Пусть dx будет ма́лым изменением переменной x

$$dx = x' - x\,, \tag{1}$$

где $x + dx = x'$ близко к x, но всё же $x' \neq x \;\Leftrightarrow\; dx \neq 0$.

Изменение dx есть *бесконечнома́лое*, если оно сближается с нулём, будучи очень (“исчезающе”) маленьким, но не в точности нулём, в то время как более высокие степени dx, такие как $(dx)^2$, $(dx)^3$, $(dx)^4$ и так далее, бесконечнома́ло ме́ньше dx — и поэтому равны́ нулю. Здесь

$$dx \neq 0, \quad \text{но} \;\; (dx)^2 = 0,\; (dx)^3 = 0,\; \ldots \tag{2}$$

и есть то, что определяет бесконечномалость dx. Элементы, определённые так, известны как *нульквадратные (nilsquare)* или *нульпотентные (nilpotent)* второй степени. Бесконечнома́лое изменение (бесконечнома́лая разница) также называется *дифференциалом (differential*)*, а операция получения бесконечнома́лой разности — *дифференцированием.*

Свойства дифференцирования :

✓ линейность $d\big(\lambda p + \mu q\big) = \lambda\, dp + \mu\, dq$

✓ $d(\mathsf{constant}) = 0$

“Правило произведения” :

✓ $d(uv) = (u + du)(v + dv) - uv = (du)v + u(dv) + (du)(dv)$,
$(du)(dv) = (du)\frac{du}{du}(dv) = (du)^2\big(\frac{dv}{du}\big) = 0$ или $= (du)\frac{dv}{dv}(dv) = \big(\frac{du}{dv}\big)(dv)^2 = 0$

Для примера, дифференциал квадрата $d\big(w^2\big)$ есть

✓ $d\big(w^2\big) = (w + dw)^2 - w^2 = 2w\,dw + (dw)^2 = 2w\,dw$
или, применяя “правило произведения”,

✓ $d\big(w^2\big) = d(ww) = (dw)w + w(dw) = 2w\,dw$

....

$\Rightarrow \forall \lambda, \mu \in \mathbb{R}\,(\neq\infty)\; \sin(\lambda dx + \mu dx) = (\lambda + \mu)\sin(dx)$

Для бесконечнома́лых dx функция синуса $\sin(dx)$ ведёт себя линейно и, следовательно, равна своему аргументу :

$$\sin(dx) = dx\,. \tag{3}$$

*difference — разница, разность