса содержащий смесь заданного количества указанных распределений с заданными весами
CompoundWeightedMassiveParticleDistribution(MassiveParticleDistribution* dist1, const double& w1, MassiveParticleDistribution* dist2, const double& w2)	конструктор, создает экземпляр класса, содержащий смесь двух распределений с указанными весами

CompoundWeightedMassiveParticleDistribution(MassiveParticleDistribution* dist1, const double& w1, MassiveParticleDistribution* dist2, const double& w2, MassiveParticleDistribution* dist3, const double& w3)	конструктор, создает экземпляр класса, содержащий смесь трех распределений с указанными весами
--	--

1.2 Источники излучения

В коде FAINA есть возможность расчета излучения, используя на прямую функции распределения излучающих частиц, с указанием необходимых дополнительных параметров, таких как объем источника, расстояние до него, магнитное поле и других. Но более универсальным и рекомендованным способом является расчет с помощью создания модели источника излучения. При таком подходе возможно учесть геометрическое строение источника, его неоднородности и другие особенности.

Реализованы два базовых класса источников - независимые от времени, представленные абстрактным классом RadiationSource, и изменяющиеся со временем, представленные абстрактным классом RadiationTimeDependentSource. Эти два класса не связаны между собой через наследование, но объект первого класса содержится внутри объектов второго как приватное поле класса. Схема классов источников излучения представлена на рисунке 1.4.

1.2.1 Источники излучения, не зависящие от времени

Источники излучения без временной зависимости реализованы с помощью абстрактного класса RadiationSource. Геометрически каждый источник задан в виде пространственной области в цилиндрических координатах, с осью z направленной вдоль луча зрения к наблюдателю, и характеризуется максимальным радиусом и минимальным и максимальным значением координаты z. Такая система координат выбрана для удобства учета процессов поглощения при прохождении излучения внутри самого источника вдоль луча зрения. Отличие реальной формы источника от цилиндрической реализовано с помощью долей заполнения веществом источника ячеек пространственной сетки. Модель источника, имеющего форму шарового слоя, в цилиндрической пространственной сетке изображена на рисунке 1.5. Цветом обозначена доля объема ячейки, заполненная веществом источника.

Так же источники излучения имеют следующие важные характеристики, которые могут меняться в различных пространственных ячейках источника: концентрация излучающих частиц, их функция распределения, магнитное поле и угол его наклона к лучу зрения. Большинство методов расчета излучения (все кроме обратного комптоновского рассеяния) реализованы только для изотропных распределений излучающих частиц, поэтому

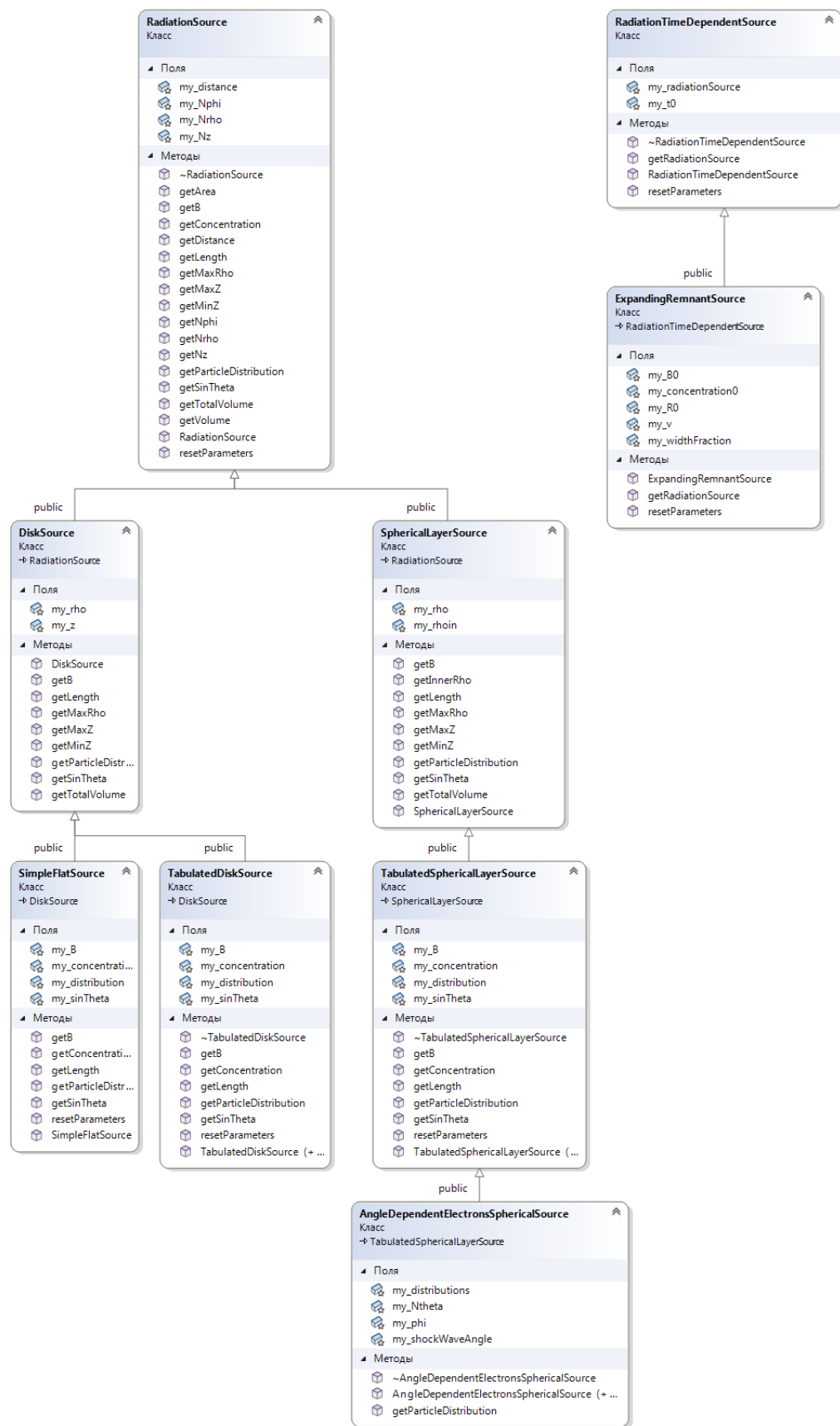


Рисунок 1.4: Схема наследования классов источников излучения

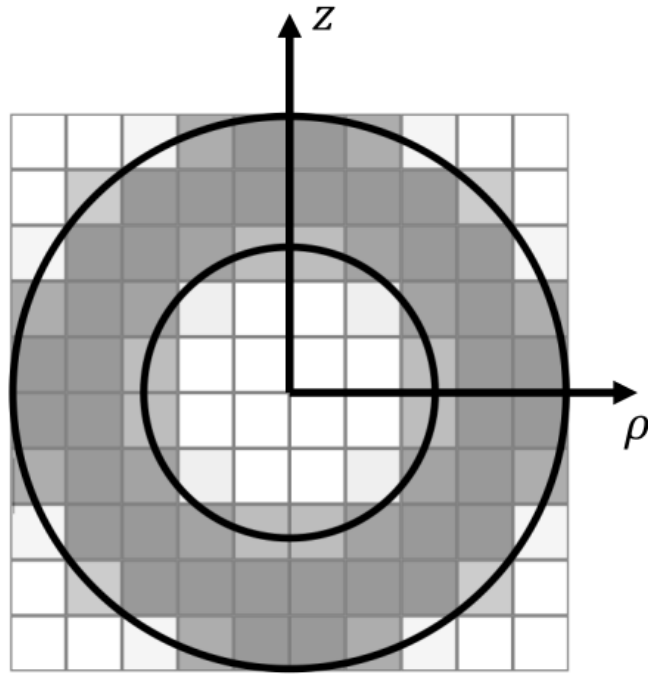


Рисунок 1.5: Модель источника в форме шарового слоя, помещенного в цилиндрическую пространственную координатную сетку. Цвет характеризует долю объема ячейки, заполненную веществом источника.

источники содержат только изотропные распределения. Так же у источника должно быть задано расстояние до наблюдателя.

Класс `RadiationSource` имеет два абстрактных класса-наследника: `DiskSource` - для источников в форме диска, перпендикулярного лучу зрения, и `SphericalLayerSource` - для источников в форме шарового слоя. Источники в форме диска имеют две реализации: `SimpleFlatSource` - однородный диск, состоящий из одной пространственной ячейки с заданными параметрами, и `TabulatedDiskSource` - источник, в котором все характеристики таблично заданы на пространственной сетке. Источники в форме шарового слоя имеют следующие реализации: `TabulatedSphericalSource` - источник, в котором все характеристики таблично заданы на пространственной сетке, и отнаследованный от него `AngleDependentElectronsSphericalSource`. Последний класс нужен для реализации важного в астрофизике случая, когда функция распределения излучающих частиц зависит от угла наклона магнитного поля по отношению к направлению распространения ударной волны [2, 3, 4, 5?]. В данном источнике такие параметры, как концентрация, магнитное поле и его угол наклона к лучу зрения заданы таблично на пространственной сетке, а функция распределения излучающих частиц - в виде таблицы по углам наклона магнитного поля к направлению распространения ударной волны, которая в данном случае считается сферически симметричной. Функция распределения в каждой ячейке выбирается в

зависимости от вычисленного угла наклона магнитного поля к ударной волне. Публичные методы классов источников излучения без зависимости от времени перечислены в Таблице 1.7.

Таблица 1.7: Публичные методы классов источников излучения без зависимости от времени

RadiationSource	абстрактный класс для источников излучения общего вида
virtual getMaxRho()	чисто виртуальный метод, возвращает максимальный цилиндрический радиус источника
virtual getMinZ()	чисто виртуальный метод, возвращает минимальную границу источника по оси z
virtual getMaxZ()	чисто виртуальный метод, возвращает максимальную границу источника по оси z
getNrho()	возвращает количество пространственных ячеек по радиальной оси цилиндрических координат
getNz()	возвращает количество пространственных ячеек по оси z цилиндрических координат
getNphi()	возвращает количество пространственных ячеек по азимутальному углу цилиндрических координат
getDistance()	возвращает расстояние до источника
getArea(int irho)	возвращает поперечное сечение данной пространственной ячейки
getVolume(int irho, int iz, int iphi)	возвращает объем ячейки, занятый веществом источника. Этот метод согласован с методами getArea и getLength и возвращает их произведение
virtual getB(int irho, int iz, int iphi)	чисто виртуальный метод, возвращает значение магнитного поля в ячейке
virtual getConcentration(int irho, int iz, int iphi)	чисто виртуальный метод, возвращает значение концентрации в ячейке
virtual getSinTheta(int irho, int iz, int iphi)	чисто виртуальный метод, возвращает синус угла наклона магнитного поля к лучу зрения
virtual getTotalVolume()	чисто виртуальный метод, возвращает полный объем источника
virtual getLength(int irho, int iz, int iphi)	чисто виртуальный метод, возвращает среднюю толщину ячейки, заполненную веществом источника

virtual resetParameters(const double* parameters, const double* normalizationUnits)	чисто виртуальный метод, меняющий параметры источника. Список параметров, их количество, их влияние на источник определяются пользователем в конкретных реализациях класса. Принимет массив параметров и массив единиц в которых они измеряны. Данный метод используется в процедурах оптимизации, либо при учете изменения источника со временем
virtual getParticleDistribution(int irho, int iz, int iphi)	чисто виртуальный метод, возвращает распределение излучающих частиц в ячейке
DiskSource	Абстрактный класс для источников в форме диска
SimpleFlatSource	Класс для источников в форме однородного диска
SimpleFlatSource(MassiveParticleIsotropicDistribution* electronDistribution, const double& B, const double& sinTheta, const double& rho, const double& z, const double& distance)	конструктор, возвращает экземпляр с заданными распределением частиц, магнитным полем, синусом угла его наклона, радиусом диска, толщиной диска и расстоянием до источника
TabulatedDiskSource	Класс для источников в форме диска с таблично заданными значениями параметров
TabulatedDiskSource(int Nrho, int Nz, int Nphi, MassiveParticleIsotropicDistribution* electronDistribution, double*** B, double*** sinTheta, double*** concentration, const double& rho, const double& z, const double& distance)	конструктор, возвращает экземпляр с заданными с помощью массивов распределением частиц, магнитным полем, синусом угла его наклона, а так же заданными радиусом диска, толщиной диска и расстоянием до источника
TabulatedDiskSource(int Nrho, int Nz, int Nphi, MassiveParticleIsotropicDistribution* electronDistribution, const double& B, const double& sinTheta, const double& concentration, const double& rho, const double& z, const double& distance)	конструктор, возвращает экземпляр с заданными однородными распределением частиц, магнитным полем, синусом угла его наклона, а так же заданными радиусом диска, толщиной диска и расстоянием до источника
SphericalLayerSource	Абстрактный класс для источников в форме шарового слоя
double getInnerRho()	возвращает внутренний радиус шарового слоя
TabulatedSphericalLayerSource	Класс для источников в форме шарового слоя с таблично заданными значениями параметров
TabulatedSphericalLayerSource(int Nrho, int Nz, int Nphi, MassiveParticleIsotropicDistribution* electronDistribution, double*** B, double*** sinTheta, double*** concentration, const double& rho, const double& rhoIn, const double& distance)	конструктор, возвращает экземпляр с заданными с помощью массивов распределением частиц, магнитным полем, синусом угла его наклона к лучу зрения, а так же заданными внешним и внутренним радиусом диска и расстоянием до источника

TabulatedSphericalLayerSource(int Nrho, int Nz, int Nphi, MassiveParticleIsotropicDistribution* electronDistribution, const double& B, const double& concentration, const double& sinTheta, const double& rho, const double& rhoIn, const double& distance)	конструктор, возвращает экземпляр с заданными однородными распределением частиц, магнитным полем, синусом угла его наклона, а также заданными внутренним и внешним радиусом диска и расстоянием до источника
AngleDependentElectronsSphericalSource	Класс для источников в форме шарового слоя с таблично заданными значениями концентрации и магнитного поля и функцией распределения излучающих частиц, зависящей от угла наклона магнитного поля к направлению распространения ударной волны
AngleDependentElectronsSphericalSource(int Nrho, int Nz, int Nphi, int Ntheta, MassiveParticleIsotropicDistribution** electronDistributions, double*** B, double*** sinTheta, double*** phi, double*** concentration, const double& rho, const double& rhoIn, const double& distance)	конструктор, возвращает экземпляр с заданными с помощью массивов магнитным полем, синусом угла его наклона к лучу зрения, а также заданными внешним и внутренним радиусом диска и расстоянием до источника. Распределение частиц задается в виде массива табличных значений в зависимости от угла наклона магнитного поля к направлению распространения ударной волны
AngleDependentElectronsSphericalSource(int Nrho, int Nz, int Nphi, int Ntheta, MassiveParticleIsotropicDistribution** electronDistributions, const double& B, const double& sinTheta, const double& phi, const double& concentration, const double& rho, const double& rhoIn, const double& distance)	конструктор, возвращает экземпляр с заданными однородными магнитным полем, синусом угла его наклона, а также заданными внутренним и внешним радиусом диска и расстоянием до источника. Распределение частиц задается в виде массива табличных значений в зависимости от угла наклона магнитного поля к направлению распространения ударной волны

1.2.2 Источники излучения, меняющиеся со временем

Источники излучения, учитывающие зависимость от времени, представлены абстрактным классом `RadiationTimeDependentSource`. Этот класс не является наследником класса `RadiationSource`, но содержит экземпляр такого класса внутри себя, чтобы использовать его для расчета излучения в конкретный момент времени. В текущей версии кода реализован только один наследник `RadiationTimeDependentSource` - `ExpandingRemnantSource`, представляющий собой модель расширяющегося остатка сверхновой. В данной модели предполагается, что размер источника увеличивается во времени с постоянной скоростью, магнитное поле падает обратно пропорционально раз-

меру источника, концентрация обратно пропорционально квадрату размера а толщина шарового слоя остается постоянной. Пользователь может создавать свои классы источников с другими зависимостями параметров от времени. Публичные методы классов `RadiationTimeDependentSource` и `ExpandingRemnantSource` перечислены в Таблице 1.8.

Таблица 1.8: Публичные методы классов источников излучения учитывающих зависимость от времени

RadiationTimeDependentSource	Абстрактный класс для учета изменений источников излучения со временем
<code>virtual resetParameters(const double* parameters, const double* normalizationUnits)</code>	чисто виртуальный метод, меняющий параметры источника. Список параметров, их количество, их влияние на источник определяются пользователем в конкретных реализациях класса. Принимет массив параметров и массив единиц в которых они измеряны. Данный метод применяется в процедурах оптимизации
<code>virtual getRadiationSource(double& time, const double* normalizationUnits)</code>	возвращает источник излучения с параметрами соответствующими заданному моменту времени. Так же принимает на вход массив единиц, в которых измеряются параметры этого источника.
ExpandingRemnantSource	класс, представляющий модель расширяющегося с постоянной скоростью остатка сверхновой, имеющего форму шарового слоя постоянной толщины с однородными концентрацией и магнитным полем
<code>ExpandingRemnantSource(const double& R0, const double& B0, const double& concentration0, const double& v, const double& widthFraction, RadiationSource* source, const double& t0)</code>	конструктор, создает экземпляр класса расширяющейся сферической оболочки с заданными в момент t_0 радиусом, магнитным полем, концентрацией, скоростью расширения, отношением толщины оболочки к радиусу и моделью источника. Для корректного учета изменения источника во времени важно, чтобы конкретная реализация метода <code>source->resetParameters</code> соответствовала той, что используется в методе <code>getRadiationSource</code> . В данном случае подходят все перечисленные выше реализации источников не зависящих от времени

1.3 Вычисление излучения

Для расчета излучения источников используется класс `RadiationEvaluator` и его наследники. Список публичных методов этого класса приведен в Таблице 1.9. Общая схема расчета излучения такова: создать источник излучения, используя один из классов описанных в предыдущем разделе или написанный самостоятельно, затем создать вычислитель излучения нужного типа, и вызвать у него метод `evaluateFluxFromSource(const double& photonFinalEnergy, RadiationSource* source)`, вычисляющую энергетическую плотность потока излучения источника на данной энергии принимаемого фотона в единицах $\text{см}^{-2}\text{с}^{-1}$. Далее в данном разделе описаны реализации класса `RadiationEvaluator` для конкретных видов излучения. Схема наследования классов вычислителей излучения представлена на рисунке 1.6. Физическая сторона вопроса, формулы по которым рассчитывается излучение подробно описаны в Главе 3.

Таблица 1.9: Публичные методы класса `RadiationEvaluator`

RadiationEvaluator	абстрактный класс для вычисления излучения
virtual evaluateFluxFromIsotropicFunction(const double& photonFinalEnergy, MassiveParticleIsotropicDistribution* electronDistribution, const double& volume, const double& distance)	чисто виртуальный метод, возвращает энергетическую плотность потока излучаемого элементарным объемом с источника с данным распределением, на данном расстоянии от наблюдателя в единицах $\text{см}^{-2}\text{с}^{-1}$. Данный метод лучше не использовать самостоятельно, использовать вместо него расчет излучения от источников
virtual evaluateFluxFromSource(const double& photonFinalEnergy, RadiationSource* source)	чисто виртуальный метод, возвращает энергетическую плотность потока излучаемого данным источником в единицах $\text{см}^{-2}\text{с}^{-1}$
virtual resetParameters(const double* parameters, const double* normalizationUnits)	чисто виртуальный метод, позволяет изменить внутренние параметры вычислителя излучения. Список параметров, их количество, их влияние на источник определяются в конкретных реализациях класса, данный метод используется при оптимизации
writeFluxFromSourceToFile(const char* fileName, RadiationSource* source, const double& Ephmin, const double& Ephmax, const int Nph)	записывает в файл с данным именем излучение источника в единицах $\text{см}^{-2}\text{с}^{-1}$ в диапазоне от минимальной до максимальной энергии, с заданным количеством точек, распределенных логарифмически

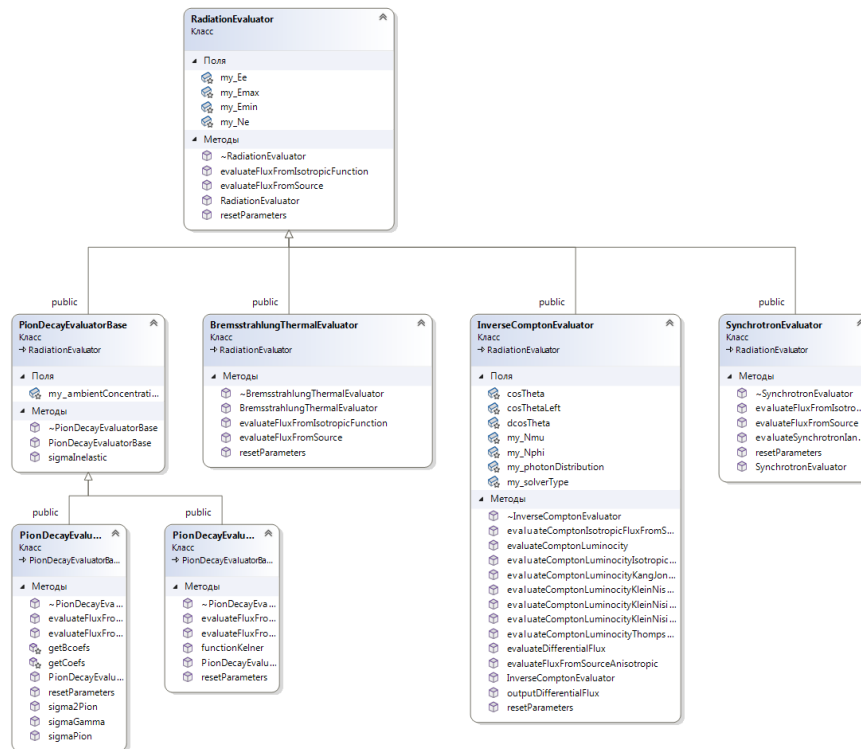


Рисунок 1.6: Схема наследования классов вычислителей излучения.

1.3.1 Синхротронное излучение

Для расчета синхротронного излучения используется класс SynchrotronEvaluator. В нем используется приближение непрерывного спектра, то есть рассматриваемые частоты фотонов предполагаются намного большими, чем частота вращения излучающих частиц в магнитном поле. Реализован случай только изотропной функции распределения. Так же возможен учет синхротронного самопоглощения. Используемая геометрия источников, показанная на рисунке 1.5, позволяет легко интегрировать излучение по лучу зрения, и учитывать при этом поглощение внутри источника.

1.3.2 Обратное комптоновское рассеяние

1.3.3 Распад пионов

1.3.4 Тормозное излучение

Глава 2

Оптимизация параметров

Глава 3

Формулы расчета излучения

3.1 Преобразование функции распределения фотонов

Функция распределения фотонов задана в сферических координатах $n_{ph}(\epsilon, \mu, \phi)$. Рассмотрим переход в систему отсчета, движущуюся в направлении оси z с лоренц-фактором $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$. Количество частиц в элементе фазового пространства N - инвариант.

$$N = n_{ph}(\epsilon, \mu, \phi) d\epsilon d\mu d\phi dV = n'_{ph}(\epsilon', \mu', \phi') d\epsilon' d\mu' d\phi' dV' \quad (3.1)$$

Рассмотрим преобразование вектора четырех-импульса. Поперечные компоненты не изменяются, а временная и продольная меняются следующим образом, учитывая что $p_z = \mu\epsilon$:

$$\begin{pmatrix} \epsilon' \\ \mu'\epsilon' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma \\ -\beta\gamma & \gamma \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \epsilon \\ \mu\epsilon \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Из первой строчки матрицы получаем уравнение для доплеровского сдвига энергии

$$\epsilon' = \gamma(1 - \mu\beta)\epsilon \quad (3.3)$$

Вычислим производные новой энергии по старым координатам

$$\frac{d\epsilon'}{d\epsilon} = \gamma(1 - \mu\beta) \quad (3.4)$$

$$\frac{d\epsilon'}{d\mu} = -\gamma\beta\epsilon \quad (3.5)$$

Из второй строчки матрицы получаем $\mu'\epsilon' = -\beta\gamma\epsilon + \gamma\mu\epsilon$. Подставив значение ϵ' из 3.3 и сократив ϵ получим уравнение абберации света

$$\mu' = \frac{\mu - \beta}{1 - \mu\beta} \quad (3.6)$$

Заметим, что угол наклона луча в новой системе не зависит от энергии в старой системе.

Вычислим частную производную $\frac{d\mu'}{d\mu}$

$$\frac{d\mu'}{d\mu} = \frac{d}{d\mu} \frac{1}{\beta} \frac{\beta\mu - 1 + 1 - \beta^2}{1 - \mu\beta} = \frac{d}{d\mu} \frac{1}{\beta} \frac{1 - \beta^2}{1 - \mu\beta} = \frac{1 - \beta^2}{(1 - \mu\beta)^2} = \frac{1}{\gamma^2(1 - \mu\beta)^2} \quad (3.7)$$

Азиметальный угол не зависит от системы отсчета $\phi' = \phi$. Преобразование элемента объема описывается выражением $\frac{dV'}{dV} = \frac{\epsilon}{\epsilon'}$ см. ЛЛ Т2 параграф 10, вот только там используется переход в собственную систему. То есть

$$\frac{dV'}{dV} = \frac{1}{\gamma(1 - \mu\beta)} \quad (3.8)$$

Матрица якоби преобразования координат выглядит следующим образом

$$J = \begin{pmatrix} \frac{d\epsilon'}{d\epsilon} & \frac{d\epsilon'}{d\mu} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{d\mu'}{d\mu} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{dV'}{d\mu} & 0 & \frac{dV'}{dV} \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

При такой матрице якобиан, к счастью, равен произведению диагональных членов

$$\frac{D(\epsilon', \mu', \phi', V')}{D(\epsilon, \mu, \phi, V)} = \frac{d\epsilon'}{d\epsilon} \frac{d\mu'}{d\mu} \frac{dV'}{dV} = \gamma(1 - \mu\beta) \frac{1}{\gamma^2(1 - \mu\beta)^2} \frac{1}{\gamma(1 - \mu\beta)} = \frac{1}{\gamma^2(1 - \mu\beta)^2} \quad (3.10)$$

И в итоге функция распределения фотонов преобразуется с помощью деления на вычисленный якобиан

$$n'_{ph}(\epsilon', \mu', \phi') = \frac{n_{ph}(\epsilon, \mu, \phi)}{\frac{D(\epsilon', \mu', \phi', V')}{D(\epsilon, \mu, \phi, V)}} = \gamma^2(1 - \mu\beta)^2 n_{ph}(\epsilon, \mu, \phi) \quad (3.11)$$

3.2 Комптоновское рассеяние

Рассмотрим рассеяние фотонов на одном электроне. Сечение Клейна-Нишины в системе покоя электрона равно

$$\frac{d\sigma}{d\epsilon'_1 d\Omega'_1} = \frac{r_e^2}{2} \left(\frac{\epsilon'_1}{\epsilon'_0} \right)^2 \left(\frac{\epsilon'_1}{\epsilon'_0} + \frac{\epsilon'_0}{\epsilon'_1} - \sin^2 \Theta' \right) \quad (3.12)$$

Где r_e - классический радиус электрона, ϵ'_0 и ϵ'_1 - энергии начального и конечного фотона, соответственно, Θ' - угол между начальным и конечным фотоном. Штрихованные индексы относятся к системе отсчета электрона. Число фотонов,

3.3 Синхротронное излучение

Процесс синхротронного излучения хорошо известен и описан в классических работах. Но с точки зрения квантовой электродинамики, любому процессу излучения можно так же сопоставить процесс поглощения. Сечение процесса синхротронного самопоглощения описано в работе Гизеллини и Свенсона [6]. Спектральная плотность мощности излучения единицы объема вещества определяется формулой

$$I(\nu) = \int_{E_{min}}^{E_{max}} dE \frac{\sqrt{3}e^3 n F(E) B \sin(\phi)}{m_e c^2} \frac{\nu}{\nu_c} \int_{\frac{\nu}{\nu_c}}^{\infty} K_{5/3}(x) dx, \quad (3.13)$$

где ϕ это угол между вектором магнитного поля и лучом зрения, ν_c критическая частота, определяемая выражением $\nu_c = 3e^2 B \sin(\phi) E^2 / 4\pi m_e^3 c^5$, и $K_{5/3}$ - функция МакДональда. Коэффициент поглощения для фотонов, распространяющихся вдоль луча зрения равен

$$k(\nu) = \int_{E_{min}}^{E_{max}} dE \frac{\sqrt{3}e^3}{8\pi m_e \nu^2} \frac{n B \sin(\phi)}{E^2} \frac{d}{dE} E^2 F(E) \frac{\nu}{\nu_c} \int_{\frac{\nu}{\nu_c}}^{\infty} K_{5/3}(x) dx. \quad (3.14)$$

Литература

1. Mathis J. S., Mezger P. G., Panagia N. Interstellar radiation field and dust temperatures in the diffuse interstellar medium and in giant molecular clouds // *Astron. Astrophys.* — 1983. — Vol. 128. — P. 212–229.
2. Sironi Lorenzo, Spitkovsky Anatoly. Particle Acceleration in Relativistic Magnetized Collisionless Pair Shocks: Dependence of Shock Acceleration on Magnetic Obliquity // *ApJ*. — 2009. — Vol. 698, no. 2. — P. 1523–1549.
3. Guo Xinyi, Sironi Lorenzo, Narayan Ramesh. Non-thermal Electron Acceleration in Low Mach Number Collisionless Shocks. I. Particle Energy Spectra and Acceleration Mechanism // *ApJ*. — 2014. — Vol. 794, no. 2. — P. 153.
4. Crumley P., Caprioli D., Markoff S., Spitkovsky A. Kinetic simulations of mildly relativistic shocks - I. Particle acceleration in high Mach number shocks // *MNRAS*. — 2019. — Vol. 485, no. 4. — P. 5105–5119.
5. Romansky V. I., Bykov A. M., Osipov S. M. Electron and ion acceleration by relativistic shocks: particle-in-cell simulations // *Journal of Physics Conference Series*. — Vol. 1038 of *Journal of Physics Conference Series*. — 2018. — P. 012022.
6. Ghisellini Gabriele, Svensson Roland. The synchrotron and cyclo-synchrotron absorption cross-section // *MNRAS*. — 1991. — Vol. 252. — P. 313–318.