ΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΗΜΑ: ΨΗΦΙΑΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΛΑΡΙΣΑ 29/9/2023
ΘΗΜΑ: ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ
ΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2022-2023

ΘΕΜΑΤΑ

α 1°: Να εξετάσετε ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές/λάθος (αιτιολόγηση).

1. Ο βαθμός των πολυωνύμων παρεμβολής Lagrange ισούται με το πλήθος των πολυωνύμων Lagrange.
2. Η σύγκλιση της μεθόδου Newton-Raphson για την επίλυση μη γραμμικών εξισώσεων είναι μη γραμμική.
3. Το μοναδιαίο σφάλμα στρογγύλευσης σε ένα αριθμητικό σύστημα με βάση το β ισούται με β^{1-t} (t ακρίβεια) για αποκοπή.
4. Η μέθοδος 1/3 του Simpson εφαρμόζεται σε αριθμό υποδιαστημάτων του διαστήματος ολοκλήρωσης πολλαπλάσιο του 3.
5. Οι μέθοδοι Runge-Kutta είναι μέθοδοι πολλαπλού βήματος αριθμητικής επίλυσης προβλημάτων αρχικών τιμών.
6. Ο αλγόριθμος Thomas χρησιμοποιείται για την επίλυση τρισδιαγώνιων συστημάτων.
7. Οι κυβικές splines είναι τμηματικά πολυώνυμα παρεμβολής 3ου βαθμού.
8. Η ανάλυση Cholesky εφαρμόζεται σε συμμετρικά θετικά ορισμένους πίνακες γραμμικών συστημάτων.
9. Η μέθοδος 3/8 του Simpson εφαρμόζεται σε περιττό αριθμό υποδιαστημάτων του διαστήματος ολοκλήρωσης.
10. Ο σύνθετος κανόνας του τραπεζίου είναι ένας ανοικτός κανόνας ολοκλήρωσης.

(M=2.5 (0. 25/σωστή απάντηση))

α 2°: (i) Να βρεθεί μία προσεγγιστική τιμή του ολοκληρώματος $\int_0^1 e^{-x^2}\,dx$ εφαρμόζοντας τον θετο κανόνα του τραπεζίου για n=4. (ii) Πόσα σημεία παρεμβολής πρέπει να χρησιμοποιηθούν , ώστε να προκύψει προσέγγιση του ολοκληρώματος $\int_0^1 e^{-x^2}\,dx$ με τον σύνθετο κανόνα του πεζίου και με ακρίβεια 3 δ.ψ.;

(M=2.5)

ίνεται $A_{n+1}^T(f)=\frac{h}{2}\left[f(x_0)+2\cdot\sum_{i=1}^{n-1} f(x_i)+f(x_n)\right]$, $E_n^T(f)=-\frac{b-\alpha}{12}\cdot h^2\cdot f^{(2)}(\xi),\ \xi\in(\alpha,b)$,

$$\left|E_n^T(f)\right|\le\frac{b-\alpha}{12}\cdot h^2\cdot\left\|f^{(2)}\right\|_\infty,\ \text{για κάθε } f\in C^2([\alpha,b]).$$

α 3°: Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 16$, $x > 0$. Να δείξετε ότι η μέθοδος Newton-Raphson λίνει στην τετραγωνική ρίζα του 16, για κάθε $x_0>0$. Να γίνουν 3 επαναλήψεις της μεθόδου 4.5).

(M=2.5)

α 4°: Θεωρούμε το γραμμικό σύστημα

$$\begin{bmatrix}2 & -1 & -1\\ 1 & 4 & -3\\ 3 & -2 & 5\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\\ -3\\ 1\end{bmatrix}.$$

υθεί το σύστημα εφαρμόζοντας τη μέθοδο Jacobi ($\underline{x}^{(0)}=(0,0,0)$) (Να γίνουν τρεις επαναλήψεις).

2.5)

α 5°: (i) Να εξετάσετε αν το πολυώνυμο παρεμβολής μιας συνεχούς ρτησης σε κλειστό διάστημα είναι μοναδικό.
Κατά τον σχεδιασμό της διαδρομής ενός οχήματος robot, το οποίο πρόκειται ινηθεί σε ένα επίπεδο χώρο μεταξύ δύο γνωστών σημείων (x_i, y_i), i = 0, 1, 2, α πρέπει να ληφθούν υπόψη τα διάφορα εμπόδια στο χώρο έτσι, ώστε να φεύγονται κατά τη διαδρομή του robot με στόχο τον περιορισμό της ινότητας ατυχήματος. Ο πίνακας περιγράφει τις συντεταγμένες κάποιων είων της διαδρομής του robot. Να βρεθεί μία προσέγγιση της διαδρομής που χεται από αυτά τα σημεία με χρήση γραμμικών τμηματικών splines.

x_i	y_i
$0.0 = x_0$	$0.0 = y_0$
$0.6 = x_1$	$0.4 = y_1$
$0.8 = x_2$	$0.6 = y_2$
$1.0 = x_3$	$0.8 = y_3$

(M=2.5)

ι απαντήσετε σε 4 θέματα από τα 5 εκτός του 1ου θέματος)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ