

Θέμα 1^ο: Να εξετάσετε ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές/λάθος (αιτιολόγηση).

1. Το πλήθος των διαφορετικών συμβολοσειρών που μπορεί να κατασκευαστεί με αναδιάταξη των γραμμάτων της λέξης ΔΙΑΚΡΙΤΑ είναι 10080.
2. Ο αριθμός των ακμών μιας κλίκας K_5 είναι 20.
3. Ένας συνεκτικός γράφος έχει μοναδική συνεκτική συνιστώσα.
4. Μία κλίκα K_n περιέχει κύκλο Euler όταν n περιττός αριθμός.
5. Ένα δυαδικό δένδρο περιέχει κύκλο.
6. Ο πίνακας γειτνίασης ενός μη κατευθυνόμενου γράφου που αντιστοιχεί σε οποιαδήποτε διάταξη των κόμβων του δεν είναι συμμετρικός.
7. Το πλήθος των διαφορετικών συναρτήσεων Boole βαθμού $n \geq 2$ είναι 2^{2^n-1} .
8. Το διάγραμμα Hasse χρησιμοποιείται για την παράσταση ενός πεπερασμένου μερικά διατεταγμένου συνόλου μέσω μη κατευθυνόμενων γράφων.
9. Ο γράφος Kuratowski $K_{3,3}$ δεν είναι επίπεδος γράφος.
10. Κατά την προδιατεταγμένη διέλευση ενός δυαδικού δένδρου οι επισκέψεις στα παιδιά προηγούνται της επίσκεψης στον γονέα.

(M=4.0/0.4 (σωστή απάντηση))

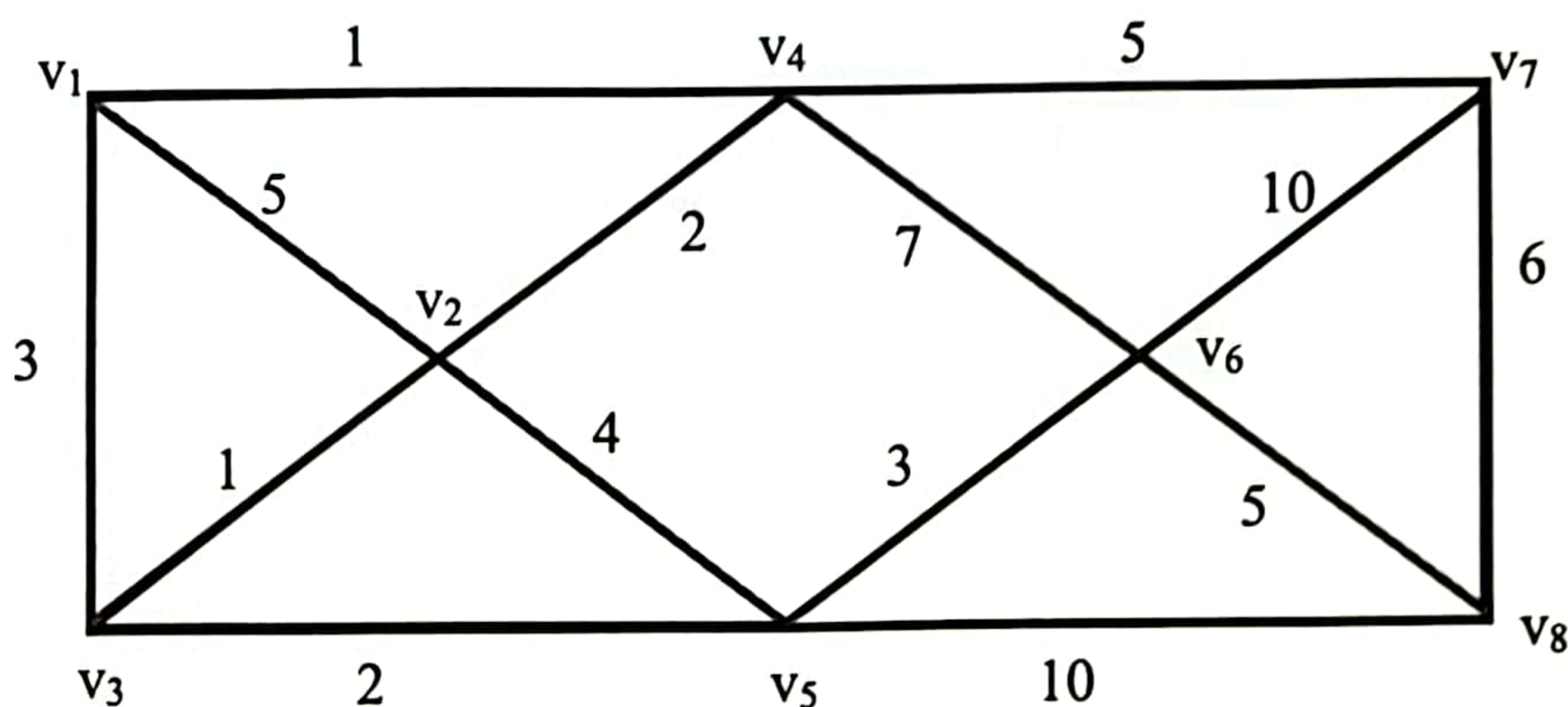
Θέμα 2^ο: (i) (i) Να βρεθεί το πλήθος των 4-ψήφιων συμβολοσειρών στο δεκαδικό αλφάβητο έτσι, ώστε καθένα από τα ψηφία 1 και 2 να εμφανίζεται τουλάχιστον μία φορά (Αρχή εγκλεισμού-αποκλεισμού).

(ii) Μία πανεπιστημιακή σχολή προκηρύσσει 8 θέσεις υποψήφιων διδασκτόρων. Κάθε υποψήφιος διδάκτορας θα πρέπει να ενταχθεί σε ένα από τα τέσσερα τμήματα της σχολής. Λαμβάνοντας υπόψη ότι σε κάθε τμήμα θα πρέπει να ενταχθεί τουλάχιστον ένας υποψήφιος διδάκτορας να βρεθούν οι δυνατοί τρόποι ένταξης των υποψηφίων διδασκτόρων στα τμήματα της σχολής. (Χρήση κατάλληλης γεννήτριας συνάρτησης).

(M=3.0)

Θέμα 3^ο: Εφαρμογή αλγορίθμου Prim για την κατασκευή ενός ελάχιστου συνδετικού δένδρου για το παρακάτω δίκτυο. Σχεδιασμός του ελάχιστου συνδετικού δένδρου και υπολογισμός του ολικού του βάρους. Είναι μοναδικό; (Αρχική κορυφή η v_3).

(M=3.0)



Θέμα 4^ο: (i) Να εξετάσετε αν οι παρακάτω εκφράσεις αποτελούν τύποι της Προτασιακής Λογικής. Αν ναι να σχεδιάσετε το αντίστοιχο δένδρόγραμμα και να αποδείξετε τους παρακάτω ισχυρισμούς μέσω ατάλληλων αποδεικτικών ακολουθιών (με χρήση κανόνων λογικών ισοδυναμιών)

(a) $(\neg(\neg p \rightarrow q) \vee (\neg p \wedge \neg q)) \rightarrow (\neg p \wedge \neg q)$ (b) $(p \vee q) \rightarrow (q \vee r) \rightarrow (p \vee r)$.

i) Θεωρούμε τα κατηγορήματα $P(x)$, $Q(x)$, $R(x,y)$, $A(x,y)$ που δηλώνουν ότι: “ x μάθημα”, “ x φοιτητής”, “ο x παρακολουθεί το μάθημα y ”, “οι x και y είναι φίλοι” αντίστοιχα. (a) Να μεταφράσετε σε πρωτοβάθμια γλώσσα κατηγορηματικής λογικής την παρακάτω έκφραση της φυσικής γλώσσας “Σε κάθε μάθημα είναι εγγεγραμμένοι δύο τουλάχιστον φοιτητές που είναι φίλοι μεταξύ τους”. (b) Να μεταφράσετε σε φυσική γλώσσα την παρακάτω έκφραση της πρωτοβάθμιας γλώσσας κατηγορηματικής λογικής $\forall x \forall y [(Q(x) \wedge Q(y) \wedge \neg(x \approx y) \wedge A(x,y)) \rightarrow \exists z (P(z) \wedge R(x,z) \wedge R(y,z))]$.

(M=3.0)

Να επιλέξετε 3 από τα 4 θέματα. Επιλογή μεταξύ 2^{ου} και 4^{ου} θέματος)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ