

Θεωρία Πληροφορίας και Προηγμένα Δίκτυα Επικοινωνιών

Ονοματεπώνυμο: Ευάγγελος Ν. Γκούμας

Αριθμός μητρώου φοιτητή: 2021050105

Τμηματικός κώδικας Hamming (15,11)



Στρατιωτική Σχολή Ευελπίδων

Ακαδημαϊκό έτος 2021-2022

Αθήνα 2022

Ποιός ήταν ο Richard Hamming και το ακαδημαϊκό του έργο

Ο Richard Hamming (11/2/1915-7/1/1998) ήταν Αμερικανός μαθηματικός και επιστήμονας υπολογιστών. Ξεκίνησε ένα νέο θέμα στη θεωρία της πληροφορίας. Οι κώδικες Hamming, οι αποστάσεις Hamming και η μετρική Hamming είναι τυπικοί όροι που χρησιμοποιούνται σήμερα στη θεωρία κωδικοποίησης, αλλά χρησιμοποιούνται επίσης σε πολλούς άλλους τομείς των μαθηματικών. Πήρε μέρος στο Manhattan project όπου στόχος ήταν η παραγωγή της πρώτης ατομικής βόμβας κατά τη διάρκεια δευτέρου Παγκοσμίου πολέμου. Ήταν υπεύθυνος να τρέχει τους υπολογιστές της IBM στο εργαστήριο υπολογιστών στο Los Alamos το οποίο αποτελούσε ζωτική σημασία για το πρόγραμμα. Αργότερα εργάστηκε στα εργαστήρια της Bell και δίδαξε σε πολλά αμερικανικά πανεπιστήμια. Ο Hamming είναι γνωστός στην επιστημονική κοινότητα για την δουλειά του πάνω στα πεδία της ανίχνευσης σφαλμάτων και κωδίκων διόρθωσης. Οι θεμελιώδεις εργασία του πάνω στην ανίχνευση σφαλμάτων και στους κώδικες διόρθωσης σφαλμάτων δημοσιεύτηκε τον Απρίλιο του 1950 στο περιοδικό Bell System Technical Journal.

Στην παρούσα εργασία μας θα σχεδιάσουμε τον γραμμικό κώδικα Hamming (15,11) και θα δείξουμε την διορθωτική του ικανότητα για $t=1,2,3,4$ σφάλματα.

KwSikas Hamming (15, 11)

Existe un (15,11) Hamming Code o uno de los:

$g = 9$ check bits

$$n = 2^4 - 1 = 16 - 1 = 15 \text{ codeword bits}$$

$$k = 15 - 4 = 11 \text{ message bits}$$

$$R_C = \frac{K}{n} = \frac{11}{15} = 0.73 \text{ code rate} \quad \text{To } d_{\min} = 3 \text{ over } t = \frac{d_{\min}-1}{2} = \frac{3-1}{2} = 1$$

↳ hopelij voldoet aan de eisen.

Ω (15,11) Ημέραντις είναι $\frac{g^2}{2}$

O (15,11)-Hamming code EXEL $2^{11} = 2048$ kódusokat írás

για τη επονομή οδών των κωδικοτεμάνησης πραγμάτων και προγραμμάτων σε

χάρασσα python. Επίσης μπορεί να ανιχνεύσει έως 2 λάθη καθώς $t' = d_{min} - 1 = 3 - 1 = 2$

Το όριο Hamming ικανοποιείται $15 \leq 2^4 - 1 = 16 - 1 = 15$

○ Generator π_{ivakas} έχει την μορφή $G = (I_{11}|A) = (A|I_{11})$

	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0
	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
G =	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0

Tiwa Da Bsoifz zw Parity check Tiivaka Eiva Tiivakas zw hordis

$$H = (A^T | I_4) = (I_4 | A^T)$$

Παραθέτω των κώδικα σε γλώσσα Python(υπάρχει και σε εκτελέσιμο αρχείο) που βρίσκει τις 2048 κωδικολέξεις για το Hamming(15,11)

```

import random
for k in range(1,2049):# 2048=2**11 codewords
    list=[]
    for i in range(15):# the length of each codeword
        cdw=random.randint(0,1)
        list.append(cdw)
    print("Number",k," Codeword is : ",list)
    C:\Users\vaggo\AppData\Local\Microsoft\WindowsApps\python3.9.exe "C:/Users/vaggo/Desktop/theoria pliroforias.py"
Number 1 Codeword is : [0, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1]
Number 2 Codeword is : [0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0]
Number 3 Codeword is : [1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0]
Number 4 Codeword is : [1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0]
Number 5 Codeword is : [1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1]
Number 6 Codeword is : [0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0]
Number 7 Codeword is : [1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0]
Number 8 Codeword is : [1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0]
Number 9 Codeword is : [0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1]
Number 10 Codeword is : [0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1]
Number 11 Codeword is : [0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0]
Number 12 Codeword is : [1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0]
Number 13 Codeword is : [0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 1]
Number 14 Codeword is : [0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0]
Number 15 Codeword is : [1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0]
Number 16 Codeword is : [0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0]
Number 17 Codeword is : [0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 1]
Number 18 Codeword is : [0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0]
Number 19 Codeword is : [0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0]
Number 20 Codeword is : [0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1]
Number 21 Codeword is : [1, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0]
Number 22 Codeword is : [0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1]
Number 23 Codeword is : [1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 1]
Number 24 Codeword is : [1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 0]
Number 25 Codeword is : [0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0]
Number 26 Codeword is : [0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0]
Number 27 Codeword is : [0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0]
Number 28 Codeword is : [1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1]
Number 29 Codeword is : [0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1]
Number 30 Codeword is : [1, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1]
Number 31 Codeword is : [1, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0]
Number 32 Codeword is : [1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1]
Number 33 Codeword is : [0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1]
Number 34 Codeword is : [0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1]
Number 35 Codeword is : [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1]
Number 36 Codeword is : [0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 1]
Number 37 Codeword is : [1, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1]
Number 38 Codeword is : [1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1]

```

```
Number 2013 Codeword is : [0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0]
Number 2014 Codeword is : [1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1]
Number 2015 Codeword is : [0, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1]
Number 2016 Codeword is : [1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]
Number 2017 Codeword is : [1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1]
Number 2018 Codeword is : [0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0]
Number 2019 Codeword is : [1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0]
Number 2020 Codeword is : [1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1]
Number 2021 Codeword is : [0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1]
Number 2022 Codeword is : [1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0]
Number 2023 Codeword is : [0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1]
Number 2024 Codeword is : [0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1]
Number 2025 Codeword is : [0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1]
Number 2026 Codeword is : [1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1]
Number 2027 Codeword is : [1, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 0]
Number 2028 Codeword is : [0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0]
Number 2029 Codeword is : [0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1]
Number 2030 Codeword is : [1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0]
Number 2031 Codeword is : [0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0]
Number 2032 Codeword is : [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0]
Number 2033 Codeword is : [0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1]
Number 2034 Codeword is : [1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0]
Number 2035 Codeword is : [1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1]
Number 2036 Codeword is : [0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0]
Number 2037 Codeword is : [1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1]
Number 2038 Codeword is : [0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1]
Number 2039 Codeword is : [0, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0]
Number 2040 Codeword is : [0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0]
Number 2041 Codeword is : [0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0]
Number 2042 Codeword is : [1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0]
Number 2043 Codeword is : [0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]
Number 2044 Codeword is : [0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1]
Number 2045 Codeword is : [1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1]
Number 2046 Codeword is : [1, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1]
Number 2047 Codeword is : [0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1]
Number 2048 Codeword is : [0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1]

Process finished with exit code 0
```

Ο πινακας της τυπικης διαταξης των κινδυνων λατου (15,14)

Θα παράδειν αριθμητικές συναρτήσεις μέχρι το 2048 που έχουμε γράψει σε python και διαλέξεις

Coset Leader

кандидат

Típou Tldeov akáv Bpíkaf ruz generator matrix andí ypačf wru
nivaka fu: Siafopriki zpíno yru zur Síku hav Eukdla oris npoříz ruz Dc
aceadlozovafe.

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Aυτοροιχως εγίνε καὶ τοῦτο ὅτι σωνικά Η

Έχουμε την parity check matrix αντι να πριν ο αναλογούσις είναι

$$H = \left[\begin{array}{cccc|cccccccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & | & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & | & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & | & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & | & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right] =$$

$$= (h_1, h_2, h_3, h_4, h_5, h_6, h_7, h_8, h_9, h_{10}, h_{11}, h_{12}, h_{13}, h_{14}, h_{15})$$

Έστω $a = (0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1)$ Είναι ένα διάνυσμα που θα
κωδικοποιήσει διάνυσμα σε μορφή 1×16 (διάνυσμα γραμμή)

Πληροφορίας του a για τη γενικότερη matrix (nivakas γεωμετρίας 1×15)

$$C = a \cdot G$$

Θα λάβουμε το C που Είναι η κυβική θέση

$$C = [0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1] \cdot G =$$

$$= [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1] \quad \text{Παραγόμενη έξι σε τελευταία}\\ 11 \text{ bits είναι το μήνυμα } [0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1]$$

Ας υποθέσουμε ότι σε δέκανης ένα μήνυμα (το περιήνω) σε μέσα αν
ένα κανάλι επικυρώνεις το οποίο "θέτει" το μήνυμα σε δέκανης και δεν
φίνει ακέραιο στο παρατίνη αλλά φίνει την κάποια σφάλμα.

Ας ζητήσουμε τι θα γίνεται εάν είχαμε ένα τέλειο κανάλι με αντιτίστα.
Ο παραδίδομε να λαμβάνει το ακέραιο μήνυμα διδασκάεις $S = r$ στον μήνυμα
Τούτο το συνδρόμο (Syndrome) ($S = Hc^T = CHT$)

$$S = H \cdot C^T = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \vec{0} \quad \text{εάν δεν έχουμε transmission errors}$$

Ο παραδίδομε λαμβάνει το ίδιο μήνυμα με αυτό που θα σημειώνεται.

Το παραπάνω παράδειγμα ήταν για ένα ειδυλλικό κανάλι αλλά ελεύθερης στοιχείων πραγματικότητα τέσσερα ειδυλλικά κανάλια δεν υπάρχουν.

Αριθμητικά διανοτήτων, επομένως θα έχουμε transmissions errors.

As unodēσσαντή ήταν έχουμε ένα bitterror στο γρίφο bit των G
Συνταξή ο παραδίγματος παίρνει το μήνυμα R:

$$R = [001001010101001]$$

$$\text{Το σύνδρομο } S = H R^T = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = h_3$$

Αριθμεύεται οι αυτοί τα λάθη από τη γρίφη δίον.

As unodēσσαντή εκ νέων ήταν έχουμε 2 bits errors στο γρίφο και ένα bit των G.
Αριθμητικά διανοτήτων, λαβάβειν:

$$R = [001000010101001]$$

$$\text{Άριθμη το syndrome } S = H R^T = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = h_3 + h_6 = h_2$$

Αυτό σημαίνει ότι αποτελείται κάτια δύο λάθη στο αντίτυπο γεγονότος σαν
ένα λάθος και δύο διορθώνεται. Έχει αποτυχία στην διόρθωση

Έστω ότι έχουμε 3 bits errors στο γρίφο, ένα και έβδομα bit των G.
Αριθμητικά διανοτήτων, λαβάβειν:

$$R = [001000110101001]$$

To Syndrome είναι:

$$S = H R^T = h_3 + h_6 + h_7 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = h_{12}$$

Έχει αποτυχία στην διόρθωση

δύο διορθώνεται και δύο τέρματα ακριβώς δίμιγνατά
και αντίτυπο γεγονότος σαν ένα λάθος λαθός

<p>Τέλος ας υιοθέσουμε για 4 bits errors στα γράφη, έκτη, έβδομη και δέκατηνη bit.</p> $r_4 = [0 \ 0 \underline{1} \ 0 \ 0 \underline{0} \ \underline{1} \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]$ <p>To syndrome $S = H r_4^T = h_3 + h_6 + h_7 + h_{15} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = h_{11}$</p> <p>Ανατρέψαμε σαν ήταν παραδόσεις. έχει αποτυχία στην διόρθωση</p>																																	
<table border="1"> <thead> <tr> <th>Syndrome</th> <th>Correctable Error Patterns</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1 0 0 0</td><td>1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0</td></tr> <tr><td>0 1 0 0</td><td>0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0</td></tr> <tr><td>0 0 1 0</td><td>0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0</td></tr> <tr><td>0 0 0 1</td><td>0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0</td></tr> <tr><td>1 1 0 0</td><td>0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0</td></tr> <tr><td>0 1 1 0</td><td>0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0</td></tr> <tr><td>0 0 1 1</td><td>0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0</td></tr> <tr><td>1 1 0 1</td><td>0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0</td></tr> <tr><td>1 0 1 0</td><td>0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0</td></tr> <tr><td>0 1 0 1</td><td>0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0</td></tr> <tr><td>1 1 1 0</td><td>0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0</td></tr> <tr><td>0 1 1 1</td><td>0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0</td></tr> <tr><td>1 1 1 1</td><td>0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0</td></tr> <tr><td>1 0 1 1</td><td>0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0</td></tr> <tr><td>0 0 0 1</td><td>0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0</td></tr> </tbody> </table>		Syndrome	Correctable Error Patterns	1 0 0 0	1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	0 1 0 0	0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	0 0 1 0	0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 1	0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	1 1 0 0	0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	0 1 1 0	0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	0 0 1 1	0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0	1 1 0 1	0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0	1 0 1 0	0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0	0 1 0 1	0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0	1 1 1 0	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0	0 1 1 1	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0	1 1 1 1	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0	1 0 1 1	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0	0 0 0 1	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0
Syndrome	Correctable Error Patterns																																
1 0 0 0	1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0																																
0 1 0 0	0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0																																
0 0 1 0	0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0																																
0 0 0 1	0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0																																
1 1 0 0	0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0																																
0 1 1 0	0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0																																
0 0 1 1	0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0																																
1 1 0 1	0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0																																
1 0 1 0	0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0																																
0 1 0 1	0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0																																
1 1 1 0	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0																																
0 1 1 1	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0																																
1 1 1 1	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0																																
1 0 1 1	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0																																
0 0 0 1	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0																																