

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο: Να εξετάσετε ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές/λάθος (αιτιολόγηση).

1. Οι κυκλικές συναρτήσεις είναι περιοδικές.
2. Το Θεώρημα Bolzano χρησιμεύει για την εύρεση ρίζας της εξίσωσης $f(x)=0$ σε ένα διάστημα.
3. Αν μία συνάρτηση είναι άρτια, τότε η γραφική της παράσταση είναι συμμετρική ως προς την αρχή των αξόνων.
4. Κάθε συνάρτηση της οποίας η γραφική παράσταση είναι παντού κυρτή μπορεί να έχει περισσότερα από ένα ακρότατα.
5. Αν μία συνάρτηση είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 , τότε είναι παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό.
6. Η σχετική σύγκλιση μιας σειράς συνεπάγεται την απόλυτη σύγκλισή της.
7. Το ανάπτυγμα Maclaurin παρέχει μία προσεγγιστική έκφραση μιας συνάρτησης στην περιοχή του μηδενός υπό μορφή πολυωνύμου.
8. Αν μία συνάρτηση είναι φθίνουσα, τότε η αντίστροφή της είναι αύξουσα.
9. Ο μετασχηματισμός Laplace είναι γενικευμένο ολοκλήρωμα 2^{ου} είδους.
10. Το Θεώρημα Green περιγράφει μία ισοδύναμη έκφραση επικαμπύλιου ολοκληρώματος 1^{ου} είδους.

(M=2.5 (0.25/σωστή απάντηση))

Θέμα 2^ο: Να εξετάσετε ως προς τη σύγκλιση τις παρακάτω σειρές

$$(i) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{1}{n!}, \quad (ii) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n^2 + 3} \quad (iii) \sum_{n=1}^{\infty} n^n (x-2)^n \quad (M=2.5)$$

Θέμα 3^ο: Να υπολογιστεί το διπλό ολοκλήρωμα

$$\iint_D x y^2 dx dy,$$

όπου D είναι η κλειστή περιοχή που ορίζεται από τους κύκλους $x^2 + y^2 = 4$, $x^2 + y^2 = 9$ και βρίσκεται εξ' ολοκλήρου στο 3ο τεταρτημόριο.

(M=2.5)

Θέμα 4^ο: Να βρεθεί ο όγκος του στερεού που δημιουργείται από την περιστροφή της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $y(x) = \sqrt{3x} e^{-2x}$, $x \geq 0$, γύρω από την ασύμπτωτή της.

$$(\text{Δίνεται: } V = \pi \int_a^b [y(x)]^2 dx). \quad (M=2.5)$$

Θέμα 5^ο: Να βρεθεί η εφαπτομένη της καμπύλης της συνάρτησης f με

$$f(x) = \frac{x+3}{x+2}, \quad x \neq -2,$$

η οποία διέρχεται από την αρχή των αξόνων.

(M=2.5)

Να απαντήσετε σε 4 από τα 5 θέματα (εκτός του 1^{ου} θέματος).