

Пусть dx будет малым изменением переменной x

$$dx = x' - x, \quad (1)$$

где $x + dx = x'$ близко к x , но всё же $x' \neq x$ и $dx \neq 0$.

Изменение dx есть *бесконечно малое*, если оно подходит к нулю будучи не в точности нулём, в то время как более высокие степени dx , такие как $(dx)^2$, $(dx)^3$, $(dx)^4$ и так далее, бесконечно мало меньше dx . Так что

$$dx \neq 0, \text{ но } (dx)^2 = 0, (dx)^3 = 0, \dots \quad (2)$$

— как определение бесконечно малости. Бесконечно малое изменение (бесконечно малая разность) называется *дифференциалом* (*differential**).

Свойства дифференциала :

- ✓ линейность $d(\lambda p + \mu q) = \lambda dp + \mu dq$
- ✓ $d(\text{constant}) = 0$

“Правило произведения” :

$$\checkmark d(uv) = (u + du)(v + dv) - uv = (du)v + u(dv) + (du)(dv), \quad (du)(dv) = 0$$

Дифференциал квадрата $d(w^2)$:

- ✓ $d(w^2) = (w + dw)^2 - w^2 = 2wdw + (dw)^2 = 2wdw$
или, применяя “правило произведения”,
- ✓ $d(w^2) = d(ww) = (dw)w + w(dw) = 2wdw$

....

$$\Rightarrow \forall \lambda, \mu \in \mathbb{R} (\neq \infty) \sin(\lambda dx + \mu dx) = (\lambda + \mu) \sin(dx)$$

Для бесконечно малых dx функция синуса $\sin(dx)$ ведёт себя линейно и, следовательно, равна своему аргументу :

$$\sin(dx) = dx. \quad (3)$$

*difference — разница, разность