Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова
Факультет вычислительной математики и кибернетики
Кафедра математического моделирования гетерогенных систем

Практическое задание №1 по курсу «Суперкомпьютерное моделирование и технологии»

Выполнил:
студент 608 группы

Трибрат Вадим Дмитриевич

Москва, 2022

1 Постановка задачи.

Необходимо вычислить многомерный интеграл $\int_{-1}^{0}\int_{-1}^{0}\int_{-1}^{0} x^3y^2z\,dxdydz$ методом Монте-Карло с применением технологии MPI (мастер - рабочие).

Программа получает в качестве аргумента командной строки требуемую точность ε и выводит четыре числа:

• Посчитанное приближённое значение интеграла.

• Ошибка посчитанного значения: модуль разности между приближённым и точным значениями интеграла.

• Количество сгенерированных случайных точек.

• Время работы программы в секундах.

2 Аналитическое решение интеграла.

$$\int_{-1}^{0}\int_{-1}^{0}\int_{-1}^{0} x^3y^2z\,dxdydz = \frac{1}{2}\int_{-1}^{0}dx\int_{-1}^{0}x^3y^2 * (0^2 - (-1)^2)dy$$

$$= -\frac{1}{2 * 3}\int_{-1}^{0}x^3 * (0^3 - (-1)^3)dy$$

$$= -\frac{1}{6 * 4} * (0^4 - (-1)^4) = \frac{1}{24}$$

3 Численный подход.

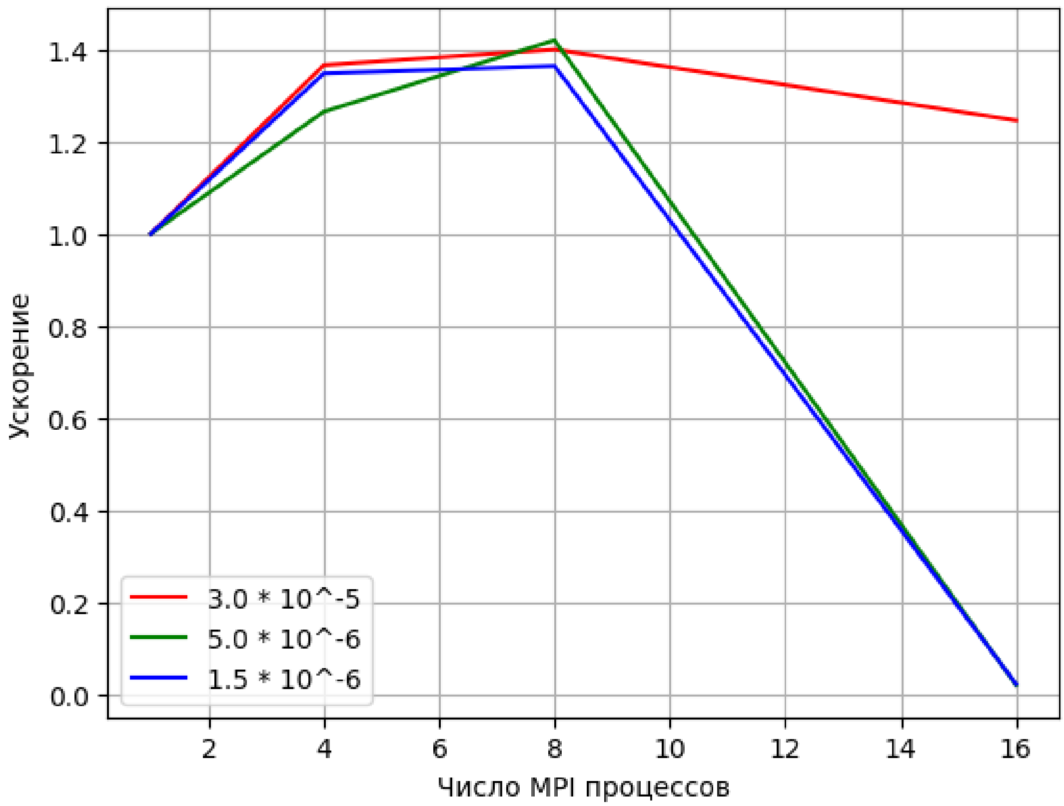
Метод Монте-Карло основан на законе больших чисел. Его основная идея заключается в следующем: выберем произвольную случайную величину ξ и рассмотрим другую с.в. $\zeta = \frac{\mathrm{f}(\xi)}{\mathrm{p}(\xi)}$, где $\mathrm{p}(\xi)$ – плотность распределения ξ. Тогда $\mathrm{E}(\zeta) = \int \mathrm{f}(\xi)\,\mathrm{d}\xi$. А согласно закону больших чисел, мы можем оценить $\mathrm{E}(\zeta)$ как среднее арифметическое $\frac{1}{N}\sum\frac{\mathrm{f}(\xi_i)}{\mathrm{p}(\xi_i)}$.

4 Описание программы.

Мастер генерирует случайные точки, равномерно распределенные на кубе $[-1,0]^3$. Для каждого рабочего он генерирует 50 точек, т. е. общее число точек в мастере – 50 * N, где N – кол-во рабочих. Рассылка производится с помощью функции MPI_Recv, что позволяет экономить память в рабочих процессах. Затем каждый поток вычисляет свою часть суммы и с помощью операции редукции вычисляется текущее приближение интеграла. Если точность недостаточна, то процесс повторяется.

5 Исследование масштабируемости.

Точность ε	Число процессов	Время работы (с)	Ускорение	Ошибка
$3.0 * 10^{-5}$	1	0.035406	1	$2.9 * 10^{-5}$
	4	0.025973	1.366	$2.9 * 10^{-5}$
	8	0.025294	1.4	$2.7 * 10^{-5}$
	16	0.028433	1.246	$2.6 * 10^{-5}$
$5.0 * 10^{-6}$	1	0.034859	1	$4.2 * 10^{-6}$
	4	0.027534	1.265	$4.9 * 10^{-6}$
	8	0.024580	1.42	$2.5 * 10^{-6}$
	16	1.493152	0.02	$4.9 * 10^{-6}$
$1.5 * 10^{-6}$	1	0.035219	1	$1.2 * 10^{-6}$
	4	0.026151	1.348	$1.1 * 10^{-6}$
	8	0.025818	1.364	$1.3 * 10^{-6}$
	16	1.548619	0.022	$1.3 * 10^{-6}$


Ускорение
1.4
1.2
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
2
4
6
8
10
12
14
16
Число MPI процессов
3.0 * 10^-5
5.0 * 10^-6
1.5 * 10^-6