ГРУППЫ 23.Б07–23.Б10
V семестр, 2025/2026 уч. год
Задание №1

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Пусть дано алгебраическое или трансцендентное уравнение вида

$$f(x)=0, \qquad (1)$$

причем, известно, что все интересующие вычислителя корни находятся на отрезке [A, B], на котором функция f(x) определена и непрерывна.

Требуется найти все корни уравнения (1) на [A, B] **нечетной кратности** (здесь **A, B, f(x)** – параметры задачи).

Решение задачи разбить на два этапа:
1. Процедура отделения корней уравнения (1) на отрезке [A, B];
2. Уточнение корней уравнения (1) на отрезках перемены знака вида [a_i, b_i]
   a. Методом половинного деления (методом бисекции);
   b. Методом Ньютона (методом касательных);
   c. Модифицированным методом Ньютона;
   d. Методом секущих

с заданной точностью ε > 0 (**ε – параметр задачи**). Это предполагает выбор отрезка перемены знака и применение для него всех четырех методов. То есть отрезок фиксирован; единственный корень, ему принадлежащий, уточняется всеми методами.

Примечания:
1) Требования к оформлению задачи: вывести на печать название темы, исходные параметры задачи: A, B, вид функции f(x), ε.
2) Отделение корней произвести способом табулирования [A, B] с шагом $h>0$ (где $h=(B–A)/N$, здесь **$N \geq 2$ – также параметр задачи**). При реализации выбирать достаточно малые значения h.
   Результатом решения задачи отделения корней является последовательный вывод отрезков перемены знака функции f(x) вида [a_i, b_i] из [A, B], а также указание их количества.
3) При уточнении корней на каждом из отрезков [a_i, b_i] указанными методами, выводить на печать (для каждого метода)
   - название метода (для порядка));
   - начальное(ые) приближение(я) к корню;
   - количество шагов m (в каждом методе своё) для достижения точности **ε**;
   - приближенное решение x_m уравнения (1), найденное каждым из упомянутых методов с точностью **ε**;
   - $| x_m – x_{m-1} |$ (в методе бисекции выводить длину последнего отрезка);
   - абсолютную величину невязки для прибл. решения x_m : $\left| f(x_m) - 0 \right|$.

ВНИМАНИЕ!
В методе Ньютона и его модификации (хотя это неправильно) можно не выбирать начальное приближение, обеспечивающее сходимость, а ограничиться наудачу случайными значениями из промежутка (a_i или b_i ; середина отрезка; …)

В методе секущих взять концы отрезка перемены знака за начальные приближения: $x_0 = a_i$; $x_1 = b_i$

Тестовые задачи:

1. $f(x)= x - 10 \cdot \sin(x)$ $[A, B] = [-5; 3]$ $\varepsilon = 10^{-6}$
2. $f(x)= 2^{-x} - \sin(x)$ $[A, B] = [-5; 10]$ $\varepsilon = 10^{-6}$
3. $f(x)= 2^{x} - 2 \cos(x)$ $[A, B] = [-8; 10]$ $\varepsilon = 10^{-6}$
4. $f(x)= \mathrm{sqrt}(4x+7) - 3 \cdot \cos(x)$ $[A, B] = [-1,5; 2]$ $\varepsilon = 10^{-8}$
5. $f(x)= x \cdot \sin(x) - 1$ $[A, B] = [-10; 2]$ $\varepsilon = 10^{-5}$
6. $f(x)= 8 \cdot \cos(x) - x - 6$ $[A, B] = [-9; 1]$ $\varepsilon = 10^{-7}$
7. $f(x)= 10 \cdot \cos(x) - 0,1 \cdot x^2$ $[A, B] = [-8; 2]$ $\varepsilon = 10^{-5}$
8. $f(x)= 4 \cdot \cos(x) + 0,3 \cdot x$ $[A, B] = [-15; 5]$ $\varepsilon = 10^{-5}$
9. $f(x)= 5 \cdot \sin(2x) - \mathrm{sqrt}(1- x)$ $[A, B] = [-15; -10]$ $\varepsilon = 10^{-6}$
10. $f(x)= 1,2 \cdot x^4+2 \cdot x^3-13 \cdot x^2-14,2 \cdot x-24,1$ $[A, B] = [-5; 5]$ $\varepsilon = 10^{-6}$
11. $f(x)= 2 \cdot x^2 - 2^x- 5$ $[A, B] = [-3; 7]$ $\varepsilon = 10^{-9}$
12. $f(x)= 2^{-x} + 0,5 \cdot x^2 - 10$ $[A, B] = [-3; 5]$ $\varepsilon = 10^{-8}$
13. $f(x)= \sin(x) + x^3- 9x+3$ $[A, B] = [-5; 4]$ $\varepsilon = 10^{-8}$
14. $f(x)= x - \cos^2(\pi x)$ $[A, B] = [-1; 2]$ $\varepsilon = 10^{-8}$
15. $f(x)= (x-1)^2 - \exp(-x)$ $[A, B] = [-1; 3]$ $\varepsilon = 10^{-8}$
16. $f(x)= \sin (5x) + x^2 - 1$ $[A, B] = [-3; 3]$ $\varepsilon = 10^{-8}$
17. $f(x)= \cos(3x) - x^3$ $[A, B] = [-2; 1]$ $\varepsilon = 10^{-8}$
18. $f(x)= x^2 - \sin (5x)$ $[A, B] = [-2; 1]$ $\varepsilon = 10^{-8}$
19. $f(x)= 1.8 \cdot x^2 - \sin(10 x)$ $[A, B] = [-1; 1]$ $\varepsilon = 10^{-6}$
20. $f(x)= \mathrm{sqrt}(x) - 2 \cdot \cos(\pi x/2)$ $[A, B] = [0; 4.5]$ $\varepsilon = 10^{-8}$
21. $f(x)= x - 3 \cos^2(1.04 x)$ $[A, B] = [0; 3,5]$ $\varepsilon = 10^{-8}$
22. $f(x)= (x - 3) \cdot \cos x -1$ $[A, B] = [-6,5; 6,5]$ $\varepsilon = 10^{-8}$
23. $f(x)= \exp(-x) + x^2-2$ $[A, B] = [-10; 10]$ $\varepsilon = 10^{-8}$
24. $f(x)= 8 \cdot x^4 + 4 \cdot x^3 - 14 \cdot x^2 - x +2$ $[A, B] = [-5; 5]$ $\varepsilon = 10^{-10}$
25. $f(x)= \ln x +(x -1)^3$ $[A, B] = [0,01; 5]$ $\varepsilon = 10^{-10}$
26. $f(x)= x^2 - 20 \cdot \sin(x)$ $[A, B] = [-4.5; 5]$ $\varepsilon = 10^{-6}$
27. $f(x)= 0,001 \cdot x^5 + x^2 - 1$ $[A, B] = [-15; 10]$ $\varepsilon = 10^{-10}$
28. $f(x)= 0,5^x - (x -1)^2 +1$ $[A, B] = [0; 12,5]$ $\varepsilon = 10^{-7}$
29. $f(x)= 8 \cdot x^5 + 8 \cdot x^3 - x^2 - 9$ $[A, B] = [-10; 5,5]$ $\varepsilon = 10^{-10}$
30. $f(x)= 24 \cdot x^5 + 8 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 - 9$ $[A, B] = [-10; 8,5]$ $\varepsilon = 10^{-9}$

Решение задачи про шар:

Написать программу, решающую задачу о погружении шара, с параметрами ρ (плотность) и r (радиус). Выбрать один из методов уточнения корня, наиболее эффективный на ваш взгляд (по результатам решения тестовой задачи).

Вывести на печать сводную таблицу с результатами расчетов для фиксированного r, введенного пользователем, и различных материалов, руководствуясь таблицей плотностей.
Материалы: пробка, бамбук, сосна, кедр, дуб, бук, красное дерево, тиковое дерево, парафин, полиэтилен, пчелиный воск. Например: шар радиуса $r = 62\ см = 0,62\ м.$

	Вещество	Плотность ρ г/мл = 1000 кг/м^3	Глубина погружения d
1	Пробка	0,25	
2	Бамбук	0,4	
3	Сосна (белая)	0,5	
4	Кедр	0,55	
5	Дуб	0,7	
6	Бук	0,75	
7	Красное дерево	0,8	
8	Тиковое дерево	0,85	
9	Парафин	0,9	
10	Лёд/Полиэтилен	0,92	
11	Пчелиный воск	0,95	