4

ΣΥΝΟΨΗ

Τύπος δεσμευμένης πιθανότητας $P(B/A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}$ ή $P(A\cap B)=P(A)P(B/A)$

Στην δεσμευμένη πιθανότητα είναι χρήσιμα 2 θεωρήματα

1. Θεώρημα Bayes $P(A_k|E)=\dfrac{P(A_k)P(E|A_k)}{P(E)}$

$$P(B\cap A)=P(A\cap B)\rightarrow \begin{matrix} P(B\cap A)=P(B)P(A/B) \\ P(A\cap B)=P(A)P(B/A) \end{matrix} \rightarrow P(A)P(B/A)=P(B)P(A/B)$$

2. Θεώρημα ολικής πιθανότητας $P(B)=P(B/A)P(A)+P(B/\overline{A})P(\overline{A})$

$$P(B)=P(B/A_1)P(A_1)+P(B/A_2)P(A_2)+\cdots+P(B/A_n)P(A_n)$$

Γενικά, τα ενδεχόμενα $A_1, A_2, \ldots, A_n$ αποτελούν μια διαμέριση του δειγματοχώρου S, δηλαδή

- είναι ανά δύο ξένα μεταξύ τους και
- $A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n=S$

Enter your answer

5

<u>Επιλογές r αντικειμένων από n</u>

	ΧΩΡΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ	ΜΕ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ
ΔΙΑΤΑΞΕΙΣ	$\frac{n!}{(n-r)!} = n(n-1)\cdots(n-r+1)$	n^r
ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΙ	$\binom{n}{r}$	$\binom{n+r-1}{r}$

<u>Διατάξεις (ή μεταθέσεις) *n* αντικειμένων</u>: n!

<u>Διατάξεις n αντικειμένων όταν υπάρχουν ίδια αντικείμενα</u>: $\frac{n!}{n_1! n_2! \cdots n_k!}$

<u>Διανομή r αντικειμένων σε n κουτιά</u>

Διακεκριμένα αντικείμενα όπου δεν παίζει ρόλο η σειρά	n^r
Διακεκριμένα αντικείμενα όπου παίζει ρόλο η σειρά	$\frac{(n+r-1)!}{(n-1)!}$
Μη διακεκριμένα αντικείμενα	$\binom{n+r-1}{r}$

Enter your answer

6

Τυπική απόκλιση $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_i^N (X_i - \bar{X})^2}{N}}$

$Varianza = \sigma^2$

Συνδιακύμανση $Cov(X,Y) = \frac{\sum_1^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n}$

Enter your answer

7

	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0 :	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1 :	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2 :	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3 :	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4 :	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5 :	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6 :	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7 :	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8 :	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9 :	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0 :	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1 :	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2 :	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3 :	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4 :	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5 :	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6 :	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7 :	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8 :	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9 :	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0 :	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1 :	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2 :	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3 :	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4 :	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5 :	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6 :	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7 :	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8 :	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9 :	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0 :	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1 :	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2 :	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3 :	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4 :	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5 :	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6 :	0.9998	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999

Enter your answer

8

Εστω S ο δειγματοχώρος ενός πειράματος. Σε κάθε ενδεχόμενο A αντιστοιχίζουμε έναν αριθμό P(A) που τον ονομάζουμε πιθανότηταςσ του A με τις εξής ιδιότητες: (10 Points)

- [ ] Αν $A \cap B = S$ τότε $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- [ ] $P(S) = 0$
- [ ] Αν $A \cap B = \varnothing$ τότε $P(A \cap B) = P(A) + P(B)$
- [ ] $P(\varnothing) = 0$
- [ ] $B = \varnothing$
- [ ] $0 \leq P(A) \leq 1$
- [ ] $A = S$
- [ ] $P(S) = 1$
- [ ] Αν $A \cap B = \varnothing$ τότε $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

9

(10 Points)

Έστω το παρακάτω εκτιμηθέν μοντέλο
$\boldsymbol{Y = 157.75 + 8.23 \cdot X}$
όπου X είναι τα χρόνια προϋπηρεσίας ενός πωλητή και Y η μηνιαία αξία των πωλήσεων που επιτυγχάνει (σε εκατοντάδες €)
Αν πάρουμε έναν πωλητή χωρίς προϋπηρεσία πόση εκτιμούμε ότι θα είναι η μηνιαία αξία των πωλήσεων που εκτιμούμε ότι θα κάνει ο πωλητής

The value must be a number

10

(10 Points)

Έστω το παρακάτω εκτιμηθέν μοντέλο
$\boldsymbol{Y = -12.4 + 0.275 \cdot X}$
όπου X είναι το διαθέσιμο οικογενειακό εισόδημα (μετρημένο σε πολλαπλάσια του 1Κ ευρώ) και Y η οικογενειακή αποταμίευση
Η οικογένεια Α βγάζει εισόδημα 11000 ευρώ ενώ η οικογένεια Β 12000. Ποια θα είναι η διαφορά στο ύψος της αποταμίευσης (Β-Α)?

The value must be a number

11

Εχω 3 καλάθια. Διαθέτω 8 μπάλες με διαφορετικά χρώματα. Με πόσους τρόπους μπορώ να τις βάλω στα καλάθια?
(ένα καλάθι μπορεί να πάρει απο καμία μέχρι και 8 μπάλες) (10 Points)

The value must be a number

12

Εχω 3 καλάθια. Διαθέτω 8 μπάλες με διαφορετικά χρώματα. Με πόσους τρόπους μπορώ να τις βάλω στα καλάθια?
(ένα καλάθι μπορεί να πάρει απο καμία μέχρι και 8 μπάλες)

ΕΞΗΓΗΣΤΕ ΤΗΝ ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΣΑΣ. ΠΩΣ ΒΡΗΚΑΤΕ ΤΟ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ?

Enter your answer

13

Εχω 3 καλάθια. Διαθέτω 8 μπάλες μπιλιάρδου με νούμερα: 1,2,3,4,5,6,7,8. Τις μοιράζω στα 3 καλάθια μου ώστε να σχηματίσει το καθένα καλάθι έναν αριθμό (η να έχει κενό αριθμό) με την σειρά που μπαίνουν στα καλάθια.
Πχ δύο από τις δυνατές μοιρασιές είναι οι εξής
Καλάθι 1:352, Καλάθι 2:71, Καλάθι 3: 648
Καλάθι 1:13427 Καλάθι 2:- Καλάθι 3:285
Πόσες τέτοιες μοιρασιές υπάρχουν; (10 Points)

The value must be a number

14

Εχω 3 καλάθια. Διαθέτω 8 μπάλες μπιλιάρδου με νούμερα: 1,2,3,4,5,6,7,8. Τις μοιράζω στα 3 καλάθια μου ώστε να σχηματίσει το καθένα καλάθι έναν αριθμό (η να έχει κενό αριθμό) με την σειρά που μπαίνουν στα καλάθια.
Πχ δύο από τις δυνατές μοιρασιές είναι οι εξής
Καλάθι 1:352, Καλάθι 2:71, Καλάθι 3: 648
Καλάθι 1:13427 Καλάθι 2:- Καλάθι 3:285
Πόσες τέτοιες μοιρασιές υπάρχουν;

15

Εχω 3 καλάθια .Διαθέτω 8 κόκκινες μπάλες. Με πόσους τρόπους μπορώ να μοιράσω τις μπάλες στα καλάθια; (10 Points)

The value must be a number

16

Εχω 3 καλάθια .Διαθέτω 8 κόκκινες μπάλες. Με πόσους τρόπους μπορώ να μοιράσω τις μπάλες στα καλάθια;

ΕΞΗΓΗΣΤΕ ΤΗΝ ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΣΑΣ. ΠΩΣ ΒΡΗΚΑΤΕ ΤΟ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ?

Enter your answer

17

Εχω 3 καλάθια. Διαθέτω 8 μπάλες με διαφορετικά χρώματα. Με πόσους τρόπους μπορώ να τις βάλω στα καλάθια αν κάθε καλάθι πρέπει να πάρει υποχρεωτικα τουλάχιστον 1 μπάλα?
(ένα καλάθι μπορεί να πάρει απο μία μέχρι και 7 μπάλες) (10 Points)

The value must be a number

18

Εχω 3 καλάθια. Διαθέτω 8 μπάλες με διαφορετικά χρώματα. Με πόσους τρόπους μπορώ να τις βάλω στα καλάθια αν κάθε καλάθι πρέπει να πάρει υποχρεωτικα τουλάχιστον 1 μπάλα?
(ένα καλάθι μπορεί να πάρει απο μία μέχρι και 7 μπάλες)

ΕΞΗΓΗΣΤΕ ΤΗΝ ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΣΑΣ. ΠΩΣ ΒΡΗΚΑΤΕ ΤΟ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ?

19

Εχω 3 καλάθια .Διαθέτω 8 κόκκινες μπάλες. Με πόσους τρόπους μπορώ να μοιράσω τις μπάλες στα καλάθια αν κάθε καλάθι πρέπει να πάρει υποχρεωτικά τουλάχιστον μια μπάλα;
(10 Points)

The value must be a number

20

Εχω 3 καλάθια .Διαθέτω 8 κόκκινες μπάλες. Με πόσους τρόπους μπορώ να μοιράσω τις μπάλες στα καλάθια αν κάθε καλάθι πρέπει να πάρει υποχρεωτικά τουλάχιστον μια μπάλα;

ΕΞΗΓΗΣΤΕ ΤΗΝ ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΣΑΣ. ΠΩΣ ΒΡΗΚΑΤΕ ΤΟ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ?

3

Ιδιότητες ενδεχομένων

Α ή Β	$= A \cup B$,
Α και Β	$= A \cap B$,

$A \cup A = A$	$A \cap A = A$	
$A \cup B = B \cup A$	$A \cap B = B \cap A$	*αντιμεταθετική ιδιότητα*
$A \cup (B \cup \Gamma) = (A \cup B) \cup \Gamma$	$A \cap (B \cap \Gamma) = (A \cap B) \cap \Gamma$	*προσεταιριστική ιδιότητα*
$A \cup \varnothing = A$	$A \cap \varnothing = \varnothing$	
$A \cup (B \cap \Gamma) = (A \cup B) \cap (A \cup \Gamma)$	$A \cap (B \cup \Gamma) = (A \cap B) \cup (A \cap \Gamma)$	*επιμεριστική ιδιότητα*

Βασικές ιδιότητες των πιθανοτήτων.

- *Αν Α, Β δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω τότε*

(1) $0 \le P(A) \le 1$

(2) $P(\varnothing) = 0$

(3) $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$

(4) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

(5) $P(A \cup B) \le P(A) + P(B)$ *(ανισότητα Boole ή ιδιότητα υποπροσθετικότητας)*

(6) Αν $B \subseteq A$ τότε $P(B) \le P(A)$. *(μονοτονία της πιθανότητας)*

- Οι ιδιότητες μπορούν να γενικευτούν για περισσότερα από δύο ενδεχόμενα.
  Π.χ. *(τύπος Poincare ή κανόνας εγκλεισμού - αποκλεισμού)*

(7) $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$

Enter your answer

21

Εχω 3 καλάθια. Διαθέτω 8 μπάλες μπιλιάρδου με νούμερα: 1,2,3,4,5,6,7,8. Τις μοιράζω στα 3 καλάθια μου ώστε να σχηματίσει το καθένα καλάθι έναν αριθμό (η να έχει κενό αριθμό) με την σειρά που μπαίνουν στα καλάθια.
Πόσες τέτοιες μοιρασιές υπάρχουν αν κάθε καλάθι πρέπει να έχει τουλάχιστον 1 μπάλα;
Πχ δύο από τις δυνατές μοιρασιές είναι οι εξής
Καλάθι 1:352, Καλάθι 2:71, Καλάθι 3: 648
(10 Points)

The value must be a number

22

Εχω 3 καλάθια. Διαθέτω 8 μπάλες μπιλιάρδου με νούμερα: 1,2,3,4,5,6,7,8. Τις μοιράζω στα 3 καλάθια μου ώστε να σχηματίσει το καθένα καλάθι έναν αριθμό (η να έχει κενό αριθμό) με την σειρά που μπαίνουν στα καλάθια.
Πόσες τέτοιες μοιρασιές υπάρχουν αν κάθε καλάθι πρέπει να έχει τουλάχιστον 1 μπάλα;
Πχ δύο από τις δυνατές μοιρασιές είναι οι εξής
Καλάθι 1:352, Καλάθι 2:71, Καλάθι 3: 648

ΕΞΗΓΗΣΤΕ ΤΗΝ ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΣΑΣ. ΠΩΣ ΒΡΗΚΑΤΕ ΤΟ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ?

Enter your answer

23

Τα αποτελέσματα σε ένα τεστ δεξιοτήτων ακολουθούν κανονική κατανομή με μ=500 και σ=100. Ποιος είναι ο μεγαλύτερος βαθμός που μπορεί να έχει ένας μαθητής, ώστε να βρίσκεται στο 20% της μικρότερης βαθμολογίας της κατανομής; (10 Points)

The value must be a number