

1. Αποτελεί ένα δυαδικό δέντρο αναζήτησης ένα πλήρες δυαδικό δέντρο; Δημιουργήστε το δυαδικό δέντρο αναζήτησης από την λίστα [50, 100, 150, 20, 10, 30, 110, 111, 105, 40]. Στην συνέχεια διαγράψτε τον κόμβο 20 (βηματικά). Αποδείξτε την πολυπλοκότητα διαγραφής σε ένα δυαδικό δέντρο αναζήτησης ύψους h . (3)
2. Γράψτε τον αλγόριθμο μετακίνησης N δίσκων (πύργοι *Hanoi*) και στην συνέχεια αποδείξτε ότι η πολυπλοκότητά του είναι της τάξης $O(2^n)$ εάν είναι γνωστό, ότι δημιουργεί $2^n - 1$ κινήσεις. (3)
3. Εάν υποθέσουμε ότι 4 αλγόριθμοι έχουν χρόνο εκτέλεσης α) $f_1(n) = 4n^2 - 1230n$, β) $f_2(n) = \frac{n^4}{6} + 7 \log n^2$, γ) $f_3(n) = 10000$, και $f_4(n) = \frac{3^n}{n}$. Υπολογίστε την πολυπλοκότητά τους εκφρασμένη σε μεγάλο O και στην συνέχεια διατάξτε σε αύξουσα σειρά τις πολυπλοκότητες τους, πχ α-β-γ-δ. (2)
4. Γινόμενο αλυσίδας πινάκων $A_{1..5}$. Έστω οι ακόλουθοι πίνακες κόστους (K) και παρενθέσεων (Π)

$$K = \begin{pmatrix} 0 & 60 & 120 & 192 & 228 \\ 0 & 0 & 80 & 176 & 192 \\ 0 & 0 & 0 & 120 & 132 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 72 \end{pmatrix} \quad \Pi = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

Υπολογίστε το βέλτιστο κόστος των γινομένου $A_{2..5}$ και $A_{1..4}$ καθώς και τις προτεραιότητες των πράξεων (θέσεις παρενθέσεων) και στις δύο περιπτώσεις (2).