

## ΘΕΜΑΤΑ

**Θέμα 1<sup>ο</sup>:** Να εξετάσετε ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές/λάθος (αιτιολόγηση).

1. Οι κυκλικές συναρτήσεις είναι περιοδικές.
2. Το Θεώρημα Bolzano χρησιμεύει για την εύρεση ρίζας της εξίσωσης  $f(x)=0$  σε ένα διάστημα.
3. Αν μία συνάρτηση είναι άρτια, τότε η γραφική της παράσταση είναι συμμετρική ως προς την αρχή των αξόνων.
4. Κάθε συνάρτηση της οποίας η γραφική παράσταση είναι παντού κυρτή μπορεί να έχει περισσότερα από ένα ακρότατα.
5. Η απόλυτη σύγκλιση μιας σειράς συνεπάγεται τη σχετική σύγκλιση της.
6. Το ανάπτυγμα Taylor μιας συνεχούς συνάρτησης (αν υπάρχει) παρέχει μία προσεγγιστική έκφραση της συνάρτησης στην περιοχή του μηδενός υπό μορφή πολυωνύμου.
7. Αν μία συνάρτηση είναι φθίνουσα, τότε η αντίστροφή της είναι αύξουσα.
8. Το κριτήριο του Leibniz χρησιμοποιείται για τον έλεγχο σύγκλισης μιας σειράς πραγματικών αριθμών.
9. Αν μία πραγματική συνάρτηση δύο μεταβλητών είναι συνεχής σε ένα σημείο, τότε είναι μερικώς παραγωγίσιμη σ' αυτό το σημείο.
10. Το διπλό ολοκλήρωμα μιας συνάρτησης πολλών μεταβλητών ανάγεται πάντοτε σε ορισμένο ολοκλήρωμα.

(M=3.0 (0.3/σωστή απάντηση))

**Θέμα 2<sup>ο</sup>:** Να εξετάσετε ως προς τη σύγκλιση τις παρακάτω σειρές

$$(i) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{1}{(2n)!}, \quad (ii) \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n. \quad (M=2.5)$$

**Θέμα 3<sup>ο</sup>:** Να υπολογιστεί το διπλό ολοκλήρωμα

$$\iint_D (x^2 + y) dx dy,$$

όπου D είναι η κλειστή περιοχή που ορίζεται από την ευθεία  $y = x+2$ , την καμπύλη  $y = x^2$  και τον άξονα  $x'x$ .

(M=2.5)

**Θέμα 4<sup>ο</sup>:** Να βρεθεί ο όγκος του στερεού που δημιουργείται από την περιστροφή της γραφικής παράστασης  $y(x)=2xe^{-3x}$ ,  $x \geq 0$  γύρω από την ασύμπτωτή της.

$$(\text{Δίνεται: } V = \pi \int_a^b y^2(x) dx, \quad a, b \in \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}). \quad (M=2.5)$$

**Θέμα 5<sup>ο</sup>:** Να εξετάσετε αν η συνάρτηση f με

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 3}, & x > 1 \\ x^2 - 5x + 6, & x \leq 1 \end{cases},$$

είναι παραγωγίσιμη.

(M=2.0)

Να απαντήσετε σε 4 από τα 5 θέματα (επιλογή μεταξύ του 3<sup>ου</sup> και 4<sup>ου</sup> θέματος).