

Θέματα Εξετάσεων Γραμμικής Άλγεβρας

1. Δίνονται οι πίνακες

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ -5 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 5 & -4 \end{pmatrix}$$

(α') Υπολογίστε κάθε άθροισμα ή γινόμενο πινάκων, όπου αυτό ορίζεται:
 $A - 3B$, $A + C$, DB , CD , AB , BC .

(β') Να εξετάσετε αν ο πίνακας A αντιστρέφεται (Μονάδες 3)

2. Να λύσετε το σύστημα

$$\begin{cases} x + 2y - 2z = 8 \\ 2x - 3y + z = -1 \\ 3x - 8y + 3z = -8 \end{cases}$$

(Μονάδες 2)

3. Θεωρούμε τη γραμμική απεικόνιση $\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ τέτοια ώστε

$$f(x, y, z) = (x + 2y - z, y + 2z, x + y - z)$$

Να βρείτε τη διάσταση και μια βάση για τον καθένα από τους διανυσματικούς χώρους $\text{Ker } f$, $\text{Im } f$. (Μονάδες 2)

4. Θεωρούμε τον πίνακα

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$$

(α') Να βρείτε τις ιδιοτιμές και τα ιδιοδιανύσματα του πίνακα A .

(β') Να εξετάσετε αν ο πίνακας διαγωνιοποιείται και ισχύει, να βρείτε τον πίνακα P και τον όμοιο διαγώνιό του D . (Μονάδες 3)