

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο: Να εξετάσετε ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές/λάθος (αιτιολόγηση).

1. Οι κυκλικές συναρτήσεις δεν είναι περιοδικές.
2. Το Θεώρημα Rolle χρησιμεύει για την εύρεση ρίζας της εξίσωσης $f(x)=0$ σε ένα διάστημα.
3. Αν μία συνάρτηση είναι περιττή, τότε η γραφική της παράσταση είναι συμμετρική ως προς τον άξονα των τετμημένων.
4. Κάθε συνάρτηση της οποίας η γραφική παράσταση είναι παντού κυρτή μπορεί να έχει περισσότερα από ένα ακρότατα.
5. Αν μία συνάρτηση είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 , τότε είναι παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό.
6. Η απόλυτη σύγκλιση μιας σειράς συνεπάγεται τη σχετική σύγκλισή της.
7. Το ανάπτυγμα Taylor μιας συνεχούς συνάρτησης (αν υπάρχει) παρέχει μία προσεγγιστική έκφραση της συνάρτησης στην περιοχή του μηδενός υπό μορφή πολυωνύμου.
8. Αν μία συνάρτηση είναι φθίνουσα, τότε η αντίστροφή της είναι αύξουσα.
9. Ο μετασχηματισμός Laplace είναι γενικευμένο ολοκλήρωμα 3^{ου} είδους.
10. Το Θεώρημα Green περιγράφει μία ισοδύναμη έκφραση επικαμπύλιου ολοκληρώματος 2^{ου} είδους.

(M=2.5 (0.25/σωστή απάντηση))

Θέμα 2^ο: Να εξετάσετε ως προς τη σύγκλιση τις παρακάτω σειρές

$$(i) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{1}{(n+2)!}, \quad (ii) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+2}\right)^{n^2}, \quad (iii) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \quad (M=1.5)$$

Θέμα 3^ο: Να υπολογιστεί το διπλό ολοκλήρωμα

$$\iint_D (x^3 + y^3) dx dy,$$

όπου D είναι η κλειστή περιοχή που ορίζεται από τους κύκλους $x^2 + y^2 = 4$, $x^2 + y^2 = 25$ και βρίσκεται εξ' ολοκλήρου στο 2ο τεταρτημόριο.

(M=2.0)

Θέμα 4^ο: Να βρεθεί το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από την καμπύλη C_f με εξίσωση

$$y^2 = \frac{x^2}{3-x^2} \quad \text{και τις ασύμπτωτές της.}$$

(M=2.5)

Θέμα 5^ο: Να εξετάσετε αν η συνάρτηση f με

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2+3}, & x > 1 \\ 3x^2 - 5x + 4, & x \leq 1 \end{cases},$$

(M=1.5)