

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο: Να εξετάσετε ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές/λάθος.

1. Οι κυκλικές συναρτήσεις είναι περιοδικές.
2. Το Θεώρημα Rolle χρησιμεύει για την εύρεση ρίζας της εξίσωσης $f'(x)=0$ σε ένα διάστημα.
3. Αν μία συνάρτηση είναι περιττή, τότε η γραφική της παράσταση είναι συμμετρική ως προς την αρχή των αξόνων.
4. Κάθε συνάρτηση της οποίας η γραφική παράσταση είναι παντού κυρτή μπορεί να έχει περισσότερα από ένα ακρότατα.
5. Αν μία συνάρτηση είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 , τότε είναι παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό.
6. Η απόλυτη σύγκλιση μιας σειράς συνεπάγεται τη σχετική σύγκλισή της.
7. Το ανάπτυγμα Maclaurin μιας συνεχούς συνάρτησης (αν υπάρχει) παρέχει μία προσεγγιστική έκφραση της συνάρτησης στην περιοχή του μηδενός υπό μορφή πολυωνύμου
8. Αν μία συνάρτηση είναι φθίνουσα, τότε η αντίστροφή της είναι αύξουσα.

(M=3.0 (0.375/σωστή απάντηση))

Θέμα 2^ο: Να εξετάσετε ως προς τη σύγκλιση τις παρακάτω σειρές

$$(i) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{1}{n!}, \quad (ii) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n \cdot 7^n} \quad (M=2.0)$$

Θέμα 3^ο: Να υπολογιστεί το διπλό ολοκλήρωμα

$$\iint_D x^3 y dx dy,$$

όπου D είναι η κλειστή περιοχή που ορίζεται από την ευθεία $y = x+1$, την καμπύλη $y = x^2$ και τον άξονα $x'x$.

(M=2.5)

Θέμα 4^ο: Να βρεθεί ο όγκος του στερεού που προκύπτει από την περιστροφή της καμπύλης $y = \cos x$, $0 \leq x \leq \pi$, γύρω από τον άξονα $x'x$.

$$(\text{Δίνεται: } V = \pi \int_0^{\pi} f^2(x) dx). \quad (M=2.5)$$

Θέμα 5^ο: Να εξετάσετε αν η συνάρτηση f με

$$f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x^2+2}, & x > 1 \\ 3x^2 - 5x + 6, & x \leq 1 \end{cases},$$

είναι παραγωγίσιμη.

(M=2.5)

Να απαντήσετε σε 4 από τα 5 θέματα (επιλογή μεταξύ του 3^{ου} και 4^{ου} θέματος).