

Εργασία 0

100 μονάδες (10% της συνολικής βαθμολογίας)

Bonus 10% με τη χρήση LaTeX

Οι απαντήσεις να παραδίδονται σε:

* **zip**, που περιλαμβάνει τα αρχεία **tex** και **pdf** (που έχει παραχθεί από το tex),
αν χρησιμοποιηθεί LaTeX

* **ένα pdf**, σε κάθε άλλη περίπτωση

(Τηρήστε τη σειρά των ασκήσεων και των υπο-ερωτημάτων όπως δίνονται.
Φροντίστε, στην περίπτωση χειρογράφου, το κείμενο να είναι ευανάγνωστο.)

* Σημείωση: Όπου χρησιμοποιείτε γνωστές σχέσεις / ιδιότητες, να αναφέρετε την πηγή (π.χ. αρχείο διάλεξης L02 - σελ. 9).

Θέμα 1 [25 μονάδες]

Να διατάξετε τις παρακάτω συναρτήσεις κατά αύξουσα σειρά τάξης μεγέθους ανά ομάδα. Να δοθεί σύντομη αιτιολόγηση.

A	B	C
$a_1 = \sqrt{n!}$	$b_1 = \frac{n}{\log n}$	$c_1 = n!$
$a_2 = \binom{n}{6}$	$b_2 = 5n^7$	$c_2 = 2^{2^n}$
$a_3 = \log^{10} n$	$b_3 = e^n$	$c_3 = 8n$
$a_4 = n \cdot 2^n$	$b_4 = \log(n^5)$	$c_4 = n^{\log \log n}$
$a_5 = \log(5 \cdot n!)$	$b_5 = \frac{\log n}{3n}$	$c_5 = (2n)^8 + n^{\log n}$

Θέμα 2 [25 μονάδες]

Έστω f, g θετικές συναρτήσεις. Αποφασίστε αν οι παρακάτω προτάσεις είναι αληθείς ή ψευδείς. Δικαιολογήστε τις απαντήσεις σας.

(α') $6n^2 + 3n - 6 = \Omega(7n^2)$

(β') Αν $f(n) \neq g(n)$ τότε $f(n) + g(n) = \Theta(\min(f(n), g(n)))$

(γ') $\omega(f(n)) \cap o(f(n)) = \emptyset$

(δ') $2024g(n) + 2^{2024} = O(g(n))$

(ε') $n + 2024\sqrt{n} = \Omega(n\sqrt{n})$

Θέμα 3 [20 μονάδες]

Για κάθε ζεύγος εκφράσεων (A, B) του παρακάτω πίνακα αποφασίστε αν το A είναι O , o , Ω , ω , ή Θ του B . Απαντήστε σημειώνοντας ένα 'Ναι' ή ένα 'Όχι' σε κάθε θέση του πίνακα, και αιτιολογήστε συνοπτικά την κάθε απάντησή σας.

A	B	O	o	Ω	ω	Θ
$(\frac{4}{5})^n$	$\log n$					
$n^4 - 3n^3$	$16^{\log n}$					
$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k}$	$2^{\frac{n}{3}}$					
$\sum_{k=1}^n (k + \log k)$	$n^2 \log n$					
$\binom{n}{n-3}$	$2024n^3$					

Θέμα 4 [15 μονάδες]

Να βρείτε την πολυπλοκότητα των παρακάτω αλγορίθμων. Να δοθεί σύντομη αιτιολόγηση.

Algorithm 1

```

1: begin algorithm
2:    $arg \leftarrow 1$ 
3:   for  $i \leftarrow 1$  to  $n$  with step 1 do
4:     for  $j \leftarrow 1$  to  $i$  with step 1 do
5:        $arg \leftarrow CALC(j)$ 
6:     end for
7:   end for
8: end algorithm
9:
10: procedure  $CALC(m)$ 
11:    $i \leftarrow 1$ 
12:    $s \leftarrow 1$ 
13:   while  $s \leq m$  do
14:      $i \leftarrow i + 1$ 
15:      $s \leftarrow s + i$ 
16:   end while
17:   return  $s$ 
18: end procedure

```

Algorithm 2

```
1: begin algorithm
2:    $arg \leftarrow 0$ 
3:   for  $i \leftarrow 1$  to  $n$  with step 1 do
4:     for  $j \leftarrow 1$  to  $n$  with step  $(2 \cdot j)$  do
5:        $arg \leftarrow CALC(j)$ 
6:     end for
7:   end for
8: end algorithm
9:
10: procedure  $CALC(m)$ 
11:    $s \leftarrow m$ 
12:   while  $s \leq (2 \cdot m)$  do
13:      $s \leftarrow s + 1$ 
14:   end while
15:   return  $s$ 
16: end procedure
```

Θέμα 5 [15 μονάδες]

Να υπολογίσετε τον χρόνο εκτέλεσης μέσης περίπτωσης του αλγορίθμου Σειριακής Αναζήτησης σε n πλήθος στοιχείων (θεωρήστε ότι τα στοιχεία είναι άρτιου πλήθους), δεδομένου ότι γνωρίζουμε πως το στοιχείο x που ψάχνουμε βρίσκεται: α) μεταξύ της πρώτης και $\frac{n}{2}$ θέσης με πιθανότητα $\frac{2}{3n}$, β) μεταξύ της $\frac{n}{2} + 1$ και $n - 2$ θέσης με πιθανότητα $\frac{1}{3(n-4)}$, και γ) στις τελευταίες δύο θέσεις με πιθανότητα $\frac{1}{4}$.