



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. А.Ф. ИОФФЕ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ
НАУК

FAINA

Астрофизический код для моделирования наблюдаемых потоков от источников
излучения

Руководство пользователя

Санкт-Петербург — 2023

Содержание

Введение	3
Установка и запуск	3
Windows	3
Linux	3
Быстрый старт	4
1 Расчет излучения источников	6
1.1 Функции распределения частиц	6
1.1.1 Распределения фотонов	7
1.1.2 Распределения массивных частиц	9
2 Оптимизация параметров	11
3 Формулы расчета излучения	12
3.1 Преобразование функции распределения фотонов	12
3.2 Комптоновское рассеяние	13
3.3 Синхротронное излучение	13
Литература	13

Введение

FAINA - численный код, предназначенный для расчетов различных видов электромагнитного излучения от астрофизических источников. Код написан на языке C++ с использованием только стандартной библиотеки. В текущей версии кода реализованы следующие виды излучения: синхротронное излучение, излучение за счет обратного комптоновского рассеяния, излучение распада пионов в результате свободно-свободных столкновений протонов, а так же тормозное излучение. FAINA позволяет вычислять наблюдаемые потоки от источников с заданными параметрами, а так же вычислять параметры источников с помощью фитирования наблюдаемых данных расчетными. Так же возможен учет эволюции источников и их излучения во времени.

Установка и запуск

Текущая версия кода доступна на github <https://github.com/VadimRomansky/Faina>. Скачайте архив и разархивируйте его в директорию Faina.

Windows

Для работы с кодом и его запуска в операционной системе Windows необходимо использовать Microsoft Visual Studio и открыть с помощью неё файл Faina.sin, содержащийся в корневой директории кода. Работоспособность проверялась на версии Visual Studio 2022.

Linux

Для запуска FAINA в операционной системе Linux предусмотрены два варианта. Рекомендуется использовать среду разработки QtCreator и открыть с помощью неё проектный файл Faina.pro, содержащийся в корневой дирректории кода.

Так же возможна непосредственная компиляция и запуск из терминала, с помощью команд

```
$ g++ -o faina *.cpp  
$ ./faina
```

Быстрый старт

Рассмотрим простейший пример, приведенный в процедуре `evaluateSimpleSynchrotron` в файле `main.cpp`. В данном примере рассматривается синхротронное излучение от однородного источника в форме плоского диска, с заданной степенной функцией распределения излучающих электронов. Сначала зададим значения магнитного поля и концентрации электронов (в коде используются единицы СГС).

```
double B = 1.0;  
double electronConcentration = 1.0;
```

После этого нужно создать распределение электронов. Вычисление синхротрона реализовано только для изотропного распределения, поэтому создадим изотропное степенное распределение. Конструктор степенного распределения принимает следующие параметры: массу частиц, подставим константу - массу электрона, степенной индекс (он считается положительным и должен быть больше 1), энергию, с которой начинается спектр, в качестве нее выберем энергию покоя электронов, и концентрацию электронов.

```
MassiveParticleIsotropicDistribution* distribution =  
new MassiveParticlePowerLawDistribution(  
    massElectron , 3.0 , me_c2, electronConcentration );
```

Далее создадим источник излучения - однородный плоский диск, параметры его конструктора это распределение электронов, магнитное поле, синус угла наклона магнитного поля к лучу зрения, радиус, толщина и расстояние до него.

```
RadiationSource* source = new SimpleFlatSource(  
    distribution , B, 1.0 , parsec , parsec , 1000 * parsec );
```

Последнее, что нам нужно - вычислитель потока излучения. Ему нужно указать рассматриваемый диапазон энергий электронов, в виде числа точек разбиения для интегрирования, минимальной и максимальной энергии. Так же есть параметр, отвечающий за учет синхротронного самопоглощения, по умолчанию его значение `true`.

```
RadiationEvaluator* evaluator = new  
SynchrotronEvaluator(1000 , me_c2, 1000 * me_c2, true);
```

Синхротронное приближение применимо только при частотах, намного больших циклотронной, поэтому вычислим её

```
double cyclOmega =  
    electron_charge * B / (massElectron * speed_of_light);
```

Теперь осталось только вычислить само излучение. У класса `RadiationEvaluator` есть метод, вычисляющий поток излучения в заданном диапазоне энергий и записывающий его в файл. Нужно указать имя файла, источник излучения, минимальную и максимальную

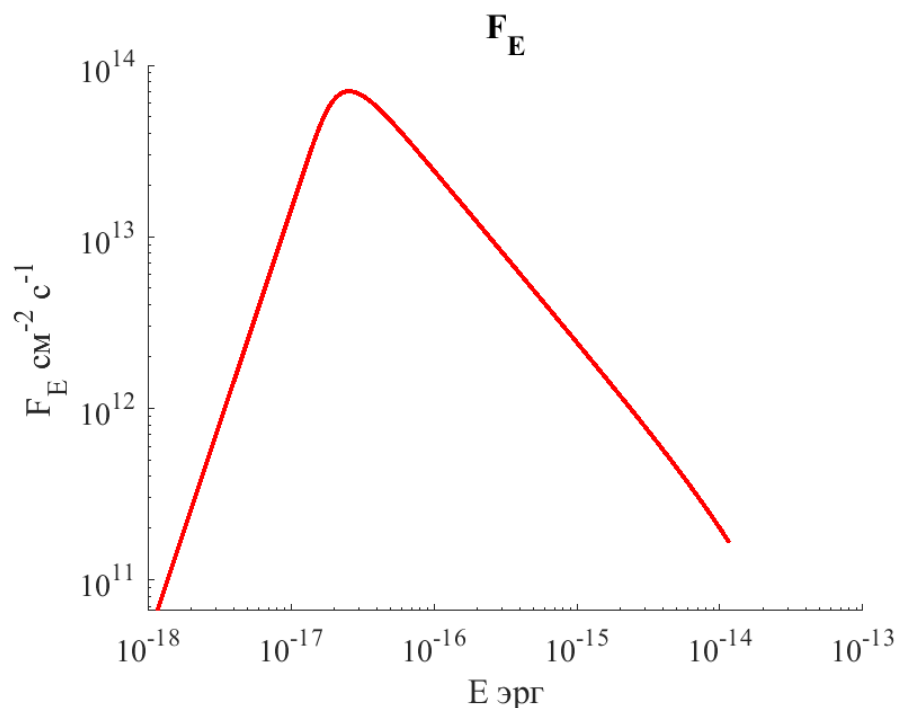


Рисунок 1: Энергетическая плотность потока синхротронного излучения от тестового источника

энергии фотонов, и желаемое количество точек в этом диапазоне. Вычисление потока и вывод происходит в единицах энергия фотонов - энергетическая плотность потока излучения $\text{Вт/эрг см}^2 = \text{см}^{-2}\text{с}^{-1}$. Если необходим вывод в других единицах, то запись в файл нужно переписать самостоятельно.

```
evaluator->writeFluxFromSourceToFile("out.dat",source ,
10*hplank*cyclOmega , 1E5*hplank*cyclOmega , 1000);
```

Функция вычисления синхротронного потока источника готова, осталось лишь вызвать её из основной процедуры `main()`. В результате вычисления должен получиться спектр источника, показанный на рисунке 1

Глава 1

Расчет излучения источников

FAINA позволяет рассчитывать электромагнитное излучение от источников с заданными функциями распределения излучающих частиц и другими параметрами. Построены модели следующих типов излучения: синхротронного, обратного комптоновского рассеяния, пионного распада в результате свободно-свободного взаимодействия протонов и тормозного излучения.

1.1 Функции распределения частиц

Важнейшими исходными данными для расчета любого типа излучения является функция распределения излучающих частиц. В коде FAINA для представления распределений используется абстрактный класс `ParticleDistribution` и семейство наследованных от него классов, соответствующих различным конкретным реализациям. Класс `ParticleDistribution` имеет следующие доступные методы, описанные в Таблице 1.1:

Для вычисления излучения необходимо в первую очередь задать распределение излучающих частиц. Для это нужно создать объект из подходящего класса-наследника `ParticleDistribution`. Дерево наследования на две большие ветви - распределения фотонов, представленных абстрактным классом `PhotonDistribution` и распределения массивных частиц - `MassiveParticleDistribution`. Схема наследования этих классов представлена на рисунке 1.1. Важно отметить, что распределения фотонов не используются для представления результатов расчета излучения. Они нужны как входной параметр для расчета

ParticleDistribution	
<code>distribution(const double& energy, const double& mu, const double& phi)</code>	возвращает функцию распределения от энергии, косинуса полярного угла и азимутального угла, нормированную на единицу
<code>distributionNormalized(const double& energy, const double& mu, const double& phi)</code>	возвращает функцию распределения от энергии, косинуса полярного угла и азимутального угла, нормированную на концентрацию
<code>getConcentration()</code>	возвращает концентрацию частиц

Таблица 1.1: Публичные методы класса `ParticleDistribution`

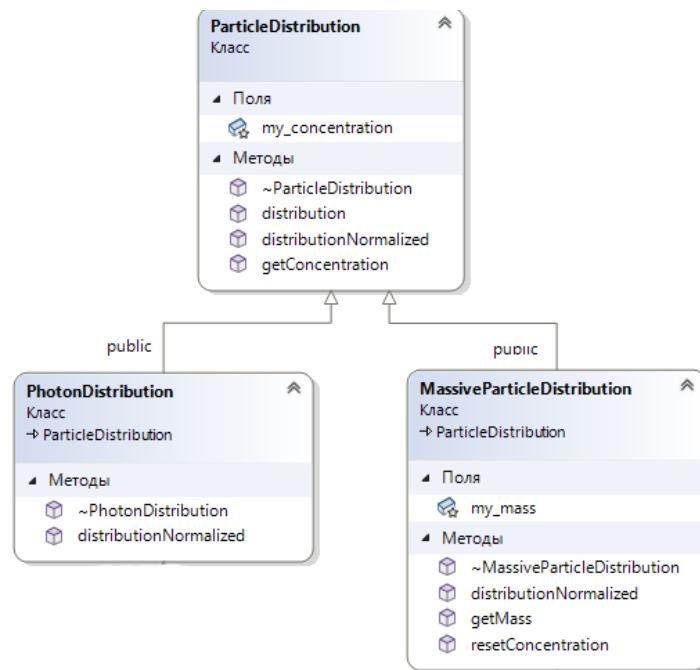


Рисунок 1.1: Схема наследования распределения фотонов и массивных частиц

MassiveParticleDistribution	
getMass()	возвращает массу частиц
resetConcentration(const double& n)	позволяет изменить полную концентрацию частиц в распределении

Таблица 1.2: Публичные методы класса MassiveParticleDistribution

обратного комптоновского рассеяния. Класс PhotonDistribution не имеет дополнительных собственных методов и является лишь интерфейсом. Класс MassiveParticleDistribution тоже является абстрактным, в нем не задан конкретный вид распределения, но добавлены новые методы, описанные в Таблице 1.2

1.1.1 Распределения фотонов

От абстрактного класса PhotonDistribution наследуются следующие классы: абстрактный PhotonIsotropicDistribution, предназначенный для представления изотропных распределений фотонов и CompoundPhotonDistribution, представляющий из себя сумму нескольких распределений фотонов общего вида. Схема наследования классов фотонных распределений представлена на рисунке 1.2.

У изотропного распределения PhotonIsotropicDistribution добавляются методы, возвращающие значение функции распределения только в зависимости от энергии. Важно понимать, что это не функция распределения по энергии, а полная функция распределения с отброшенными угловыми аргументами. Другими словами, для получения значения функ-

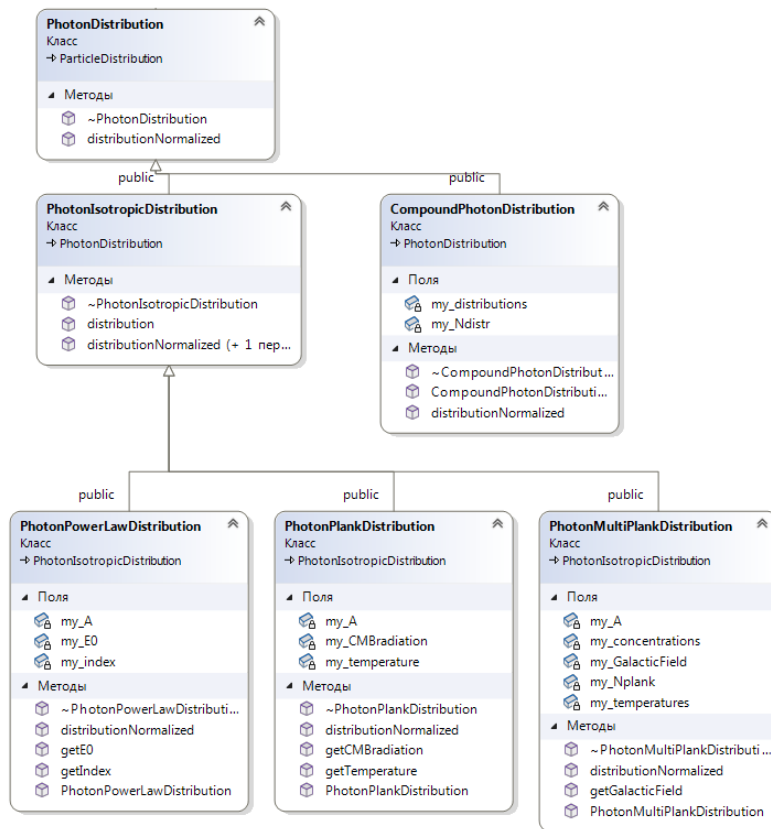


Рисунок 1.2: Схема наследования распределения фотонов и массивных частиц

ции распределения по энергии нужно домножить значение, возвращенное данным методом на 4π .

У класса `PhotonIsotropicDistribution` есть три наследника, которые уже не абстрактные классы, а непосредственно предназначены для создания распределений. Это `PhotonPowerLawDistribution` для представления степенных распределений, `PhotonPlankDistribution`, для планковских распределений и `PhotonMultiPlankDistribution`, для суммы планковских распределений. Метода класса `PhotonIsotropicDistribution` и его наследников перечислены в таблице 1.3

Класс `CompoundPhotonDistribution` предназначен для представления смеси различных распределений фотонов, не обязательно планковских, как `PhotonMultiPlankDistribution`, и не обязательно изотропных. Его методы описаны в Таблице 1.4

Встроенных анизотропных распределений фотонов в коде на данный момент нет, но пользователь может реализовать их самостоятельно, создав класс, наследующий от `PhotonDistribution` и определив необходимый виртуальный метод `distributionNormalized(const double& energy, const double& mu, const double& phi)`. Аналогично можно, конечно, создать и другие виды изотропных распределений.

PhotonIsotropicDistribution	
distribution(const double& energy)	возвращает функцию распределения с отброшенными угловыми аргументами, то есть нормированную на концентрацию, деленную на 4π
distributionNormalized(const double& energy)	возвращает функцию распределения с отброшенными угловыми аргументами, нормированную на $1/4\pi$
PhotonPowerLawDistribution	
PhotonPowerLawDistribution(const double& index, const double& E0, const double& concentration)	конструктор, создающий экземпляр с заданными показателем наклона, начальной энергией и полной концентрацией
getIndex()	возвращает показатель наклона спектра
getE0()	возвращает минимальную энергию степенного распределения
PhotonPlankDistribution	
PhotonPlankDistribution(const double& temperature, const double& amplitude)	конструктор, создающий экземпляр с заданными температурой и амплитудой - то есть отношением концентрации к равновесному планковскому распределению с данной температурой
static getCMBRadiation()	статический метод, возвращающий экземпляр, соответствующий реликтовому излучению (температура $2.725K$, амплитуда 1)
getTemperature()	возвращает температуру распределения
PhotonMultiPlankDistribution	
PhotonMultiPlankDistribution(int Nplank, const double* const temperatures, const double* const amplitudes)	конструктор, количество планковских распределений, участвующих в смеси, массив их температур и массив амплитуд
static getGalacticField()	статический метод, возвращающий экземпляр, соответствующий среднегалактическому фотонному распределению, по данным статьи [1]

Таблица 1.3: Публичные методы классов изотропных распределений фотонов

1.1.2 Распределения массивных частиц

Распределения массивных частиц представлены наследниками класса MassiveParticleDistribution

CompoundPhotonDistribution	
CompoundPhotonDistribution(int N, PhotonDistribution** distributions)	конструктор, создающий экземпляр с заданным количеством распределений в смеси и массивом этих распределений
CompoundPhotonDistribution(PhotonDistribution* dist1, PhotonDistribution* dist2)	конструктор, создающий экземпляр содержащий смесь из двух распределений
CompoundPhotonDistribution(PhotonDistribution* dist1, PhotonDistribution* dist2, PhotonDistribution* dist3)	конструкторб создающий экземпляр содержащий смесь из трех распределений

Таблица 1.4: Публичные методы класса CompoundPhotonDistribution

Глава 2

Оптимизация параметров

Глава 3

Формулы расчета излучения

3.1 Преобразование функции распределения фотонов

Функция распределения фотонов задана в сферических координатах $n_{ph}(\epsilon, \mu, \phi)$. Рассмотрим переход в систему отсчета, движущуюся в направлении оси z с лоренц-фактором $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$. Количество частиц в элементе фазового пространства N - инвариант.

$$N = n_{ph}(\epsilon, \mu, \phi) d\epsilon d\mu d\phi dV = n'_{ph}(\epsilon', \mu', \phi') d\epsilon' d\mu' d\phi' dV' \quad (3.1)$$

Рассмотрим преобразование вектора четырех-импульса. Поперечные компоненты не изменяются, а временная и продольная меняются следующим образом, учитывая что $p_z = \mu\epsilon$:

$$\begin{pmatrix} \epsilon' \\ \mu'\epsilon' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma \\ -\beta\gamma & \gamma \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \epsilon \\ \mu\epsilon \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Из первой строчки матрицы получаем уравнение для доплеровского сдвига энергии

$$\epsilon' = \gamma(1 - \mu\beta)\epsilon \quad (3.3)$$

Вычислим производные новой энергии по старым координатам

$$\frac{d\epsilon'}{d\epsilon} = \gamma(1 - \mu\beta) \quad (3.4)$$

$$\frac{d\epsilon'}{d\mu} = -\gamma\beta\epsilon \quad (3.5)$$

Из второй строчки матрицы получаем $\mu'\epsilon' = -\beta\gamma\epsilon + \gamma\mu\epsilon$. Подставив значение ϵ' из 3.3 и сократив ϵ получим уравнение абберации света

$$\mu' = \frac{\mu - \beta}{1 - \mu\beta} \quad (3.6)$$

Заметим, что угол наклона луча в новой системе не зависит от энергии в старой системе.

Вычислим частную производную $\frac{d\mu'}{d\mu}$

$$\frac{d\mu'}{d\mu} = \frac{d}{d\mu} \frac{1}{\beta} \frac{\beta\mu - 1 + 1 - \beta^2}{1 - \mu\beta} = \frac{d}{d\mu} \frac{1}{\beta} \frac{1 - \beta^2}{1 - \mu\beta} = \frac{1 - \beta^2}{(1 - \mu\beta)^2} = \frac{1}{\gamma^2(1 - \mu\beta)^2} \quad (3.7)$$

Азиметальный угол не зависит от системы отсчета $\phi' = \phi$. Преобразование элемента объема описывается выражением $\frac{dV'}{dV} = \frac{\epsilon}{\epsilon'}$ см. ЛЛ Т2 параграф 10, вот только там используется переход в собственную систему. То есть

$$\frac{dV'}{dV} = \frac{1}{\gamma(1 - \mu\beta)} \quad (3.8)$$

Матрица якоби преобразования координат выглядит следующим образом

$$J = \begin{pmatrix} \frac{d\epsilon'}{d\epsilon} & \frac{d\epsilon'}{d\mu} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{d\mu'}{d\mu} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{dV'}{d\mu} & 0 & \frac{dV'}{dV} \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

При такой матрице якобиан, к счастью, равен произведению диагональных членов

$$\frac{D(\epsilon', \mu', \phi', V')}{D(\epsilon, \mu, \phi, V)} = \frac{d\epsilon'}{d\epsilon} \frac{d\mu'}{d\mu} \frac{dV'}{dV} = \gamma(1 - \mu\beta) \frac{1}{\gamma^2(1 - \mu\beta)^2} \frac{1}{\gamma(1 - \mu\beta)} = \frac{1}{\gamma^2(1 - \mu\beta)^2} \quad (3.10)$$

И в итоге функция распределения фотонов преобразуется с помощью деления на вычисленный якобиан

$$n'_{ph}(\epsilon', \mu', \phi') = \frac{n_{ph}(\epsilon, \mu, \phi)}{\frac{D(\epsilon', \mu', \phi', V')}{D(\epsilon, \mu, \phi, V)}} = \gamma^2(1 - \mu\beta)^2 n_{ph}(\epsilon, \mu, \phi) \quad (3.11)$$

3.2 Комптоновское рассеяние

Рассмотрим рассеяние фотонов на одном электроне. Сечение Клейна-Нишины в системе покоя электрона равно

$$\frac{d\sigma}{d\epsilon'_1 d\Omega'_1} = \frac{r_e^2}{2} \left(\frac{\epsilon'_1}{\epsilon'_0} \right)^2 \left(\frac{\epsilon'_1}{\epsilon'_0} + \frac{\epsilon'_0}{\epsilon'_1} - \sin^2 \Theta' \right) \quad (3.12)$$

Где r_e - классический радиус электрона, ϵ'_0 и ϵ'_1 - энергии начального и конечного фотона, соответственно, Θ' - угол между начальным и конечным фотоном. Штрихованные индексы относятся к системе отсчета электрона. Число фотонов,

3.3 Синхротронное излучение

Процесс синхротронного излучения хорошо известен и описан в классических работах. Но с точки зрения квантовой электродинамики, любому процессу излучения можно так же сопоставить процесс поглощения. Сечение процесса синхротронного самопоглощения описано в работе Гизеллини и Свенсона [2]. Спектральная плотность мощности излучения единицы объема вещества определяется формулой

$$I(\nu) = \int_{E_{min}}^{E_{max}} dE \frac{\sqrt{3}e^3 n F(E) B \sin(\phi)}{m_e c^2} \frac{\nu}{\nu_c} \int_{\frac{\nu}{\nu_c}}^{\infty} K_{5/3}(x) dx, \quad (3.13)$$

где ϕ это угол между вектором магнитного поля и лучом зрения, ν_c критическая частота, определяемая выражением $\nu_c = 3e^2 B \sin(\phi) E^2 / 4\pi m_e^3 c^5$, и $K_{5/3}$ - функция МакДональда. Коэффициент поглощения для фотонов, распространяющихся вдоль луча зрения равен

$$k(\nu) = \int_{E_{min}}^{E_{max}} dE \frac{\sqrt{3}e^3}{8\pi m_e \nu^2} \frac{n B \sin(\phi)}{E^2} \frac{d}{dE} E^2 F(E) \frac{\nu}{\nu_c} \int_{\frac{\nu}{\nu_c}}^{\infty} K_{5/3}(x) dx. \quad (3.14)$$

Литература

1. Mathis J. S., Mezger P. G., Panagia N. Interstellar radiation field and dust temperatures in the diffuse interstellar medium and in giant molecular clouds // *Astron. Astrophys.* — 1983. — Vol. 128. — P. 212–229.
2. Ghisellini Gabriele, Svensson Roland. The synchrotron and cyclo-synchrotron absorption cross-section // *MNRAS*. — 1991. — Vol. 252. — P. 313–318.