Введение в фотограмметрию 3D модель из карт глубины (TV-L1)

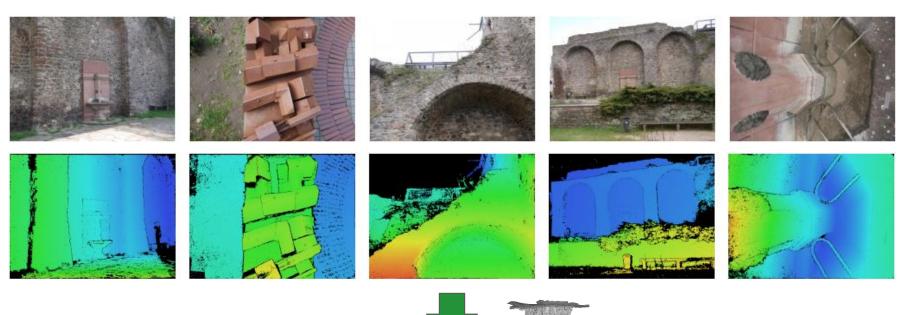


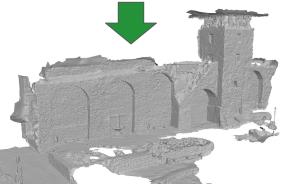


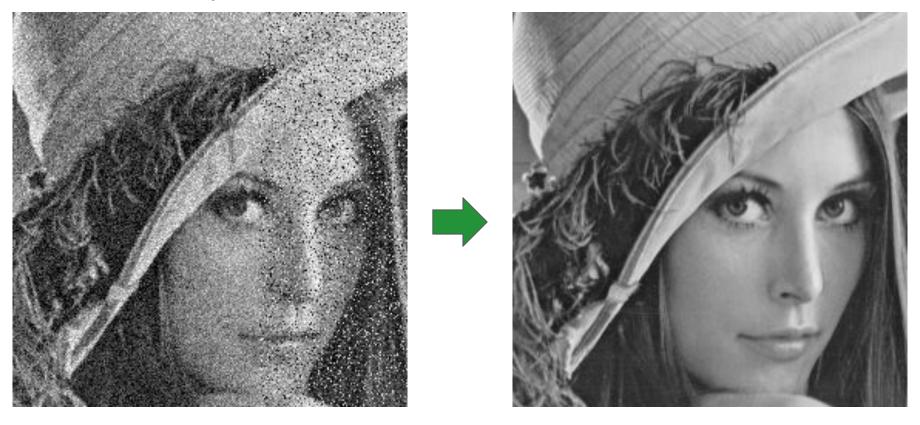
- Primal-Dual оптимизация TV-L2, TV-L1
- Super-resolution для видео
- 2.5D DEM / DSM из карт глубины
- 3D модель из карт глубины

Полярный Николай polarnick239@gmail.com

Входные данные: карты глубины

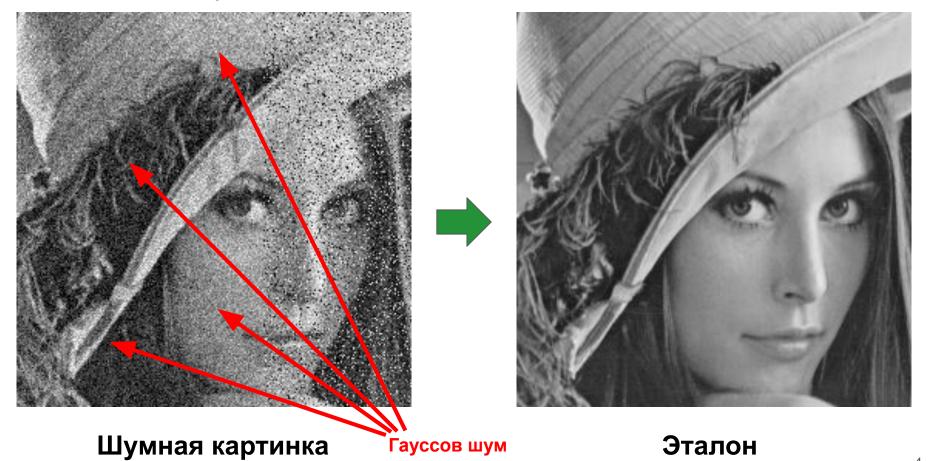




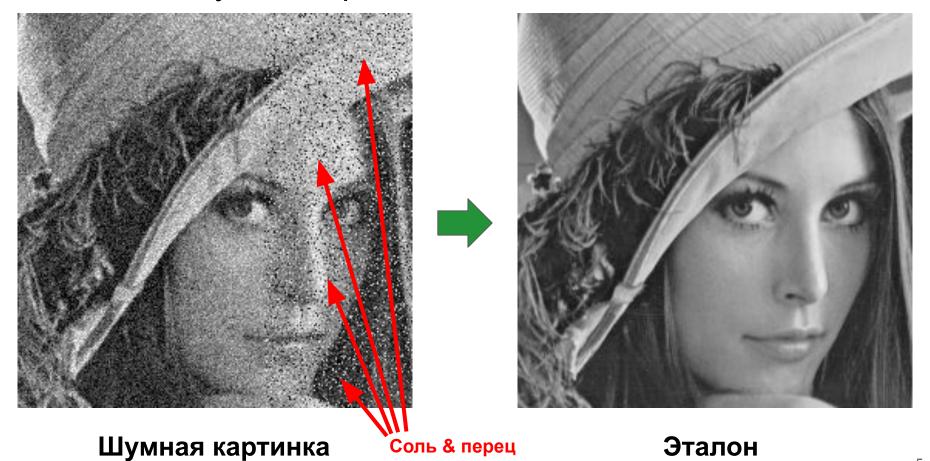


Шумная картинка

Эталон

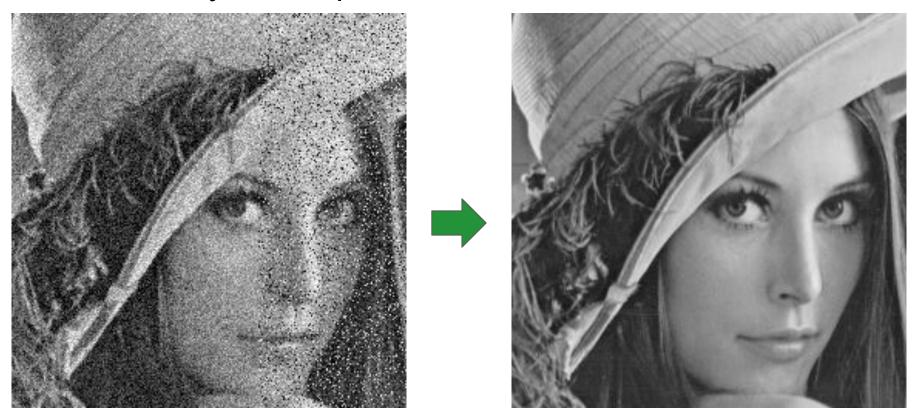


4

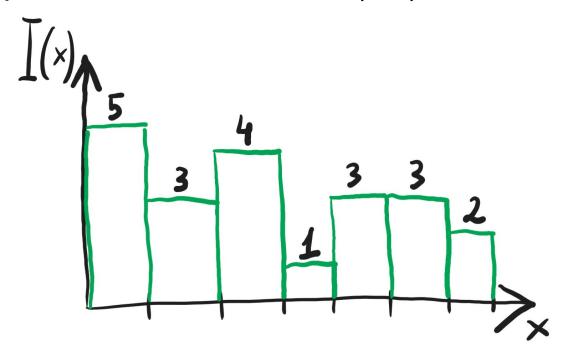


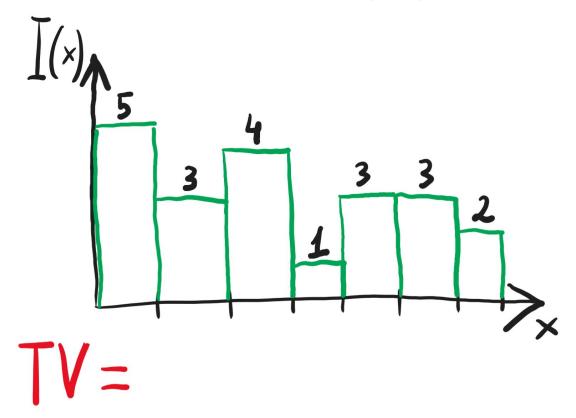
(выбросы)

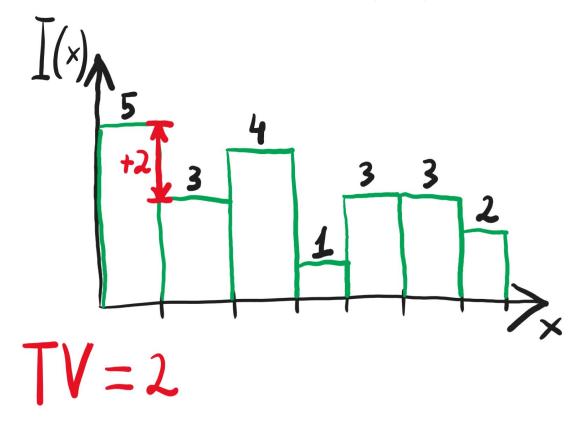
5

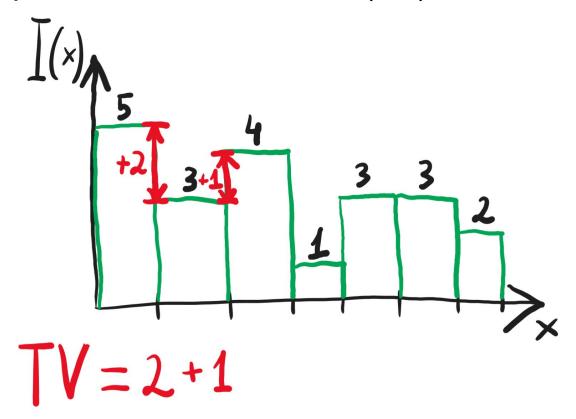


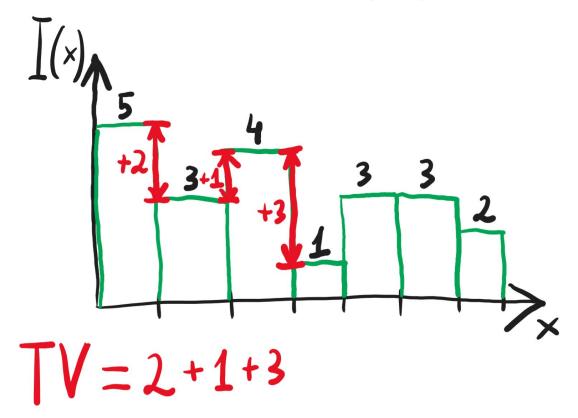
За счет чего можно удалить шум и выбросы?

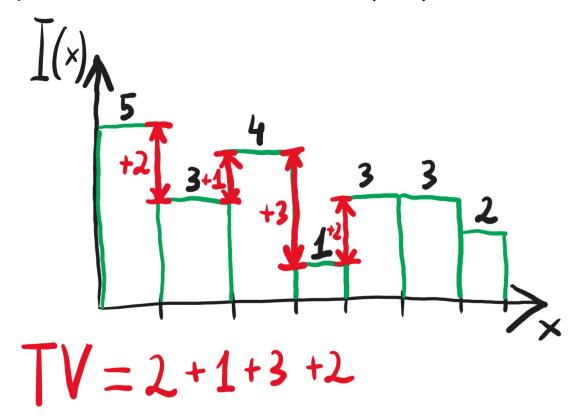


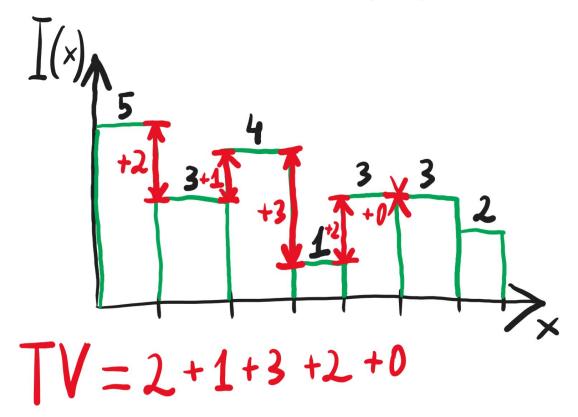


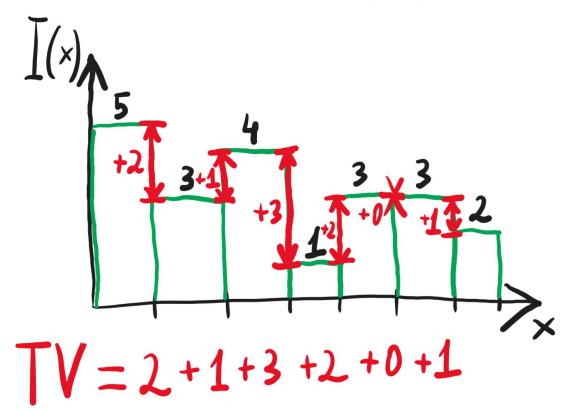


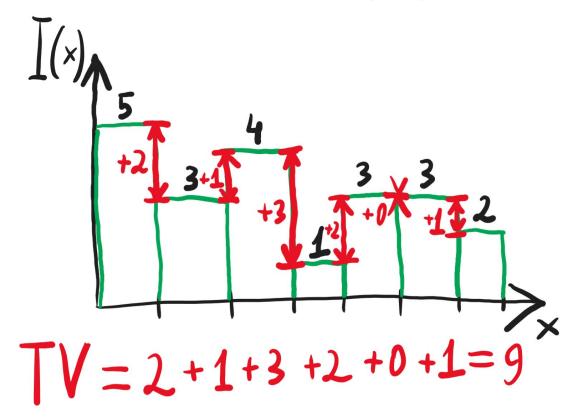












Rudin-Osher-Fatemi model (ROF):

$$\min_{x} \| \nabla x \| + \frac{\lambda}{2} \| x - f \|^{2}$$

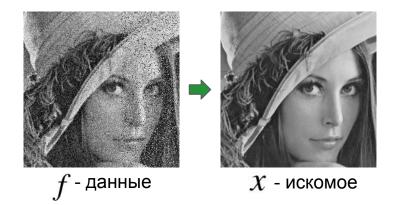
f - данные \mathcal{X} - искомое

Где:

- $||x - f||^2$ - L^2 тяготение к данным (наблюдаемому f)

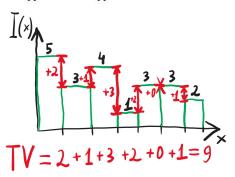
Rudin-Osher-Fatemi model (ROF):

$$\min_{x} \| \nabla x \| + \frac{\lambda}{2} \| x - f \|^2$$



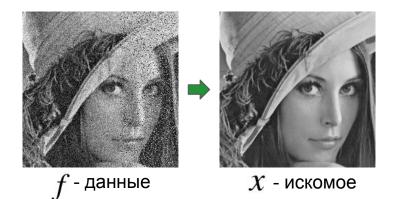
Где:

- $||x f||^2$ L^2 тяготение к данным (наблюдаемому f)
- $\| \nabla x \|$ полная вариация (регуляризация)



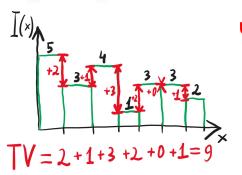
Rudin-Osher-Fatemi model (ROF):

$$\min_{x} \| \nabla x \| + \frac{\lambda}{2} \| x - f \|^2$$



Где:

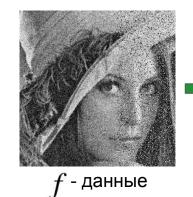
- $\parallel x f \parallel^2$ L^2 тяготение к данным (наблюдаемому f)
- $\| \nabla x \|$ полная вариация (регуляризация)



Что будет если убрать второе слагаемое?

Rudin-Osher-Fatemi model (ROF):

$$\min_{x} \| \nabla x \| + \frac{\lambda}{2} \| x - f \|^2$$

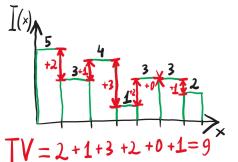




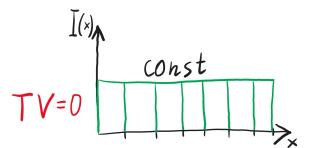
 ${\mathcal X}$ - искомое

Где:

- $\|x-f\|^2$ L^2 тяготение к данным (наблюдаемому f)
- $\| \nabla x \|$ полная вариация (регуляризация)



Что будет если убрать второе слагаемое?



Rudin-Osher-Fatemi model (ROF):

$$\min_{x} \| \nabla x \| + \frac{\lambda}{2} \| x - f \|^2$$



Где:

- $||x f||^2$ L^2 тяготение к данным (наблюдаемому f)
- $\| \nabla x \|$ полная вариация (регуляризация)

Что такое λ ? Как ее выбрать?

Rudin-Osher-Fatemi model (ROF):

$$\min_{x} \| \nabla x \| + \frac{\lambda}{2} \| x - f \|^2$$



Где:

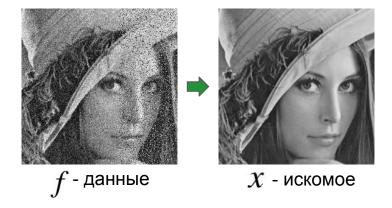
- $||x f||^2$ L^2 тяготение к данным (наблюдаемому f)
- $\| \nabla x \|$ полная вариация (регуляризация)
- λ параметр регуляризации (вес данных)

TV-L2 = Total Variation + L^2 невязка по данным

Справится ли минимизация такого функционала/энергии с шумами?

Rudin-Osher-Fatemi model (ROF):

$$\min_{x} \| \nabla x \| + \frac{\lambda}{2} \| x - f \|^2$$



Где:

- $||x f||^2$ L^2 тяготение к данным (наблюдаемому f)
- $\| \nabla x \|$ полная вариация (регуляризация)
- λ параметр регуляризации (вес данных)

TV-L2 = Total Variation + L^2 невязка по данным

Справится ли минимизация такого функционала/энергии с шумами? А с выбросами?

Primal-Dual алгоритм минимизации в общем виде решает:

$$\min_{x} F(Kx) + G(x)$$

Где:F G- выпуклые функции, K- линейный оператор.

Тогда итеративная схема (модель - выпуклая):

$$\begin{cases} p_{n+1} = (I + \sigma \partial F^*)^{-1} (p_n + \sigma K x_n) & (I + \sigma \partial F^*)^{-1} (p) & = \mathbf{project}_P(p) \\ \hat{\chi}_{n+1} = (I + \tau \partial G)^{-1} (x_n - \tau K^T p_{n+1}) & (I + \tau \partial G_{ROF})^{-1} (x) & = \frac{x + \lambda \tau f}{1 + \lambda \tau} \end{cases}$$

$$x_{n+1} = \hat{x}_{n+1} + \theta(\hat{x}_{n+1} - x_n)$$

Итеративная численная схема

$$K x_n = \nabla x_n$$

$$K^T p_{n+1} = \nabla^T p_{n+1}$$

 $\mathbf{project}_{P}(p) = \frac{p}{max(\| p \| \| 1)}$

 $K^T p_{n+1} = \nabla^T p_{n+1}$ Подробнее: IPython notebook with ROF and TVL1 denoising (with math!)

Primal Dual алгоритм минимизации в общем виде решает:

$$\min_{x} F(Kx) + G(x)$$

Где:F G- выпуклые функции, K- линейный оператор.

То да итеративная схема (модель - выпуклая):

$$(p_{n+1} = I + \sigma \partial F^*)^{-1}(p_n + \sigma K x_n) \qquad (I + \sigma \partial F^*)$$

$$(I + \sigma \partial F^*)^{-1}(p) = \mathbf{project}_P(p)$$

$$p_{n+1} = I + \sigma \sigma F^{*} \qquad (p_n + \sigma K x_n)$$

$$\hat{x}_{n+1} = (I + \tau \partial G)^{-1} (x_n - \tau K^T p_{n+1})$$

$$(I + \tau \partial G_{ROF})^{-1}(x) = \frac{x + \lambda \tau f}{1 + \lambda \tau}$$

$$\mathbf{project}_{P}(p) = \frac{p}{max(\| p \| \| 1)}$$

 $x_{n+1} = \hat{x}_{n+1} + \theta(\hat{x}_{n+1} - x_n)$ На каждой итерации - два шага (Primal-Dual)

$$K x_n = \nabla x_n$$
$$p_{n+1} = \nabla^T p_{n+1}$$

 $K^T p_{n+1} = \nabla^T p_{n+1}$

Primal Dual алгоритм минимизации в общем виде решает:

$$\min_{x} F(Kx) + G(x)$$

Где:F G- выпуклые функции, K- линейный оператор.

Тогда итеративная схема (модель - выпуклая):

$$\begin{cases} p_{n+1} = (I + \sigma \partial F^*)^{-1} (p_n + \sigma K x_n) & (I + \sigma \partial F^*)^{-1} (p) & = \mathbf{project}_P(p) \\ \hat{x}_{n+1} = (I + \tau \partial G)^{-1} (x_n - \tau K^T p_{n+1}) & (I + \tau \partial G_{ROF})^{-1} (x) & = \frac{x + \lambda \tau f}{1 + \lambda \tau} \\ x_{n+1} = \hat{x}_{n+1} + \theta (\hat{x}_{n+1} - x_n) & \mathbf{project}_P(p) = \frac{p}{\max(\|p\|, 1)} \end{cases}$$

На каждой итерации - два шага (Primal-Dual)

 $K^T p_{n+1} = \nabla^T p_{n+1}$

 $K x_n = \nabla x_n$

Primal Dual алгоритм минимизации в общем виде решает:

$$\min_{x} F(Kx) + G(x)$$

Где:F G- выпуклые функции, K- линейный оператор.

Тогда итеративная схема (модель - выпуклая):

$$\begin{cases} p_{n+1} = (I + \sigma \partial F^*)^{-1}(p_n + \sigma K x_n) \\ \hat{x}_{n+1} = (I + \tau \partial G)^{-1}(x_n - \tau K^T p_{n+1}) \\ x_{n+1} = \hat{x}_{n+1} + \theta(\hat{x}_{n+1} - x_n) \end{cases} \qquad (I + \sigma \partial F^*)^{-1}(p) = \operatorname{project}_P(p) \\ (I + \tau \partial G_{ROF})^{-1}(x) = \frac{x + \lambda \tau f}{1 + \lambda \tau} \\ \operatorname{project}_P(p) = \frac{p}{\max(\parallel p \parallel, 1)} \end{cases}$$

На каждой итерации - два шага (Primal-Dual)

 $K^T p_{n+1} = \nabla^T p_{n+1}$

 $K x_n = \nabla x_n$

Primal Dual алгоритм минимизации в общем виде решает:

$$\min_{x} F(Kx) + G(x)$$

Где:F G- выпуклые функции, K- линейный оператор.

Тогда итеративная схема (модель - выпуклая):

$$p_{n+1} = (I + \sigma \partial F^*)^{-1}(p_n + \sigma K x_n)$$

$$(I + \sigma \partial F^*)^{-1}(p) = \operatorname{project}_P(p)$$

$$x_{n+1} = (I + \tau \partial G)^{-1}(x_n - \tau K^T p_{n+1})$$

$$x_{n+1} = \hat{x}_{n+1} + \theta(\hat{x}_{n+1} - x_n)$$

$$(I + \sigma \partial F^*)^{-1}(p) = \frac{x + \lambda \tau f}{1 + \lambda \tau}$$

$$(I + \tau \partial G_{ROF})^{-1}(x) = \frac{x + \lambda \tau f}{1 + \lambda \tau}$$

$$\mathbf{project}_P(p) = \frac{p}{\max(\|p\|_{+}, 1)}$$

На каждой итерации - два шага (Primal-Dual)

$$K x_n = \nabla x_n$$

$$K^T p_{n+1} = \nabla^T p_{n+1}$$

Primal Dual алгоритм минимизации в общем виде решает:

$$\min_{x} F(Kx) + G(x)$$

Где: F G- выпуклые функции, K- линейный оператор.

Тогда итеративная схема (модель - выпуклая):

$$\begin{aligned}
p_{n+1} &= (I + \sigma \partial F^*)^{-1}(p_n + \sigma K x_n) \\
\hat{x}_{n+1} &= (I + \tau \partial G)^{-1}(x_n - \tau K^T p_{n+1}) \\
x_{n+1} &= \hat{x}_{n+1} + \theta(\hat{x}_{n+1} - x_n)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(I + \sigma \partial F^*)^{-1}(p) &= \operatorname{project}_P(p) \\
(I + \tau \partial G_{ROF})^{-1}(x) &= \frac{x + \lambda \tau f}{1 + \lambda \tau} \\
\mathbf{project}_P(p) &= \frac{p}{\max(\|p\|_{1}, 1)}
\end{aligned}$$

На каждой итерации - два шага (Primal-Dual)

$$K x_n = \nabla x_n$$

$$K^T p_{n+1} = \nabla^T p_{n+1}$$

Primal Dual алгоритм минимизации в общем виде решает:

$$\min_{x} F(Kx) + G(x)$$

Где:F G- выпуклые функции, K- линейный оператор.

Тогда итеративная схема (модель - выпуклая):

$$\begin{cases} p_{n+1} = (I + \sigma \partial F^*)^{-1}(p_n + \sigma K x_n) \\ \hat{x}_{n+1} = (I + \tau \partial G)^{-1}(x_n - \tau K^T p_{n+1}) \\ x_{n+1} = \hat{x}_{n+1} + \theta(\hat{x}_{n+1} - x_n) \end{cases} \qquad (I + \sigma \partial F^*)^{-1}(p) = \operatorname{project}_{P}(p) \\ (I + \tau \partial G_{ROF})^{-1}(x) = \frac{x + \lambda \tau f}{1 + \lambda \tau} \\ \operatorname{project}_{P}(p) = \frac{p}{\max(\parallel p \parallel 1)} \end{cases}$$

На каждой итерации - два шага (Primal-Dual)

Каждый пиксель зависит только от себя и соседей

$$K^T p_{n+1} = \nabla^T p_{n+1}$$

 $K x_n = \nabla x_n$

Primal Dual алгоритм минимизации в общем виде решает:

$$\min_{x} F(Kx) + G(x)$$

Где: F G- выпуклые функции, K- линейный оператор.

Тогда итеративная схема (модель - выпуклая):

$$\begin{cases} p_{n+1} = (I + \sigma \partial F^*)^{-1}(p_n + \sigma K x_n) \\ \hat{x}_{n+1} = (I + \tau \partial G)^{-1}(x_n - \tau K^T p_{n+1}) \\ x_{n+1} = \hat{x}_{n+1} + \theta(\hat{x}_{n+1} - x_n) \end{cases} \qquad (I + \sigma \partial F^*)^{-1}(p) = \operatorname{project}_P(p) \\ (I + \tau \partial G_{ROF})^{-1}(x) = \frac{x + \lambda \tau f}{1 + \lambda \tau} \\ \operatorname{project}_P(p) = \frac{p}{\max(\parallel p \parallel, 1)} \end{cases}$$

На каждой итерации - два шага (Primal-Dual) Каждый пиксель зависит только от себя и соседей Как ускорить сходимость?

 $K^T p_{n+1} = \nabla^T p_{n+1}$ denoising (with math)

 $K x_n = \nabla x_n$

Primal Dual алгоритм минимизации в общем виде решает: Ligeu

$$\min_{x} F(Kx) + G(x)$$

Где: F G- выпуклые функции, K- линейный оператор.



Тогда итеративная схема (модель - выпуклая):

$$\begin{cases} p_{n+1} = (I + \sigma \partial F^*)^{-1}(p_n + \sigma K x_n) \\ \hat{x}_{n+1} = (I + \tau \partial G)^{-1}(x_n - \tau K^T p_{n+1}) \\ x_{n+1} = \hat{x}_{n+1} + \theta(\hat{x}_{n+1} - x_n) \end{cases} \qquad (I + \sigma \partial F^*)^{-1}(p) = \operatorname{project}_{P}(p) \\ (I + \tau \partial G_{ROF})^{-1}(x) = \frac{x + \lambda \tau f}{1 + \lambda \tau} \\ \operatorname{project}_{P}(p) = \frac{p}{\max(\|p\|_{+}, 1)} \end{cases}$$

На каждой итерации - два шага (Primal-Dual)

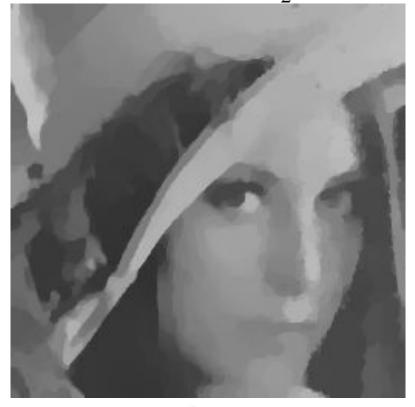
Каждый пиксель зависит т<u>о</u>лько от себя и соседей

Как ускорить сходимость? + Coarse-to-Fine!

 $K^T p_{n+1} = \nabla^T p_{n+1}$

 $K x_n = \nabla x_n$

$$\min_{x} \| \nabla x \| + \frac{\lambda}{2} \| x - f \|^2$$





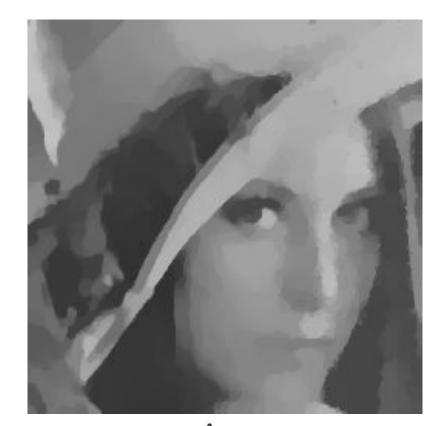
 $\lambda = 4$

 $\lambda = 8$

$$\min_{x} \| \nabla x \| + \frac{\lambda}{2} \| x - f \|^2$$







 $\lambda = 4$

3.

TV-L1 Image Denoising $\min_{x} \| \nabla x \| + \lambda \| x - f \|^{\mathsf{X}}$

Как изменится результат?

TV-L1 Image Denoising $\min_{x} \| \nabla x \| + \lambda \| x - f \|^{\mathsf{Y}}$

Более устойчивы к выбросам - не идем им на поводу.

TV-L1 Image Denoising $\min_{x} \| \nabla x \| + \lambda \| x - f \|$





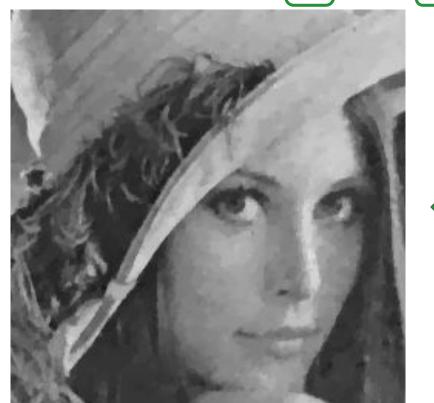
λ = 1

λ = 1

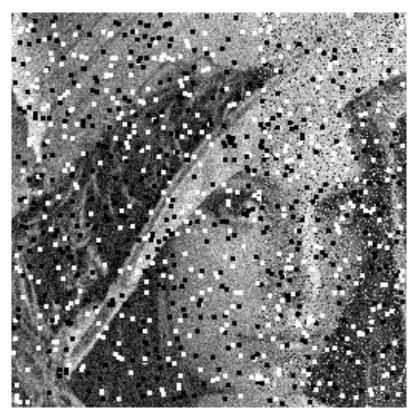
TV-L1 Image Denoising

$$\min_{x} \| \nabla x \| + \lambda \sum_{i} \| x - [f_{i}] \|$$

5 очень шумных наблюдений:







Подробнее: IPython notebook with ROF and TVL1 denoising (with math!)

TV-L1 Image Denoising

Primal-Dual алгоритм минимизации в общем виде решает:

$$\min_{x} F(Kx) + G(x)$$
 невязка по данным

Где:F G- выпуклые функции, K- линейный оператор.

Тогда итеративная схема (модель - выпуклая):

$$\begin{cases} p_{n+1} = (I + \sigma \partial F^*)^{-1}(p_n + \sigma K x_n) & (I + \sigma \partial F^*)^{-1}(p) = \mathbf{project}_P(p) \\ \hat{x}_{n+1} = (I + \tau \partial G)^{-1}(x_n - \tau K^T p_{n+1}) & (I + \tau \partial G_{TV-L1})^{-1}(x) = \mathbf{shrink}(x, f, \lambda \tau) \end{cases}$$

TV-L2 Image Denoising (ROF)

Primal-Dual алгоритм минимизации в общем виде решает:

$$\min_{x} F(Kx) + G(x)$$
 невязка по данным

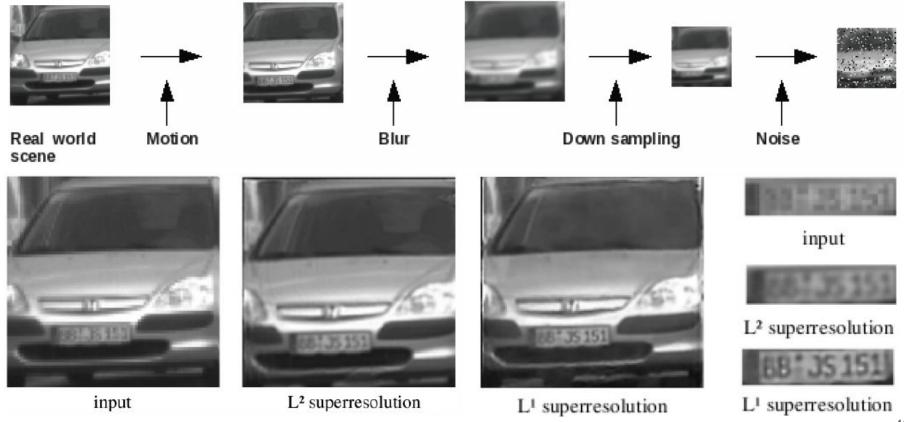
Где:F G- выпуклые функции, K- линейный оператор.

Тогда итеративная схема (модель - выпуклая):

$$\begin{cases} p_{n+1} = (I + \sigma \partial F^*)^{-1} (p_n + \sigma K x_n) & (I + \sigma \partial F^*)^{-1} (p) = \mathbf{project}_P(p) \\ \hat{x}_{n+1} = (I + \tau \partial G)^{-1} (x_n - \tau K^T p_{n+1}) & (I + \tau \partial G_{ROF})^{-1} (x) = \frac{x + \lambda \tau f}{1 + \lambda \tau} \\ x_{n+1} = \hat{x}_{n+1} + \theta (\hat{x}_{n+1} - x_n) & \mathbf{project}_P(p) = \frac{p}{max(\| \| p \| \| \| 1)} \end{cases}$$

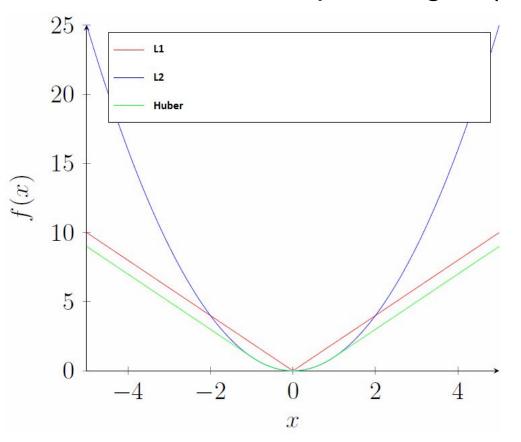
 $K x_n = \nabla x_n$ $K^T p_{n+1} = \nabla^T p_{n+1}$ Подробнее: <u>IPython notebook with ROF and TVL1 denoising (with math!)</u>

Image super resolution from multiple images (TV-L1, TV-L2)



Подробнее: Video Super Resolution using Duality Based TV-L1 Optical Flow, Mitzel et al., 20090

Image super resolution from multiple images (Huber loss)



Подробнее: A Convex Approach for Variational Super-Resolution, Unger et al., 2010⁴¹

Image super resolution from multiple images (Huber loss)

$$\min_{x} \| \nabla x \| + \lambda \| x - f \|$$

16 input images

Super-resolution $\xi = 3$

Bicubic

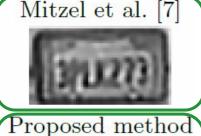














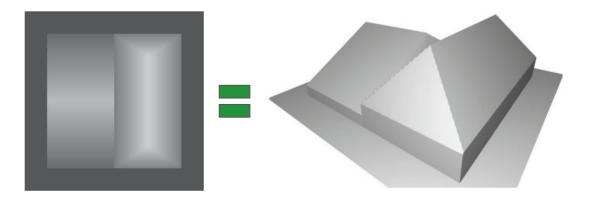
Huber

Подробнее: A Convex Approach for Variational Super-Resolution, Unger et al., 2010⁴²

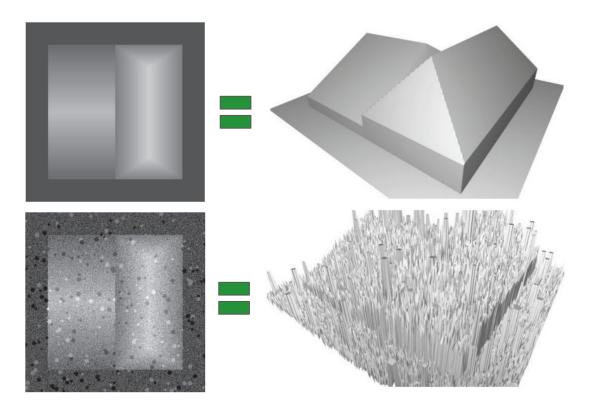
Ссылки: TV-L2 (ROF), TV-L1, Primal-Dual минимизация

- An introduction to Total Variation for Image Analysis, Chambolle et al., 2009
- IPython notebook with ROF and TVL1 denoising (with math!)
- Google Scholar: Thomas Pock (lots of research with Primal Dual method)
- Video Super Resolution using Duality Based TV-L1 Optical Flow, Mitzel et al., 2009
- A Convex Approach for Variational Super-Resolution, Unger et al., 2010

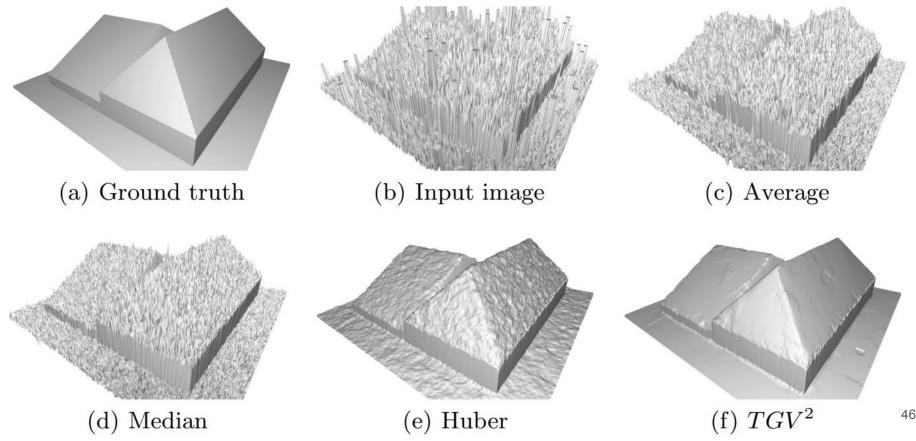
DSM (**D**igital **S**urface **M**odel, 2.5D карта высот)



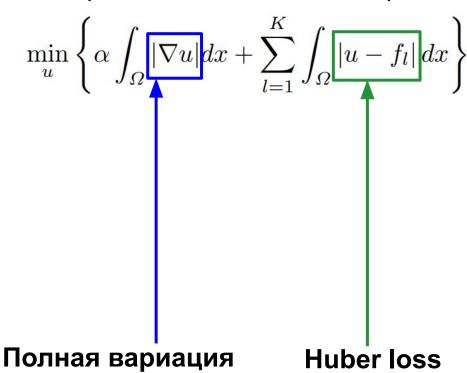
DSM (**D**igital **S**urface **M**odel, 2.5D карта высот)



DSM из 5 шумных наблюдений

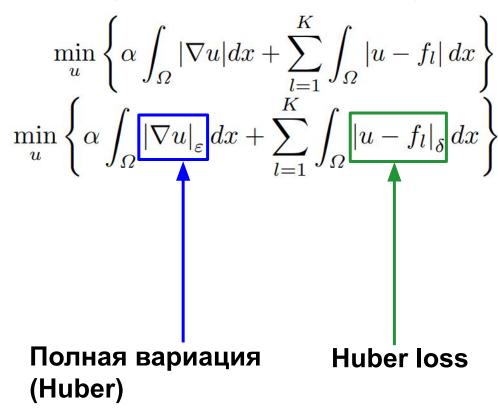


TV- L^1 model:



TV- L^1 model:

Huber model:



$$TV extbf{-}L^1$$
 model:
$$\min_u \left\{ lpha \int_{\Omega} |
abla u| dx + \sum_{l=1}^K \int_{\Omega} |u - f_l| \, dx \right\}$$
 Huber model:
$$\min_u \left\{ lpha \int_{\Omega} |
abla u|_{\varepsilon} \, dx + \sum_{l=1}^K \int_{\Omega} |u - f_l|_{\delta} \, dx \right\}$$
 TGV^2 model:
$$\min_{u,v} \left\{ lpha_1 \int_{\Omega} |
abla u - v| \, dx + lpha_0 \int_{\Omega} |
abla (v)| \, dx + \sum_{l=1}^K \int_{\Omega} |u - f_l|_{\delta} \, dx \right\}$$
 Полная вариация v Huber loss

49

$$TV ext{-}L^1$$
 model:

$$\min_{u} \left\{ \alpha \int_{\Omega} |\nabla u| dx + \sum_{l=1}^{K} \int_{\Omega} |u - f_l| dx \right\}$$

Huber model:

$$\min_{u} \left\{ \alpha \int_{\Omega} |\nabla u|_{\varepsilon} dx + \sum_{l=1}^{K} \int_{\Omega} |u - f_{l}|_{\delta} dx \right\}$$

$$TGV^{2} \text{model: } \min_{u,v} \left\{ \alpha_{1} \int_{\Omega} |\nabla u - v| dx + \alpha_{0} \int_{\Omega} |\mathcal{E}(v)| dx + \sum_{l=1}^{K} \int_{\Omega} |u - f_{l}|_{\delta} dx \right\}$$

Т.е. регуляризация второго порядка:

$$\alpha_1 \int_{\Omega} |\nabla u - v| dx \Rightarrow v \approx \nabla u$$

$$TV ext{-}L^1$$
 model:

$$\min_{u} \left\{ \alpha \int_{\Omega} |\nabla u| dx + \sum_{l=1}^{K} \int_{\Omega} |u - f_l| dx \right\}$$

Huber model:

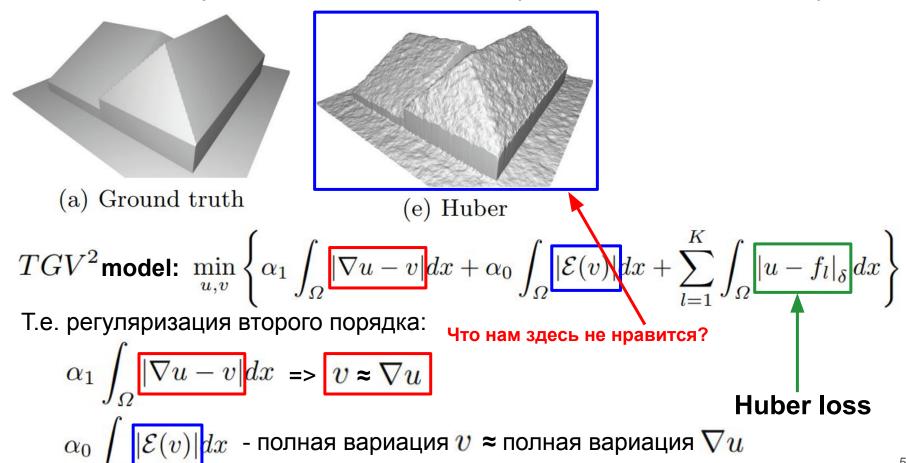
$$\min_{u} \left\{ \alpha \int_{\Omega} |\nabla u|_{\varepsilon} \, dx + \sum_{l=1}^{k-1} \int_{\Omega} |u - f_{l}|_{\delta} \, dx \right\}$$

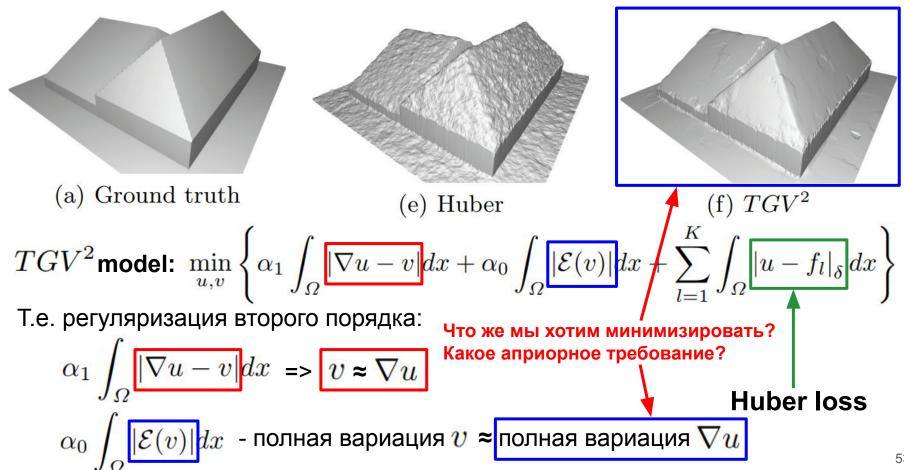
$$TGV^{2} \text{model: } \min_{u,v} \left\{ \alpha_{1} \int_{\Omega} |\nabla u - v| dx + \alpha_{0} \int_{\Omega} |\mathcal{E}(v)| dx + \sum_{l=1}^{K} \int_{\Omega} |u - f_{l}|_{\delta} dx \right\}$$

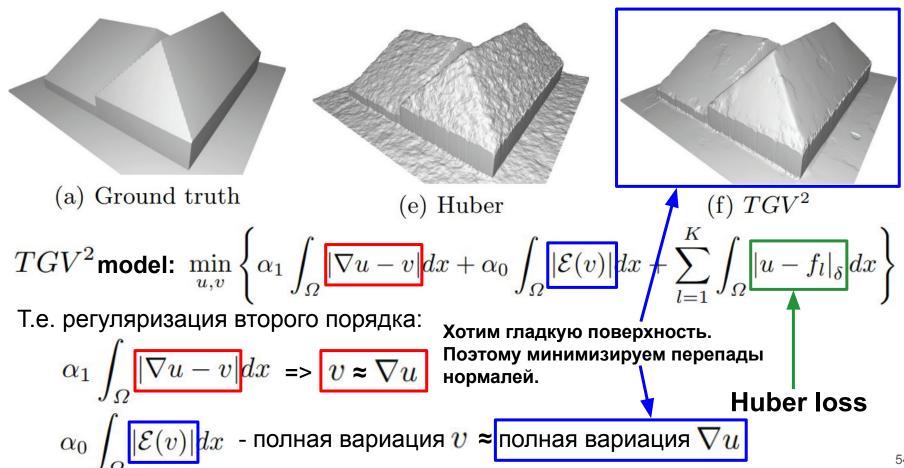
Т.е. регуляризация второго порядка:

$$\alpha_1 \int_{\Omega} |\nabla u - v| dx \implies v \approx \nabla u$$

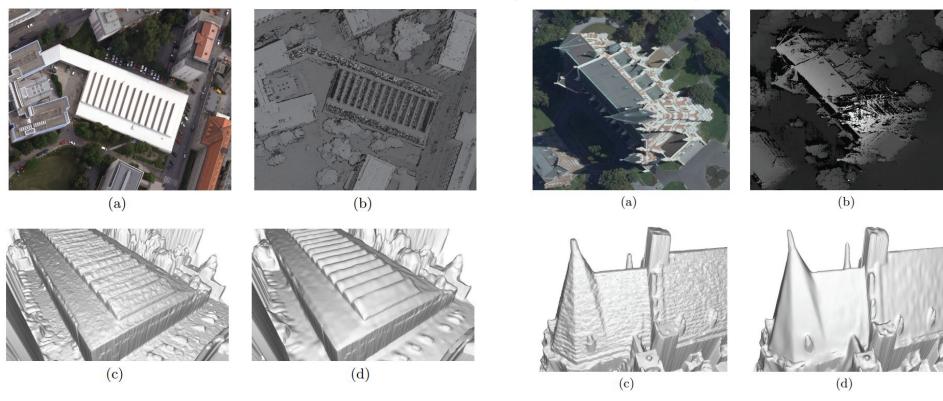
$$\alpha_0 \int |\mathcal{E}(v)| dx$$
 - полная вариация $v \approx$ полная вариация ∇u





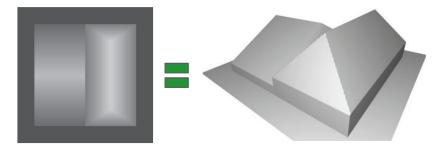


DSM из шумных наблюдений (**TGV-Huber**)



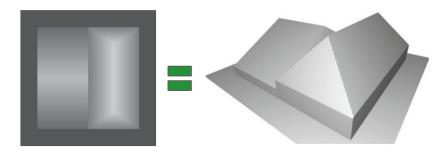
TGV-Fusion, Pock et al., 2011

DSM (2.5D карта высот)



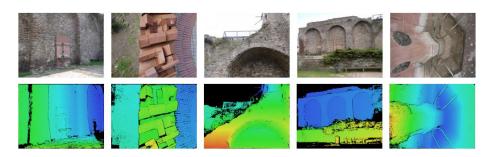
На вход: ???

DSM (2.5D карта высот)



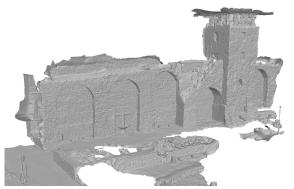
На вход: несколько неполных карт высоты (каждая получена из карты глубины)

$$\min_{u} \left\{ \alpha \int_{\Omega} |\nabla u| dx + \sum_{l=1}^{K} \int_{\Omega} |u - f_{l}| dx \right\}$$

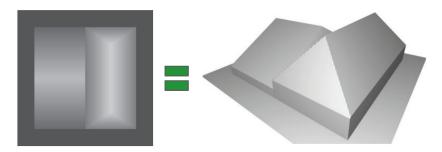


На вход: карты глубины???

На выход: полигональная модель???

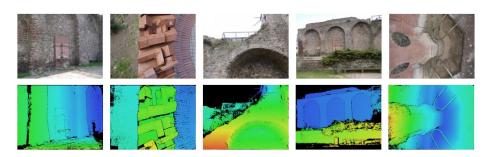


DSM (2.5D карта высот)



На вход: несколько неполных карт высоты (каждая получена из карты глубины)

$$\min_{u} \left\{ \alpha \int_{\Omega} |\nabla u| dx + \sum_{l=1}^{K} \int_{\Omega} |u - f_l| dx \right\}$$

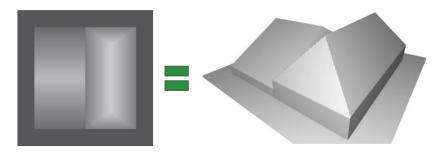


На вход: карты глубины???

На выход: полигональная модель???



DSM (2.5D карта высот)

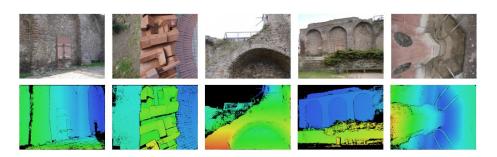


На вход: несколько неполных карт высоты (каждая получена из карты глубины)

На выход: одна карта (картинка высот)

$$\min_{u} \left\{ \alpha \int_{\Omega} |\nabla u| dx + \sum_{l=1}^{K} \int_{\Omega} |u - f_l| dx \right\}$$

Какое 3D представление позволит легко сверить текущий ответ с входными данными?

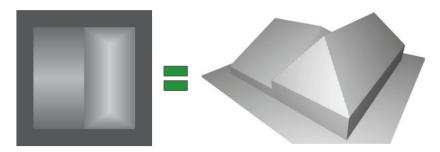


На вход: карты глубины???

На выход: индикаторное скалярное поле

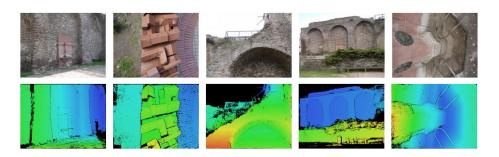


DSM (2.5D карта высот)



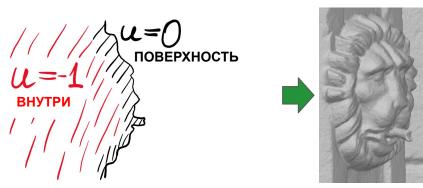
На вход: несколько неполных карт высоты (каждая получена из карты глубины)

$$\min_{u} \left\{ \alpha \int_{\Omega} |\nabla u| dx + \sum_{l=1}^{K} \int_{\Omega} |u - f_l| dx \right\}$$

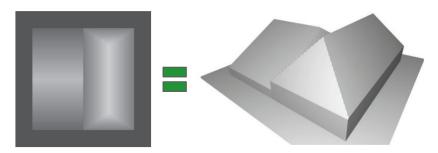


На вход: карты глубины???

На выход: индикаторное скалярное поле

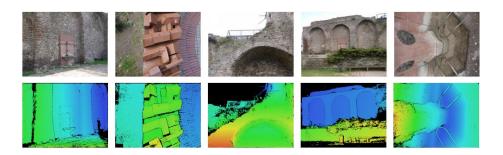


DSM (2.5D карта высот)



На вход: несколько неполных карт высоты (каждая получена из карты глубины)

$$\min_{u} \left\{ \alpha \int_{\Omega} |\nabla u| dx + \sum_{l=1}^{K} \int_{\Omega} |u - f_l| dx \right\}$$

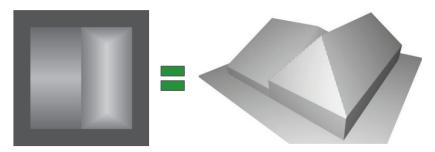


На вход: карты глубины???

На выход: индикаторное скалярное поле

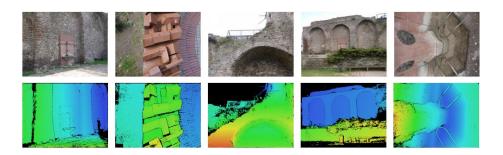


DSM (2.5D карта высот)



На вход: несколько неполных карт высоты (каждая получена из карты глубины)

$$\min_{u} \left\{ \alpha \int_{\Omega} |\nabla u| dx + \sum_{l=1}^{K} \int_{\Omega} |u - f_l| dx \right\}$$

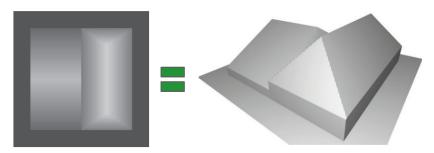


На вход: карты глубины???

На выход: индикаторное скалярное поле

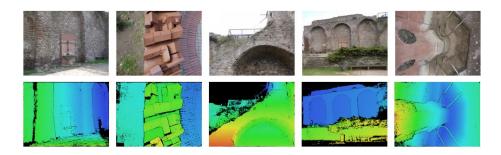


DSM (2.5D карта высот)



На вход: несколько неполных карт высоты (каждая получена из карты глубины)

$$\min_{u} \left\{ \alpha \int_{\Omega} |\nabla u| dx + \sum_{l=1}^{K} \int_{\Omega} |u - f_l| dx \right\}$$

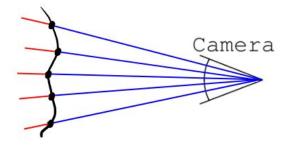


На вход: карты глубины???

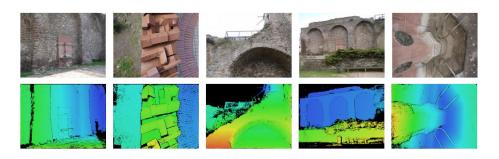
На выход: индикаторное скалярное поле

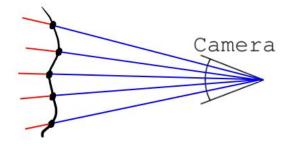


Карты глубины



Карты глубины

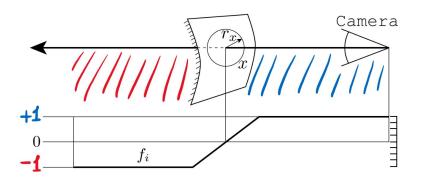


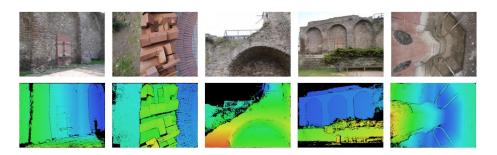


На вход: карты глубины???

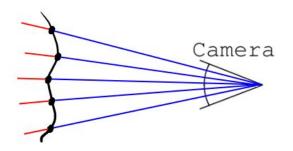
На выход: индикаторное скалярное поле







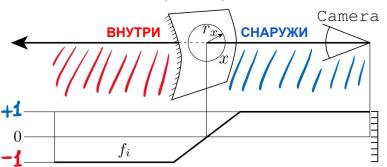
Карты глубины

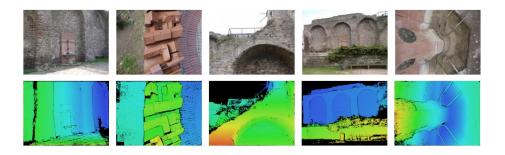


На вход: карты глубины???

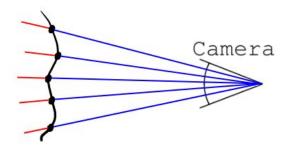








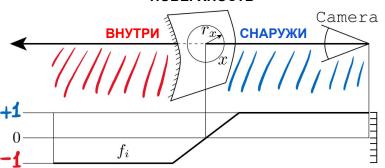
Карты глубины

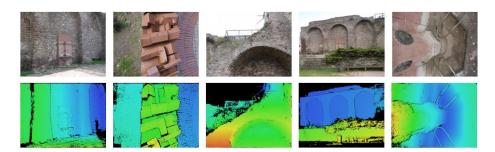


На вход: индикаторное скалярное поле







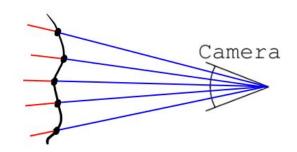


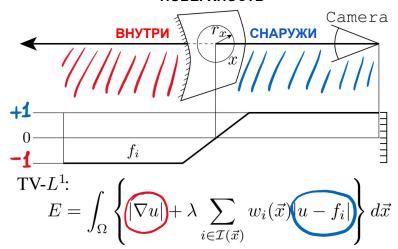
На вход: индикаторное скалярное поле

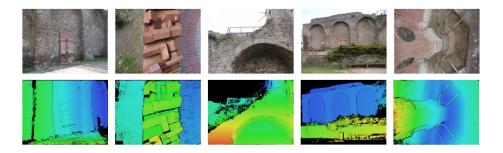
На выход: индикаторное скалярное поле



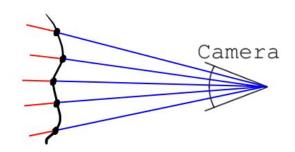
Карты глубины





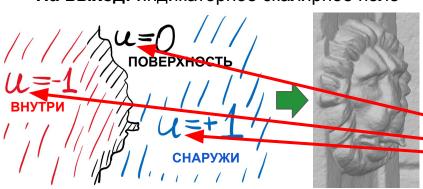


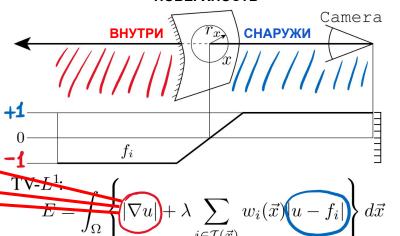
Карты глубины

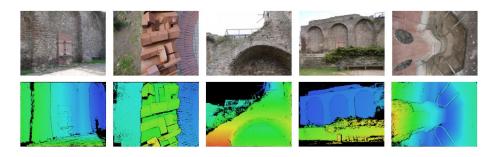


На вход: индикаторное скалярное поле

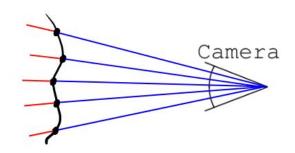




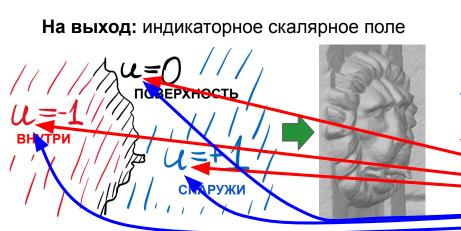


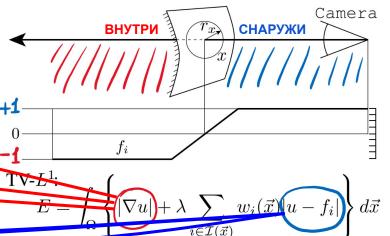


Карты глубины

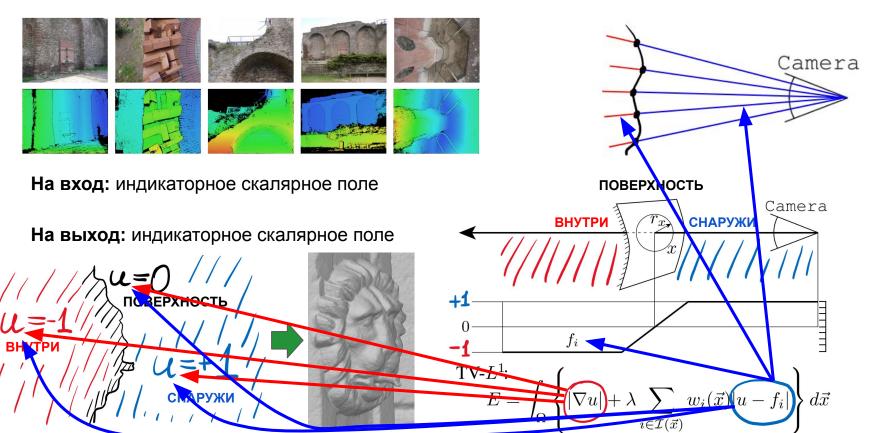


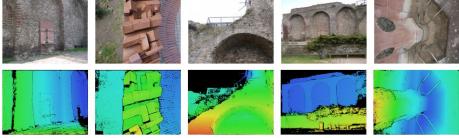
На вход: индикаторное скалярное поле



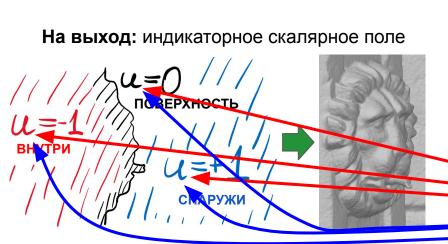


Карты глубины

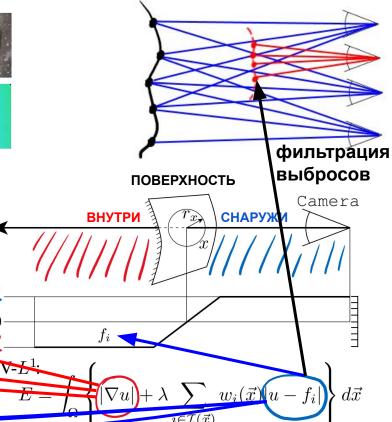


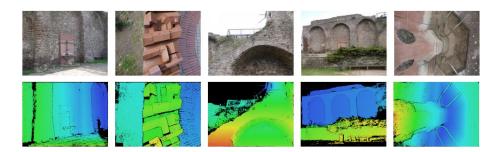


На вход: индикаторное скалярное поле



Карты глубины





На вход: индикаторное скалярное поле

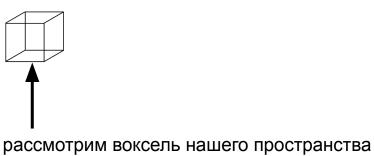
На выход: индикаторное скалярное поле



Как по найденному скалярному полю найти полигональную поверхность?



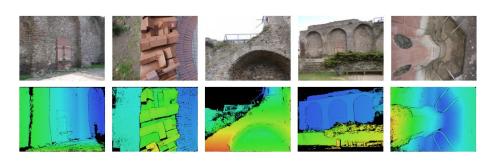
Маршировка кубов



На вход: индикаторное скалярное поле

На выход: индикаторное скалярное поле



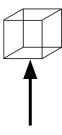


На вход: индикаторное скалярное поле

На выход: индикаторное скалярное поле



Маршировка кубов



рассмотрим воксель нашего пространства

как зная индикаторное поле на его 8 углах понять где проходит поверхность?

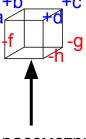


На вход: индикаторное скалярное поле

На выход: индикаторное скалярное поле

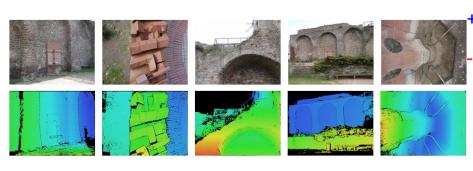


Маршировка кубов



рассмотрим воксель нашего пространства

как зная индикаторное поле на его 8 углах понять где проходит поверхность?

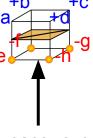


На вход: индикаторное скалярное поле

На выход: индикаторное скалярное поле



Маршировка кубов



рассмотрим воксель нашего пространства

как зная индикаторное поле на его 8 углах понять где проходит поверхность?



На вход: индикаторное скалярное поле

На выход: индикаторное скалярное поле



Маршировка кубов































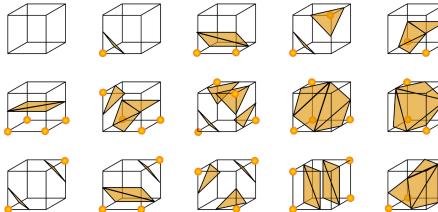


На вход: индикаторное скалярное поле

На выход: индикаторное скалярное поле



Маршировка кубов



А сколько всего случаев?

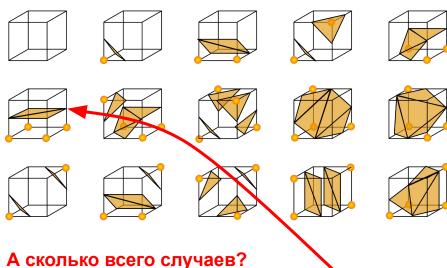


На вход: индикаторное скалярное поле

На выход: индикаторное скалярное поле



Маршировка кубов



А где между углами вокселя ставить вершину?

1) Есть множество карт глубины













1) Есть множество карт глубины

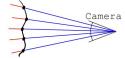












1) Есть множество карт глубины

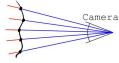












2) Множество точек всех карт глубины - порождает адаптивное октодерево

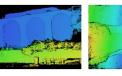
(дискретизация пространства)

Есть множество карт глубины

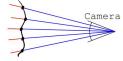












Множество точек всех карт глубины - порождает адаптивное октодерево 2)

(дискретизация пространства)

1) Есть множество карт глубины

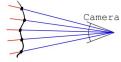












2) Множество точек всех карт глубины - порождает адаптивное октодерево

(дискретизация пространства)

как по точке решить какого размера нужен воксель?

1) Есть множество карт глубины

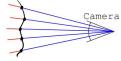












2) Множество точек всех карт глубины - порождает адаптивное октодерево

(дискретизация пространства)

как по точке решить какого размера нужен воксель?

у каждой точки есть разрешение (в миллиметрах)

1) Есть множество карт глубины

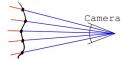












- 2) Множество точек всех карт глубины порождает адаптивное октодерево
 - (дискретизация пространства)
- 3) Оптимизировали индикаторное поле (много итераций)

TV-L¹:
$$E = \int_{\Omega} \left\{ \nabla u + \lambda \sum_{i \in \mathcal{I}(\vec{x})} w_i(\vec{x}) (u - f_i) \right\} d\vec{x}$$

1) Есть множество карт глубины

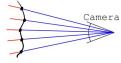






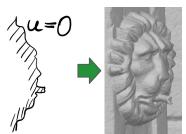






- 2) Множество точек всех карт глубины порождает адаптивное октодерево
 - (дискретизация пространства)
- 3) Оптимизировали индикаторное поле (много итераций)

TV-L¹:
$$E = \int_{\Omega} \left\{ \nabla u + \lambda \sum_{i \in \mathcal{I}(\vec{x})} w_i(\vec{x}) (u - f_i) \right\} d\vec{x}$$



Как ускорить?

3D модель (**TV-L1**)

1) Есть множество карт глубины

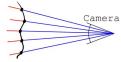






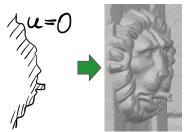






- 2) Множество точек всех карт глубины порождает **адаптивное** октодерево
 - (дискретизация пространства)
- 3) Оптимизировали индикаторное поле (много итераций)

TV-L¹:
$$E = \int_{\Omega} \left\{ \nabla u + \lambda \sum_{i \in \mathcal{I}(\vec{x})} w_i(\vec{x}) (u - f_i) \right\} d\vec{x}$$



Как ускорить?





3D модель (**TV-L1**)



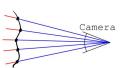










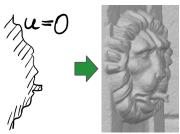




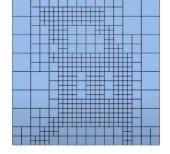
(дискретизация пространства)

3) Оптимизировали индикаторное поле (много итераций)

TV-L¹:
$$E = \int_{\Omega} \left\{ \nabla u + \lambda \sum_{i \in \mathcal{I}(\vec{x})} w_i(\vec{x}) (u - f_i) \right\} d\vec{x}$$







Ускоряем: GPU + Coarse-to-Fine

3D модель (TV-L1)



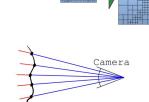






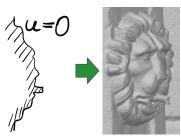






- 2) Множество точек всех карт глубины порфждает адаптивное октодерево
 - (дискретизация пространства)
- 3) Оптимизировали индикаторное поле (много итераций)

TV-L¹:
$$E = \int_{\Omega} \left\{ \nabla u + \lambda \sum_{i \in \mathcal{I}(\vec{x})} w_i(\vec{x}) (u - f_i) \right\} d\vec{x}$$



Нужно обращаться к соседним вокселям

3D модель (**TV-L1**)

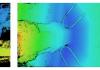


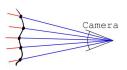










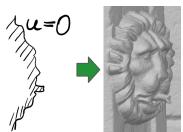


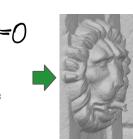


(дискретизация пространства)

Оптимизировали индикаторное поле (много итераций) 3)

TV-L¹:
$$E = \int_{\Omega} \left\{ \nabla u + \lambda \sum_{i \in \mathcal{I}(\vec{x})} w_i(\vec{x}) (u - f_i) \right\} d\vec{x}$$







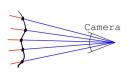










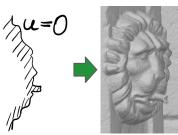




(дискретизация пространства)

3) Оптимизировали индикаторное поле (много итераций)

TV-L¹:
$$E = \int_{\Omega} \left\{ \nabla u + \lambda \sum_{i \in \mathcal{I}(\vec{x})} w_i(\vec{x}) (u - f_i) \right\} d\vec{x}$$





Нужно обращаться к соседним вокселям Значит нужно ограничить число соседей Значит нужно сбалансированное октодерево

3D модель (**TV-L1**)



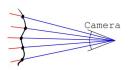






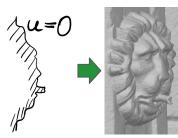






- Множество точек всех карт глубины порождает адаптивное октодерево 2)
 - (дискретизация пространства)
- Оптимизировали индикаторное поле (много итераций) 3)

TV-L¹:
$$E = \int_{\Omega} \left\{ \nabla u + \lambda \sum_{i \in \mathcal{I}(\vec{x})} w_i(\vec{x}) (u - f_i) \right\} d\vec{x}$$





1) Есть множество карт глубины

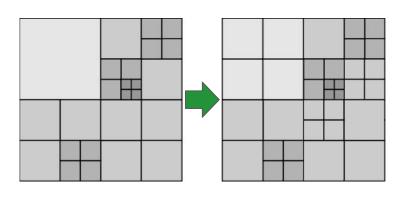








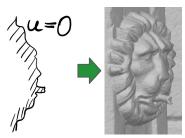




- 2) Множество точек всех карт глубины порождает **адаптивное** октодерево (дискретизация пространства)
- 3) Балансируем октодерево 2:1 (по каждой стороне макс. два соседа)
- 4) Оптимизировали индикаторное поле (много итераций + Coarse-to-Fine)

$$TV-L^{1}:$$

$$E = \int_{\Omega} \left\{ \boxed{\nabla u} + \lambda \sum_{i \in \mathcal{I}(\vec{x})} w_{i}(\vec{x}) \boxed{u - f_{i}} \right\} d\vec{x}$$



1) Есть множество карт глубины

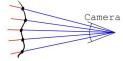








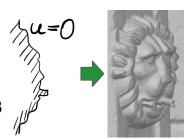




- 2) Множество точек всех карт глубины порождает **адаптивное** октодерево (дискретизация пространства)
- 3) Балансируем октодерево 2:1 (по каждой стороне макс. два соседа)
- 4) Оптимизировали индикаторное поле (много итераций + Coarse-to-Fine)

$$TV-L^{1}:$$

$$E = \int_{\Omega} \left\{ \nabla u + \lambda \sum_{i \in \mathcal{I}(\vec{x})} w_{i}(\vec{x}) u - f_{i} \right\} d\vec{x}$$



Как компактно хранить карты глубины? При этом чтобы быстро с ними сверяться!

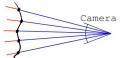
1) Есть множество карт глубины



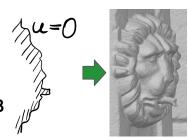


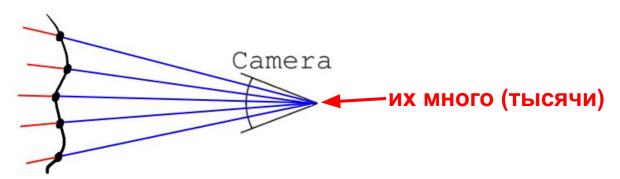


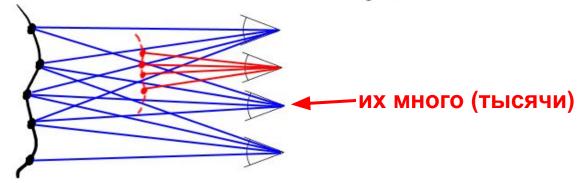


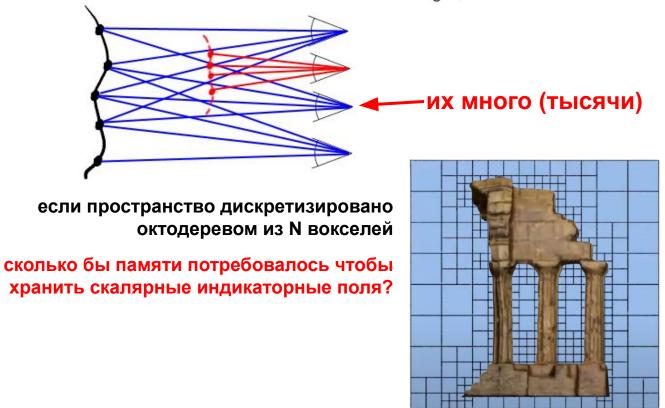


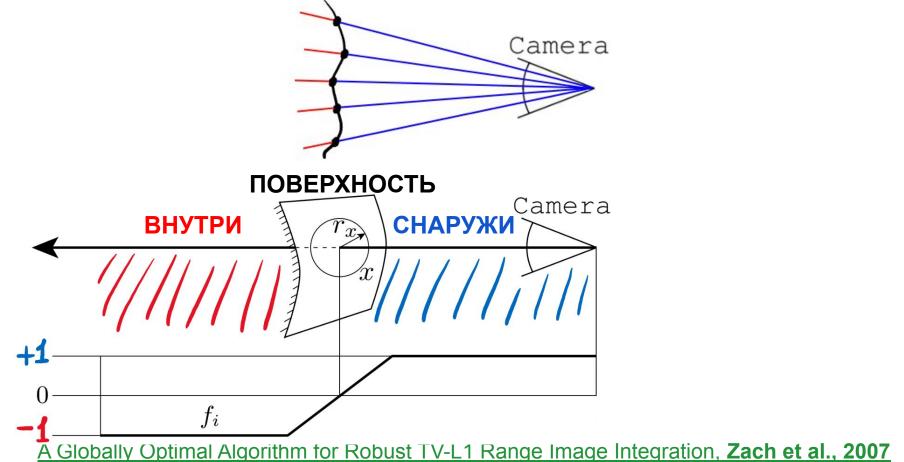
- 2) Множество точек всех карт глубины порождает адаптивное октодерево (дискретизация пространства)
- 3) Балансируем октодерево 2:1 (по каждой стороне макс. два соседа)
- 4) Оптимизировали индикаторное проле (много итераций + Coarse-to-Fine)

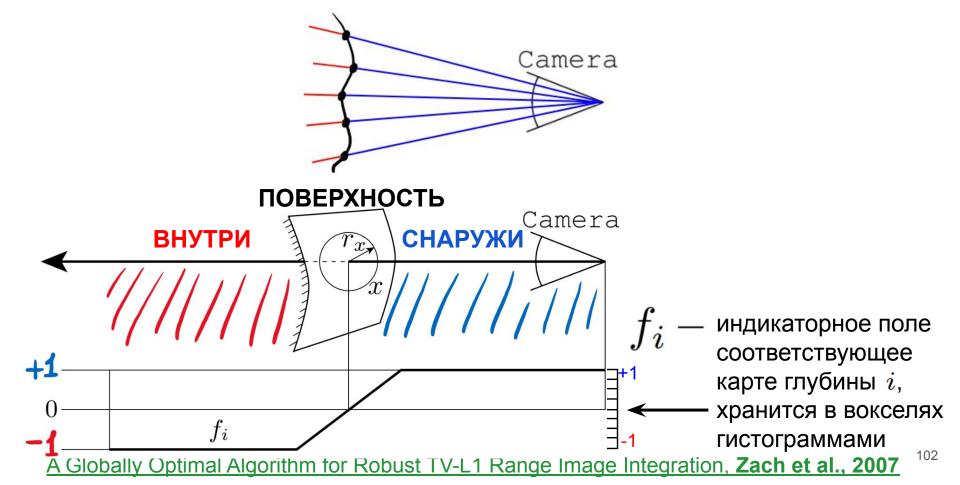


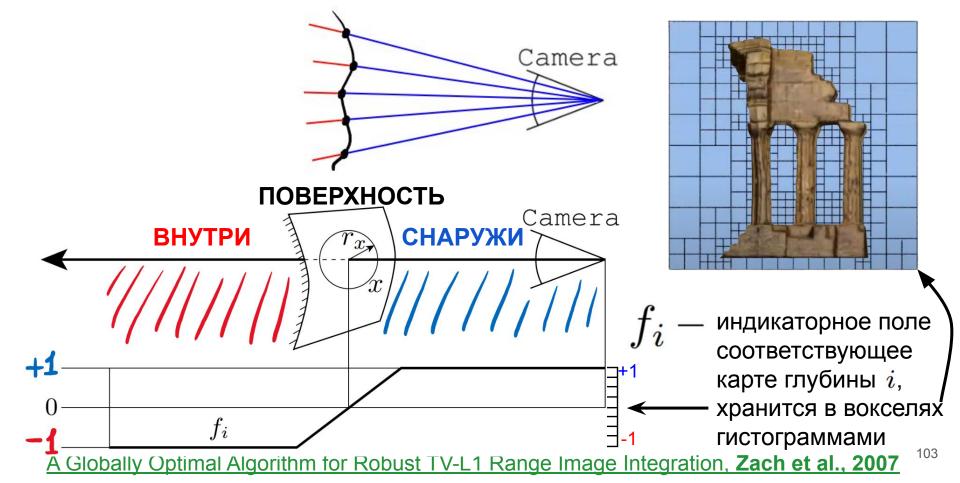


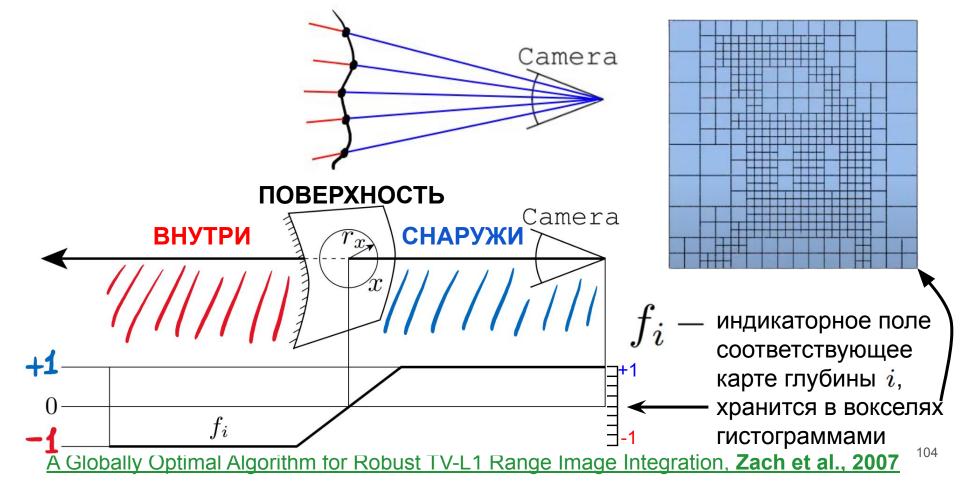












1) Есть множество карт глубины

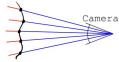




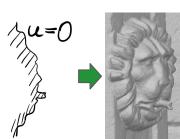








- 2) Множество точек всех карт глубины порождает **адаптивное** октодерево (дискретизация пространства)
- 3) Балансируем октодерево 2:1 (по каждой стороне макс. два соседа)
- 4) Каждая карта глубины вносит свои индикаторные f_i голоса за воксели
- 5) Оптимизировали индикаторное поле (много итераций + Coarse-to-Fine)



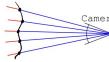
1) Есть множество карт глубины





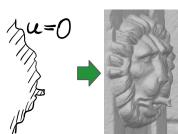






Как ускорить?

- 2) Множество точек всех карт глубины порождает **адаптивное** октодерево (дискретизация пространства)
- 3) Балансируем октодерево 2:1 (по каждой стороне макс. два соседа)
- 4) Каждая карта глубины вносит свои индикаторные f_i голоса за воксели
- 5) Оптимизировали индикаторное поле (много итераций + Coarse-to-Fine)



1) Есть множество карт глубины

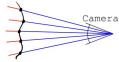




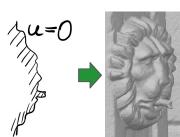




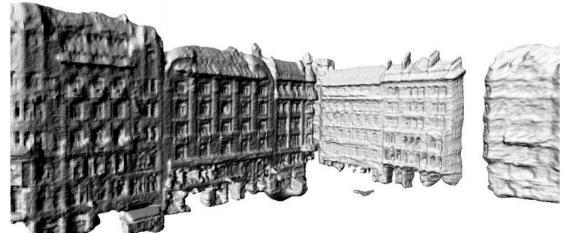




- 2) Множество точек всех карт глубины порождает **адаптивное** октодерево (дискретизация пространства)
- 3)__<u>Бала</u>нсируем октодерево 2:1 (по каждой стороне макс. два соседа)
- 4) Голоса за воксели Каждая карта глубины вносит индикаторные f_i голоса за воксели
- 5) Оптимизировали индикаторное поле (много итераций + Coarse-to-Fine)





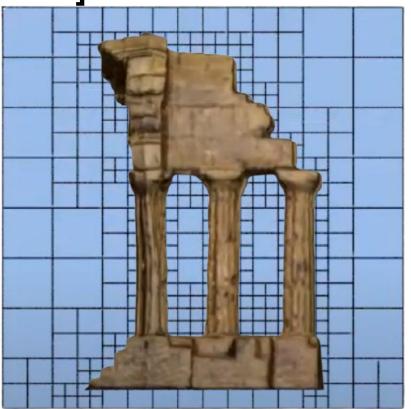


108

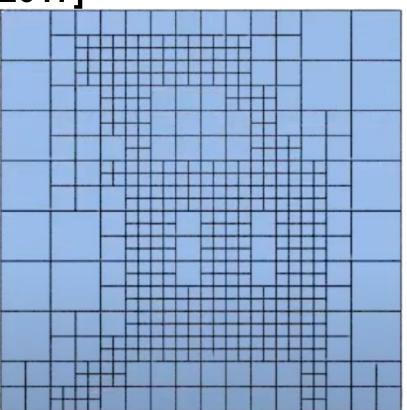
1) Адаптивное октодерево



1) Адаптивное октодерево

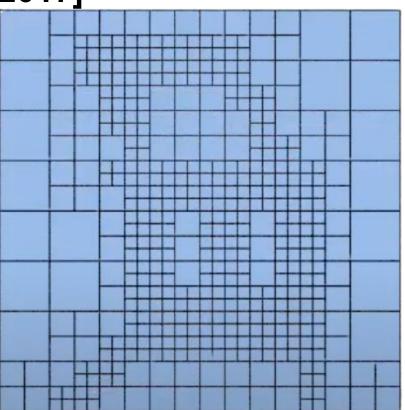


1) Адаптивное октодерево



1) Адаптивное октодерево

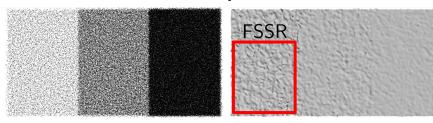
Важно ли кроме экономии памяти? Влияет ли на качество?



1) Адаптивное октодерево

Важно ли кроме экономии памяти? Влияет ли на качество?

Позволяет честно обработать плотности:



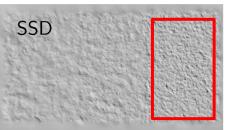




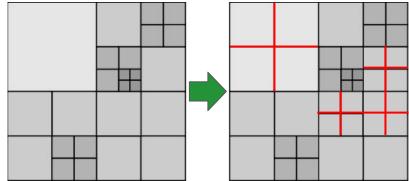
Figure 11. Reconstruction of a plane with three regions, each with a different uniform point density. The scale value assigned to the points corresponds to the sampling density of the central region. Gaussian white noise was added to the points' position and normal. **Top left:** Input point cloud.

FSSR: With increasing density, FSSR effectively cancels out noise. In the low density region it suffers from a too sparse sampling.

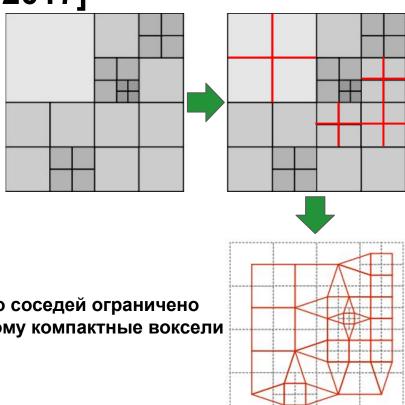
SSD: SSD adapts the scale to the point density and therefore models the noise in the high density region. In the low density region noise is suppressed by using a coarser scale for reconstruction.

Ours: Our reconstruction looks more even in the high density region than that of the other methods. The high density leads to a strong data term but is also effective to cancel out noise. In the low density region the smoothness term dominates and the reconstruction looks smoother than with SSD.

- 1) Адаптивное октодерево
- 2) 2:1 балансировка октодерева



- Адаптивное октодерево
- 2:1 балансировка октодерева



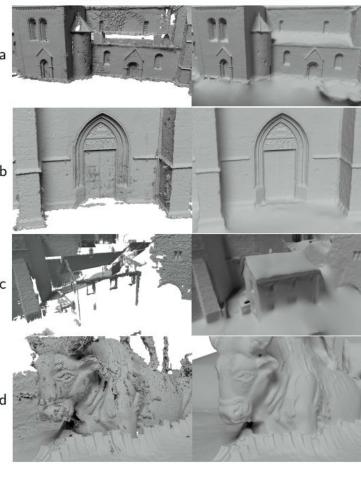
Число соседей ограничено Поэтому компактные воксели

Duration Density estimation $74.6 \, \mathrm{min}$ Octree generation Balancing 7.9 min Histograms $782.4 \min$ 19.9 min Dual grid generation Surface comp. Energy minimization $3678.0 \, \min$ $16.3 \, \mathrm{min}$ Dual contouring 23.5 min Other 4602.9 min Total

Table 1. Runtime breakdown for the Breisach data set.

e Breisach data set.

1 billion points!



Ours

FSSR

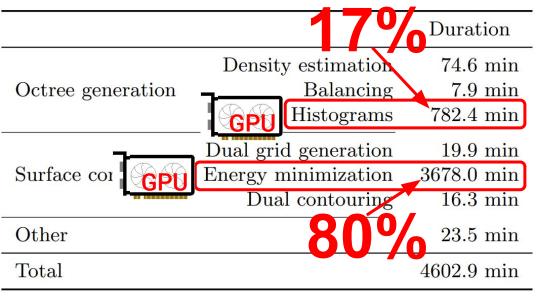
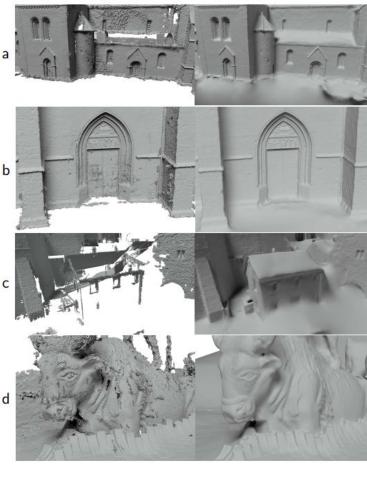


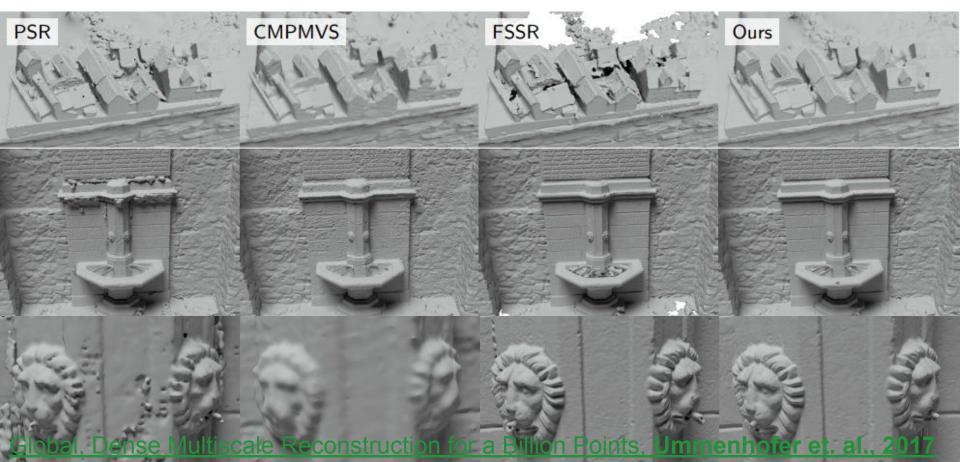
Table 1. Runtime breakdown for the Breisach data set.

1 billion points!



Ours

FSSR



Ссылки

- TGV-Fusion, Pock et al., 2011
- A Globally Optimal Algorithm for Robust TV-L1 Range Image Integration, Zach et al., 2007
- Fast and High Quality Fusion of Depth Maps, Zach, 2008
- Global, Dense Multiscale Reconstruction for a Billion Points, Ummenhofer et al., 2017



Полярный Николай polarnick239@gmail.cਓ