

# Agentes Adaptativos

## Capítulo 6:

Costa, E. e Simões, A. (2015). Inteligência Artificial – Fundamentos e Aplicações, 3.ª edição, FCA.

# Introdução

- Os seres vivos que não se adaptam ao seu ambiente têm maiores probabilidades de não sobreviver
- Pelo contrário, os mais aptos, os que evoluem, vivem mais e reproduzem-se em maior escala, passando para a descendência as suas boas qualidades

# Introdução

- Estes princípios, primeiramente apresentados de forma sistemática por **Darwin**, são hoje aceites universalmente
- Por que não explorar **agentes artificiais com capacidade de adaptação** ?

# Introdução

- Os **algoritmos evolutivos** são a versão computacional dos princípios da **seleção natural** e da **genética mendeliana**
- Existem 4 grandes famílias de **algoritmos evolutivos**:
  - Algoritmos Genéticos
  - Programação Genética
  - Estratégias Evolutivas
  - Programação Evolutiva

# Introdução

- De todas as alternativas, os **Algoritmos Genéticos** foram os que adquiriram maior notoriedade

# Generalidades

- Os **Algoritmos Genéticos (AG)** são técnicas de otimização estocásticas
- Foram propostos por **John Holland** e inspirados no processo de evolução através de seleção natural sugerida por Charles **Darwin** e complementada pelos princípios da genética inicialmente propostos por G. **Mendel**

# Generalidades

- Inicialmente, os AG foram propostos como uma ferramenta para **estudar o fenómeno da adaptação dos seres vivos**, tal como ocorre na natureza
- Posteriormente, os AG encontraram um grande potencial na área de **resolução de problemas**

# Generalidades

- Os AG utilizam normalmente uma **população** de soluções candidatas para um dado problema
- Os **indivíduos** (ou **cromossomas**) dessa população são **selecionados** para reprodução, de acordo com a sua qualidade

# Generalidades

- O processo de **reprodução** consiste na troca de informação entre os progenitores e é designado por **recombinação**
- Os novos indivíduos assim gerados podem ser alterados de forma localizada através dos efeitos de outro operador, conhecido por **mutação**

# Generalidades

- Qualquer **tarefa de otimização** pode ser vista como um problema que se pretende solucionar, podendo ser descrito como uma procura através de um espaço de soluções possíveis

# Generalidades

- Quando o espaço de procura é grande, não é possível proceder a uma **procura exaustiva** (cega), recorrendo-se a técnicas de inteligência artificial, como por exemplo os **algoritmos heurísticos** estudados anteriormente
- Os AG enquadram-se nestas técnicas inteligentes, diferindo essencialmente no facto de **trabalharem em simultâneo várias soluções** alternativas

# Generalidades

- Os AG provaram ser ferramentas poderosas quando aplicados à classe de problemas referidos
- Como exemplos, temos problemas de
  - Escalonamento
  - Controlo Adaptativo
  - Jogos
  - Otimização de Funções Matemáticas
  - Otimização Combinatória
  - ...

# Os AG e a Biologia

- A ideia subjacente aos AG é “imitar” aquilo que a natureza faz
- Assim, através de um **processo iterativo**, ao longo de **várias gerações**, o algoritmo faz **evoluir uma população** de soluções candidatas para um dado problema
- A população inicial consiste, em geral, num conjunto de soluções potenciais distribuídas aleatoriamente no espaço de procura

# Os AG e a Biologia

- Através dos operadores de **seleção**, **recombinação** e **mutação**, os indivíduos vão sendo alterados, evoluindo para zonas mais promissoras do espaço de procura até, espera-se, à solução ótima
- Tal como nos processos biológicos reais, os indivíduos de cada geração são obtidos por **recombinação** do material genético dos seus progenitores e podem ser também sujeitos a **mutações**

# Os AG e a Biologia

- Estes 2 operadores genéticos (**recombinação** e **mutação**) permitem manter a diversidade da população e evitar que o AG convirja prematuramente para um máximo local

# Os AG e a Biologia

- Se o problema for codificado corretamente, a população evoluirá em gerações sucessivas de tal forma que a **qualidade do melhor indivíduo** e a **qualidade média da população** em cada geração (em cada iteração) aumentarão em direção a um máximo
- Esta conclusão é fundamentada no denominado “**Teorema do Esquema**” - estudo matemático desenvolvido por John Holland



# Terminologia

- Os AG utilizam uma terminologia biológica que agora se descreve

## - Biologia -

- Todos os organismos vivos são constituídos por **células** que contêm o mesmo conjunto de um ou mais **cromossomas**
- Os cromossomas consistem em cadeias de **ADN** constituídas por **genes** que codificam determinadas características dos indivíduos

# Terminologia

- Os diferentes valores que cada **gene** pode tomar designam-se por **alelos**
- A posição de um gene na cadeia de ADN chama-se **locus**
- A todo o conjunto de material genético de um organismo chama-se **genoma**
- O conjunto particular de genes contido no genoma designa-se por **genótipo**
- O **genótipo** codifica o **fenótipo** de um indivíduo, isto é, o conjunto das suas características visíveis

# Terminologia

- Uma célula diz-se **diplóide** se os seus cromossomas se encontram aos pares (pares de cromossomas homólogos) – é o caso do Homem
- Caso contrário, a célula diz-se **haplóide**
- Os organismos diplóides utilizam a reprodução sexuada e os haplóides a reprodução assexuada

# Terminologia

- Reprodução sexuada: união de duas células sexuais (gâmetas) haplóides, provenientes de cada um dos progenitores. A fusão dos gâmetas forma uma nova célula diplóide que dará origem a um novo indivíduo
- Os organismos haplóides reproduzem-se através de fissão binária de uma célula-mãe que dará origem a duas células-filhas contendo o mesmo material genético da sua progenitora

# Terminologia

- Em qualquer dos casos, a nova descendência gerada pode ser sujeita a **mutações** que provocam alterações no material genético e, conseqüentemente, no seu fenótipo

# Terminologia

- O mérito ou a qualidade de um indivíduo é quantificado por uma **função de avaliação** e traduz a capacidade que ele tem em viver e produzir descendência
- Indivíduos de melhor qualidade terão mais oportunidades para se reproduzir e, portanto, de impor as suas características na população

# Terminologia

## - Algoritmos Genéticos -

- Nos AG não existe uma simulação exata dos fenómenos indicados
- Em vez disso, os AG inspiram-se nesses modelos biológicos utilizando operadores e representações que podemos encontrar na natureza

# Terminologia

- Um AG trabalha sobre uma população de indivíduos cujo **tamanho** permanece, em geral, **constante** ao longo das gerações
- Estes indivíduos, designados **cromossomas**, representam as soluções candidatas para um dado problema
- Os cromossomas são constituídos por um conjunto de **genes** (por exemplo, uma sequência de bits), que podem tomar diferentes valores (0 ou 1, por exemplo)

# Terminologia

- Aos diferentes valores que um **gene** pode tomar dá-se o nome de **alelo**

1	0	0	1	1	1	1
---	---	---	---	---	---	---

Cromossoma artificial. Cada célula representa um gene, os alelos são os valores 1 e 0

# Terminologia

- O mecanismo de **recombinação** consiste na troca de material genético de 2 progenitores, selecionados de acordo com a sua função de avaliação
- Os novos indivíduos podem ser sujeitos a **mutações** que provocam trocas dos valores de um ou mais genes

# Terminologia

- A grande maioria das aplicações de AG utiliza indivíduos haplóides (com um único cromossoma)
- O genótipo de um indivíduo num AG consiste na sequência de genes do(s) seu(s) cromossoma(s)

# Funcionamento de um AG

- A população inicial é, normalmente, gerada aleatoriamente
- Como cada indivíduo da população representa uma solução candidata, teremos várias soluções possíveis geradas aleatoriamente que ficaram distribuídas no espaço de procura
- Esta população inicial evoluirá ao longo de um número de gerações através da atuação dos mecanismos de seleção, recombinação e mutação

# Funcionamento de um AG

- Os melhores indivíduos da população são selecionados de acordo com a sua qualidade (medida pela função de avaliação) para que se possam reproduzir
- A reprodução consiste na troca de material genético entre os dois progenitores envolvidos (recombinação) e dará origem à nova descendência
- Estes novos indivíduos poderão ainda ser modificados através dos efeitos do operador de mutação

# Funcionamento de um AG

- A forma como se define a nova população pode variar
- Se todos os indivíduos da população anterior forem substituídos por novas soluções, o processo designa-se por **geracional** ou técnica de sobreposição
- Se apenas um grupo de indivíduos for substituído (os piores), o processo designa-se por **estado estável** ou técnica de não sobreposição

# Funcionamento de um AG

- Estes passos repetem-se até um dado **critério de paragem** ser atingido – por exemplo, um número predefinido de gerações
- Ao longo das gerações, a população sofrerá um processo evolutivo que, em princípio, conduzirá à solução ótima
- É essa solução que o algoritmo devolve

# Funcionamento de um AG

**Função** AlgoritmoGenéticoClássico (problema): solução

1. Gera população inicial

2. **Enquanto** não\_terminar **Faz**

2.1. Avalia população

2.2. Selecciona progenitores para reprodução de acordo com o seu mérito

2.3. Gera descendência: aplicação do operador de recombinação

2.4. Aplica operador de mutação

2.5. Substitui população antiga pela descendência gerada

**Fim\_de\_Enquanto**

3. **Devolve** o melhor indivíduo da população final

**Fim\_de\_Função**

O algoritmo genético clássico

- Este algoritmo representa, de forma genérica, a estrutura e o funcionamento de um AG clássico



# Funcionamento de um AG

- Existem vários tipos de seleção e diferentes operadores genéticos que são normalmente utilizados
- A escolha do operador de recombinação é bastante importante, visto que ele permite ao AG explorar globalmente o espaço de procura e encaminhar-se para regiões mais promissoras, aproximando-se assim da melhor solução
- Por outro lado, o operador de mutação altera aleatoriamente o valor de um ou mais genes do cromossoma, permitindo explorar localmente o espaço de procura e impede a convergência prematura do AG para máximos locais

# Elementos Básicos de um AG

- Um AG permite a procura de espaços de procura complexos, normalmente intratáveis por métodos tradicionais
- Para que o algoritmo permita a resolução do problema em causa, é necessário que este codifique corretamente as especificações do problema a resolver

# Elementos Básicos de um AG

- Assim, torna-se necessária a definição de alguns aspetos importantes:
  - Representação a utilizar pelos indivíduos da população;
  - Método de seleção utilizado;
  - Operadores a aplicar para a obtenção de novos indivíduos e quais as probabilidades com que estes atuarão;
  - Função de avaliação que permita medir o mérito de cada indivíduo;
  - Características da população: tamanho, geração da população inicial, etc.

## Representação

- A escolha da representação mais adequada à tarefa que se pretende resolver é um aspeto muito importante, da qual dependerá o desempenho do AG
- No AG tradicional utiliza-se uma **representação binária** para codificar as soluções candidatas para o problema

# Representação Binária

- Na representação binária cada cromossoma é constituído por uma sequência de bits que tem, normalmente, tamanho fixo
- O que os bits codificam depende do problema a resolver

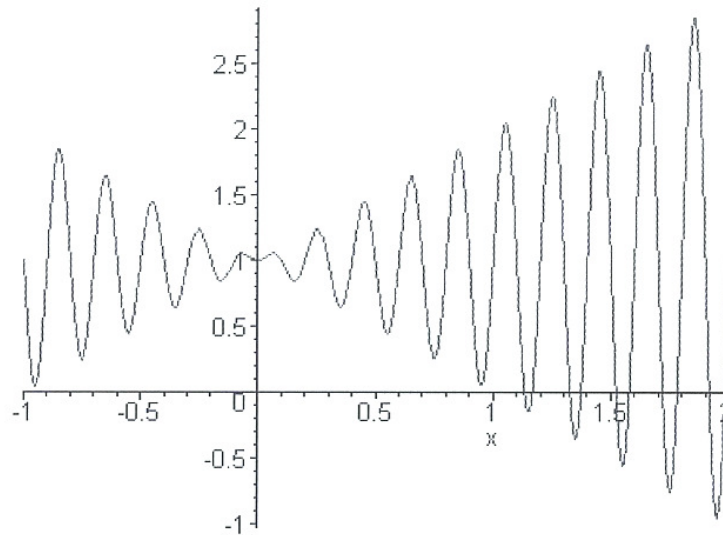
# Representação Binária

- Exemplo: Suponhamos que se pretendia um AG para otimizar a seguinte função matemática unidimensional

$$f(x) = x \sin(10\pi x) + 1.0$$

# Representação Binária

- Representação gráfica da função, para a variável  $x$  definida no intervalo  $[-1, 2]$



Representação gráfica de uma função unidimensional

# Representação Binária

- Um cromossoma pode codificar a variável  $x$  através de uma cadeia binária
- Vamos supor uma precisão de 6 casas decimais
- O domínio da variável  $x$  tem comprimento 3
- Intervalo  $[-1, 2]$  tem de ser dividido em pelo menos  $3 \times 10^6$  intervalos de igual dimensão
- Assim, são necessários 22 bits para codificar  $x$ :  

$$1\,097\,152 = 2^{21} < 3\,000\,000 < 2^{22} = 4\,194\,304$$

# Representação Binária

- O mapeamento de uma cadeia binária ( $b_{21}b_{20}...b_0$ ) no seu correspondente real  $x$  é definido em 2 etapas:
- a) converter a cadeia binária da base 2 para a base 10

$$\left( \langle b_{21}b_{20}...b_0 \rangle \right)_2 = \left( \sum_{i=0}^{21} b_i \cdot 2^i \right)_{10} = x'$$

Conversão de um número binário para o seu correspondente decimal

# Representação Binária

- b) encontrar o número real  $x$  correspondente

$$x = \text{Limite\_Esq\_Dom} + x' \cdot \frac{\text{Tamanho\_Dom}}{2^{N^\circ\_Bits} - 1}$$

Encontrar o correspondente real de um número binário

- Instanciando, vem

$$x = -1.0 + x' \cdot \frac{3}{2^{22} - 1}$$

# Representação Binária

- Ou seja, o cromossoma

1000101110110101000111

representa o número

0,637197

uma vez que

$$x' = (1000101110110101000111)_2 = 2\,288\,967$$

e

$$x = -1.0 + x' \cdot \frac{3}{2^{22} - 1}$$

# Representação Binária

- Os cromossomas

000000000000000000000000<sub>2</sub>

e

111111111111111111111111<sub>2</sub>

representam os limites do domínio -1,0 e 2,0, respetivamente

# Métodos de Seleção

- Quando se implementa um AG é necessário definir a forma como será realizada a seleção dos indivíduos que vão produzir a nova geração
- Tradicionalmente, o mecanismo de seleção deve possibilitar que os melhores indivíduos se reproduzam mais vezes, para que, desta forma, a população vá evoluindo até à convergência
- O método de seleção deve ser conjugado com os operadores de recombinação e de mutação para que o AG atinja a solução para o problema

# Métodos de Seleção

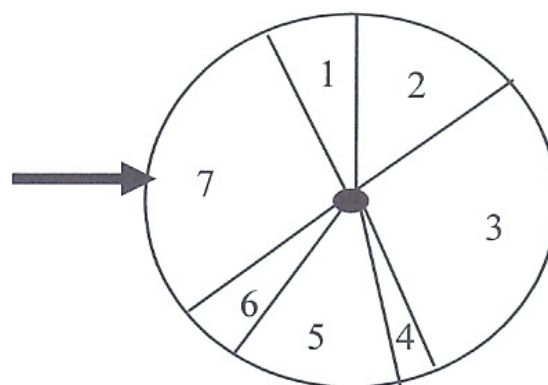
- Uma seleção muito exigente levará a que a população seja dominada muito rapidamente pelos melhores indivíduos, o que pode levar à estagnação num máximo local
- Por outro lado, uma seleção pouco exigente poderá conduzir a um processo de evolução muito lento

# Seleção através de Roleta

- Este método de seleção baseia-se no valor atribuído a cada indivíduo pela função de avaliação e na qualidade de toda a população

# Seleção através de Roleta

- De acordo com a qualidade de cada indivíduo, atribui-se uma porção de um círculo (roleta) a cada um deles



A roleta



# Seleção através de Roleta

- A porção da roleta atribuída a cada indivíduo é calculada da seguinte forma:

$$Porção(x_i) = \frac{f(x_i)}{\sum_{i=1}^n f(x_i)}$$

## Probabilidade de um indivíduo ser seleccionado

- Isto é, o tamanho da zona da roleta atribuída ao indivíduo  $x_i$  depende da sua qualidade (calculada por  $f(x_i)$ ) e da qualidade de todos os indivíduos da população

# Seleção através de Roleta

- A roleta é girada  $n$  vezes, tantas quantas o número de indivíduos da população, parando, de cada vez, numa porção correspondente a um dos indivíduos
- Ao fim de  $n$  experiências, estarão seleccionados os progenitores que irão gerar a próxima geração

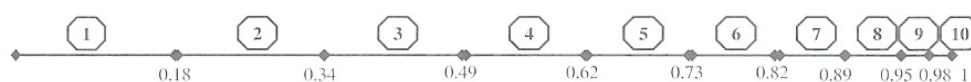
# Seleção através de Roleta

- Em termos práticos, a roleta pode ser vista como um segmento
- Os indivíduos da população são distribuídos em segmentos contíguos, sendo o tamanho de cada segmento calculado em função do mérito do indivíduo que lhe corresponde
- De seguida é gerado um número aleatório e o primeiro indivíduo cujo segmento ultrapassa o valor desse número é escolhido para a representação
- Este processo é repetido até se obter o número de progenitores desejado

# Seleção através de Roleta

- Exemplo: A figura ilustra, para uma população de 10 indivíduos, o tamanho do segmento que vai ficar associado a cada indivíduo

NÚMERO DO INDIVÍDUO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
FUNÇÃO DE MÉRITO= $F(x)$	2.0	1.8	1.6	1.4	1.2	1.0	0.8	0.6	0.4	0.2
PROB. DE SELECÇÃO $F(x_i)/\sum F(x_i)$	0.18	0.16	0.15	0.13	0.11	0.09	0.07	0.06	0.03	0.02



Método de selecção por roleta

# Seleção através de Roleta

- Suponhamos que se pretendem obter 6 progenitores
- Começamos por gerar 6 números aleatórios:

0,81 0,32 0,96 0,01 0,65 0,42

- Os indivíduos selecionados para gerar a descendência serão, respetivamente:

6, 2, 9, 1, 5 e 3

# Outros Métodos de Seleção

- Método de Amostragem Universal Estocástica
- Seleção Baseada na Posição
- Seleção por Torneio
- Seleção Estado Estável
- Seleção por Truncatura
- Seleção Local
- Seleção Elitista

# Seleção Elitista

- Este método de seleção serve de complemento a um dos outros métodos de seleção utilizados num AG
- Procura evitar que os indivíduos de melhor qualidade se percam, retendo um determinado número dos melhores indivíduos para a geração seguinte
- Os restantes indivíduos são obtidos utilizando um dos outros métodos de seleção atuando sobre toda a população inicial

# Operadores de Recombinação

- O operador de recombinação utiliza dois progenitores selecionados por um dos métodos de seleção
- Estes indivíduos trocam o seu material genético com uma probabilidade que tipicamente varia entre 0,5 e 0,8, produzindo indivíduos com novas características

# Operadores de Recombinação

- A forma como é trocado o material genético depende do tipo de recombinação utilizado
- Existem 3 tipos mais comuns
  - Recombinação com 1 ponto de corte
  - Recombinação com  $N$  ( $N > 1$ ) pontos de corte
  - Recombinação Uniforme

# Operadores de Recombinação

- Apesar de, tradicionalmente, o AG utilizar o operador genético de recombinação com uma **probabilidade fixa**, pode-se mostrar que adaptando as probabilidades ao longo da simulação do AG, o desempenho do algoritmo para tarefas mais difíceis pode ser melhorado

## Recombinação com 1 Ponto de Corte

- Gera-se aleatoriamente o locus que irá funcionar como ponto de corte
- De seguida, troca-se o material genético dos dois progenitores tendo em conta o ponto de corte selecionado



Funcionamento do operador de recombinação com 1 ponto de corte

## Recombinação com N ( $N > 1$ ) Pontos de Corte

- Funciona de forma análoga ao caso anterior
- A troca de material genético será feita dependendo do número de pontos de corte utilizados

## Recombinação com N ( $N > 1$ ) Pontos de Corte

- Exemplo: 2 pontos de corte gerados aleatoriamente



- Neste caso o material genético contido entre os dois pontos de corte é trocado entre os 2 progenitores

## Recombinação Uniforme

- Esta forma de recombinação pretende generalizar o método de N pontos de corte, fazendo com que cada locus do cromossoma seja um potencial ponto de corte
- Em muitos casos, este tipo de recombinação consegue melhores resultados do que os métodos anteriores

# Recombinação Uniforme

- O funcionamento deste mecanismo baseia-se numa máscara gerada aleatoriamente e cujo tamanho coincide com o tamanho do cromossoma
- A paridade dos bits da máscara indicará qual dos progenitores irá fornecer o material genético que fará parte dos novos indivíduos

# Recombinação Uniforme

- Para o primeiro filho:
  - um bit a 0 na máscara indica que o gene será do progenitor 1
  - um bit a 1 indica que o gene pertence ao outro progenitor
- Para o segundo filho: o processo é inverso
  - um bit a 0 indica que o gene provém do progenitor 2
  - um bit a 1 indica que o gene é fornecido pelo pai 1



# Recombinação Uniforme

- Exemplo:

## *Progenitores*

Pai 1:	1 0 1 0 1 0 1 1 1 1 1 0 1 0 1
Pai 2:	0 0 1 1 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1
Máscara:	1 1 1 0 0 1 1 0 0 0 1 1 0 1 0

## *Descendência*

Filho 1:	0 0 1 0 1 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1
Filho 2:	1 0 1 1 0 0 1 0 0 0 1 0 1 0 1

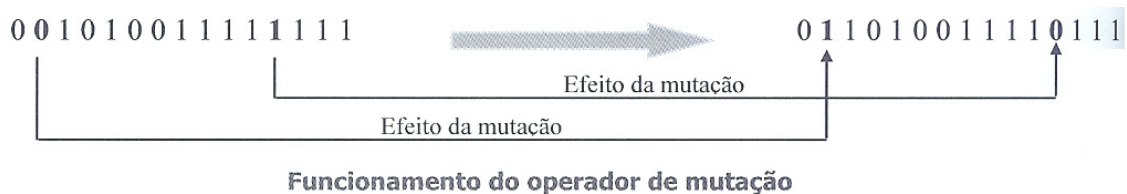
Funcionamento do operador de recombinação uniforme

# Operador de Mutação

- O operador de recombinação é considerado o operador genético principal
- No entanto, depois de gerada a descendência, esta pode ser sujeita aos efeitos de outro operador genético: a mutação
- A mutação consiste na eventual alteração do valor de um ou mais genes de um cromossoma
- Este operador é, normalmente, utilizado com uma probabilidade muito baixa, tipicamente 0,001

# Operador de Mutação

- A mutação opera em todos os genes de um cromossoma
- Ou seja, todos os genes têm uma determinada probabilidade de serem mutados



# Operador de Mutação

- Apesar de ser considerado um operador secundário em relação ao operador de recombinação, a mutação desempenha um papel importante no funcionamento do AG
- Este operador evita que o algoritmo estagne num máximo local, “agitando-o” e fazendo com que explore outras regiões eventualmente mais promissoras
- Normalmente o AG é utilizado com uma probabilidade de mutação fixa ao longo de todas as gerações, mas podem ser utilizadas taxas variáveis

# Função de Avaliação

- A função de avaliação fornece uma medida de qualidade das soluções codificadas pelo AG
- A escolha desta função de avaliação depende do problema a resolver. A escolha pode ser mais complicada nuns casos do que noutros
- Há problemas em que a criação de indivíduos inválidos obriga à utilização de uma penalização incluída na função de avaliação

# Função de Avaliação

- No caso do problema de maximizar uma função matemática, a função de avaliação pode ser a própria função matemática
- Exemplo:

$$f(x) = x \sin(10\pi x) + 1,0$$

# Função de Avaliação

- Os 3 indivíduos

$$x_1 = 1000101110110101000111$$

$$x_2 = 0000001110000000010000$$

$$x_3 = 1110000000111111000101$$

seriam avaliados utilizando a própria função  $f(x)$

$$f(x_1) = 1,586345$$

$$f(x_2) = 0,078878$$

$$f(x_3) = 2,250650$$

# Função de Avaliação

- Neste caso, como se pretende encontrar o valor máximo da função, o indivíduo  $x_3$  seria aquele que teria mais probabilidade de ser selecionado para reprodução

# População

- O AG opera sobre uma população de soluções candidatas e seleciona as de melhor qualidade para se reproduzirem
- Há escolhas que têm de ser estabelecidas quanto à população
- É necessário definir o tamanho da população

# População

- Populações maiores permitem uma maior diversidade de soluções, mas consomem mais tempo de avaliação
- Podem ser consideradas abordagens em que o tamanho da população é variável
- Outro aspeto importante refere-se à forma como, em cada geração, se define a nova população: substituída na totalidade ou utilização de técnicas de seleção elitistas

# Um Exemplo

- Evolução de um AG ao longo de um conjunto de gerações para um exemplo simples de **otimização de uma função matemática**

# O Problema

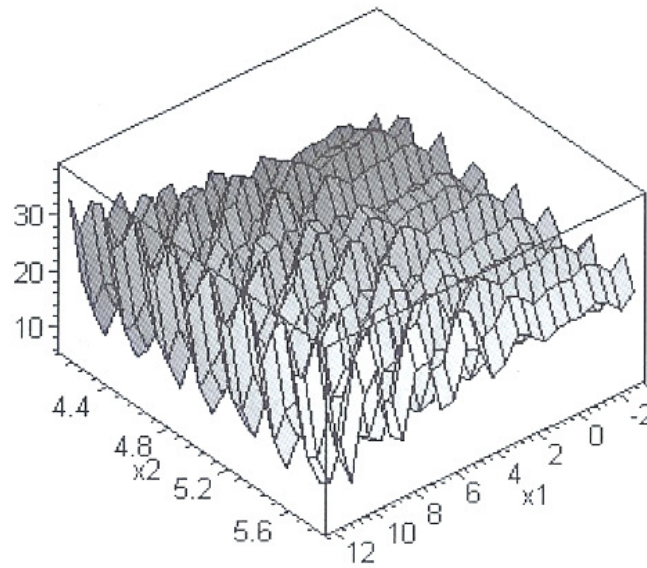
- Encontrar o valor máximo da função matemática bidimensional

$$f(x_1, x_2) = 21,5 + x_1 \sin(4\pi x_1) + x_2 \sin(20\pi x_2)$$

com

$$-3,0 \leq x_1 \leq 12,1 \quad \text{e} \quad 4,1 \leq x_2 \leq 5,8$$

# O Problema



Representação gráfica

# Representação

- A função  $f$  depende de 2 variáveis
- Se optarmos por uma **representação binária**, a cadeia de bits deve codificar a informação referente às duas variáveis
- Admitamos precisão de 4 casas decimais

# Representação

- $x_1$  possui domínio de tamanho 15,1 pelo que terá de ser dividido em  $15,1 \times 10000$  partes: são necessários **18 bits** para codificar  $x_1$

$$2^{17} \leq 151\,000 \leq 2^{18}$$

# Representação

- $x_2$  possui domínio de tamanho 1,7 pelo que uma precisão de 4 casas decimais implica a divisão do domínio em  $1,7 \times 10000$  partes: são necessários **15 bits** para codificar  $x_2$

$$2^{14} \leq 17\,000 \leq 2^{15}$$



# Representação

- No total serão necessários **33 bits** para codificar uma solução

# Função de Avaliação

- Como são avaliados os indivíduos ?
- Consideremos o cromossoma representado por:

**111101001010111000001001011000000**

# Função de Avaliação

- Os primeiros 18 bits são utilizados para codificar a variável  $x_1$ , pelo que

$$x'_1 = \text{decimal}(111101001010111000) = 250552$$

e

$$x_1 = -3,0 + 250552 * \frac{15,1}{2^{18} - 1} = 11,4323$$

# Função de Avaliação

- Os 15 bits restantes codificam a variável  $x_2$ , pelo que

$$x'_2 = \text{decimal}(001001011000000) = 4800$$

e

$$x_2 = 4,1 + 4800 * \frac{1,7}{2^{15} - 1} = 4,3490$$

# Função de Avaliação

- O cromossoma utilizado corresponde ao ponto de coordenadas  
(11.4323, 4.3490)

- O valor da função de avaliação é dado por

$$f(11.4323, 4.3490) = 13.1733$$

# Simulação do AG

- População de 20 indivíduos
- Método de seleção por roleta com elitismo – Os dois melhores indivíduos de cada geração são preservados
- Recombinação com 1 ponto de corte: aplicada com uma probabilidade de 65%
- Mutação: aplicada com uma probabilidade de 0,5% (para podermos ilustrar a aplicação deste operador)

# População Inicial

- População de cromossomas gerados aleatoriamente:

```
i1 = 01001110001011110101110101000111
i2 = 011011010111111010100010111111000
i3 = 001100001111100001001111100001010
i4 = 010111000100111100111100110000110
i5 = 101111010001110101001101101100101
i6 = 111011010010111011100001111111010
i7 = 110000011111000100000101110010011
i8 = 110001011111110111100011111101111
i9 = 100010000010101100111011110001101
i10 = 1111101111111101011010000110110001
i11 = 000100101111010101001100111011010
i12 = 101001011101011001000010001001000
i13 = 011110001110001111110101010011100
i14 = 101000101100010111011000011001111
i15 = 101010001010010001101100101101000
i16 = 0010111110100000101100011001100000
i17 = 000000100000000110100010111100101
i18 = 110110001001001100010101000001010
i19 = 011110011100111111011111011000001
i20 = 101000001001110100110000000010100
```

AGENTES ADAPTATIVOS 87

# Avaliação dos Indivíduos

- A função utilizada para avaliar os indivíduos é a própria função matemática
- Cada indivíduo terá um valor,  $f(x)$ , que indica a sua qualidade, uma probabilidade de ser selecionado,  $p(x)$ , e ficará com um segmento da roleta de determinado tamanho,  $r(x) - r(x_{\text{anterior}})$

AGENTES ADAPTATIVOS 88

# Avaliação dos Indivíduos

- O valor da probabilidade de cada indivíduo é calculado dividindo o valor do seu mérito pelo somatório do mérito de todos os indivíduos,  $F$ :

$$F = \sum_{j=1}^{20} f(i_j) = 437,53$$

# Avaliação dos Indivíduos

INDIVÍDUO I	QUALIDADE F(x)	PROBABILIDADE P(x)	SEGMENTO DA ROLETA R(x)
i <sub>1</sub>	f(i <sub>1</sub> ) = 26.849	p(i <sub>1</sub> ) = 0.061	r(i <sub>1</sub> ) = 0.061
i <sub>2</sub>	f(i <sub>2</sub> ) = 24.623	p(i <sub>2</sub> ) = 0.056	r(i <sub>2</sub> ) = 0.118
i <sub>3</sub>	f(i <sub>3</sub> ) = 24.750	p(i <sub>3</sub> ) = 0.057	r(i <sub>3</sub> ) = 0.174
i <sub>4</sub>	f(i <sub>4</sub> ) = 24.347	p(i <sub>4</sub> ) = 0.056	r(i <sub>4</sub> ) = 0.230
i <sub>5</sub>	f(i <sub>5</sub> ) = 25.677	p(i <sub>5</sub> ) = 0.059	r(i <sub>5</sub> ) = 0.289
i <sub>6</sub>	f(i <sub>6</sub> ) = 21.028	p(i <sub>6</sub> ) = 0.048	r(i <sub>6</sub> ) = 0.337
i <sub>7</sub>	f(i <sub>7</sub> ) = 14.702	p(i <sub>7</sub> ) = 0.034	r(i <sub>7</sub> ) = 0.370
i <sub>8</sub>	f(i <sub>8</sub> ) = 26.613	p(i <sub>8</sub> ) = 0.061	r(i <sub>8</sub> ) = 0.431
i <sub>9</sub>	f(i <sub>9</sub> ) = 16.521	p(i <sub>9</sub> ) = 0.045	r(i <sub>9</sub> ) = 0.476
i <sub>10</sub>	f(i <sub>10</sub> ) = 10.491	p(i <sub>10</sub> ) = 0.024	r(i <sub>10</sub> ) = 0.500
i <sub>11</sub>	f(i <sub>11</sub> ) = 21.428	p(i <sub>11</sub> ) = 0.049	r(i <sub>11</sub> ) = 0.549
i <sub>12</sub>	f(i <sub>12</sub> ) = 17.122	p(i <sub>12</sub> ) = 0.039	r(i <sub>12</sub> ) = 0.588
i <sub>13</sub>	f(i <sub>13</sub> ) = 30.268	p(i <sub>13</sub> ) = 0.069	r(i <sub>13</sub> ) = 0.657
i <sub>14</sub>	f(i <sub>14</sub> ) = 28.323	p(i <sub>14</sub> ) = 0.065	r(i <sub>14</sub> ) = 0.722
i <sub>15</sub>	f(i <sub>15</sub> ) = 13.478	p(i <sub>15</sub> ) = 0.031	r(i <sub>15</sub> ) = 0.752
i <sub>16</sub>	f(i <sub>16</sub> ) = 25.725	p(i <sub>16</sub> ) = 0.059	r(i <sub>16</sub> ) = 0.811
i <sub>17</sub>	f(i <sub>17</sub> ) = 23.548	p(i <sub>17</sub> ) = 0.054	r(i <sub>17</sub> ) = 0.865
i <sub>18</sub>	f(i <sub>18</sub> ) = 16.200	p(i <sub>18</sub> ) = 0.037	r(i <sub>18</sub> ) = 0.902
i <sub>19</sub>	f(i <sub>19</sub> ) = 28.801	p(i <sub>19</sub> ) = 0.066	r(i <sub>19</sub> ) = 0.968
i <sub>20</sub>	f(i <sub>20</sub> ) = 14.036	p(i <sub>20</sub> ) = 0.032	r(i <sub>20</sub> ) = 1.000

# Seleção

- Preservar os 2 indivíduos de melhor qualidade ( $i_{13}$  e  $i_{19}$ )
- Selecionar 9 pares para gerar os 18 novos indivíduos
- Os 9 pares foram selecionados através da roleta, girando um gerador de números aleatórios 18 vezes

# Seleção

- Os valores e os indivíduos selecionados para acasalar

VALORES ALEATÓRIOS [0, 1]	INDIVÍDUOS SELECCIONADOS (PARES)
0,79; 0,84	$i_{16}, i_{17}$
0,84; 0,1	$i_{17}, i_2$
0,91; 0,24	$i_{19}, i_5$
0,5; 0,86	$i_{11}, i_{17}$
0,03; 0,94	$i_{11}, i_{19}$
0,67; 0,52	$i_{14}, i_{11}$
0,47; 0,92	$i_9, i_{19}$
0,01; 0,39	$i_{11}, i_8$
0,64; 0,55	$i_{13}, i_{12}$

# Recombinação

- O operador de recombinação foi aplicado com uma probabilidade de **65%**: apenas alguns dos pares selecionados para reprodução serão efetivamente recombina

# Recombinação

- Os valores aleatórios gerados e os respetivos pontos de corte, gerados aleatoriamente também, estão indicados na tabela seguinte
- Valores aleatórios superiores a **0,65** indicam que não ocorre recombinação



# Recombinação

VALORES ALEATÓRIOS [0, 1]	PONTO DE CORTE	PROGENITORES	FILHOS
0,18	24	$i_{16}, i_{17}$	$i'_3, i'_4$
0,76	-	$i_{17}, i_2$	$i'_5, i'_6$
0,34	24	$i_{19}, i_5$	$i'_7, i'_8$
0,07	9	$i_{11}, i_{17}$	$i'_9, i'_{10}$
0,9	-	$i_1, i_{19}$	$i'_{11}, i'_{12}$
0,45	16	$i_{14}, i_{11}$	$i'_{13}, i'_{14}$
0,07	15	$i_9, i_{19}$	$i'_{15}, i'_{16}$
0,91	-	$i_1, i_8$	$i'_{17}, i'_{18}$
0,42	30	$i_{13}, i_{12}$	$i'_{19}, i'_{20}$

# Recombinação

- Os 2 primeiros indivíduos da descendência correspondem à elite, isto é, aos melhores indivíduos da população anterior e que não são alterados

$i'_1 = i_{13} = 011110001110001111110101010011100$   
 $i'_2 = i_{19} = 011110011100111111011111011000001$



# Recombinação

- Os filhos  $i'_3$  e  $i'_4$  são criados pela recombinação dos indivíduos  $i_{16}$  e  $i_{17}$  utilizando o ponto de corte 24

$i_{16} = 001011110100000101100011.001100000$   
 $i_{17} = 000000100000000110100010.111100101$   
 $i'_3 = 001011110100000101100011.111100101$   
 $i'_4 = 000000100000000110100010.001100000$

# Recombinação

- Os progenitores  $i_{17}$  e  $i_2$  não sofrem recombinação, sendo a descendência cópias destes dois indivíduos

$$i'_5 = i_{17}$$

$$i'_6 = i_2$$

# Recombinação

- Os filhos  $i'_7$  e  $i'_8$  provêm do cruzamento dos indivíduos  $i_{19}$  e  $i_5$  no ponto de corte 24

$i_{19} = 011110011100111111011111.011000001$   
 $i_5 = 101111010001110101001101.101100101$   
 $i'_7 = 011110011100111111011111.101100101$   
 $i'_8 = 101111010001110101001101.011000001$

# Recombinação

- Os filhos  $i'_9$  e  $i'_{10}$  obtêm-se de modo semelhante

$i_{11} = 000100101.111010101001100111011010$   
 $i_{17} = 000000100.000000110100010111100101$   
 $i'_9 = 000100101.000000110100010111100101$   
 $i'_{10} = 000000100.111010101001100111011010$

# Recombinação

- O resultado final da aplicação do operador de recombinação fornece a seguinte população

# Recombinação

```
i'_1 = 011110001110001111110101010011100
i'_2 = 011110011100111111011111011000001
i'_3 = 0010111101000000101100011111100101
i'_4 = 000000100000000110100010001100000
i'_5 = 000000100000000110100010111100101
i'_6 = 011011010111111010100010111111000
i'_7 = 011110011100111111011111101100101
i'_8 = 101111010001110101001101011000001
i'_9 = 000100101000000110100010111100101
i'_{10} = 000000100111010101001100111011010
i'_{11} = 010011100010111101011110101000111
i'_{12} = 011110011100111111011111011000001
i'_{13} = 101000101100010101001100111011010
i'_{14} = 000100101111010111011000011001111
i'_{15} = 100010000010101111011111011000001
i'_{16} = 011110011100111100111011110001101
i'_{17} = 010011100010111101011110101000111
i'_{18} = 110001011111111011110001111110111
i'_{19} = 011110001110001111110101010011000
i'_{20} = 1010010111101011001000010001001100
```

# Operador de Mutação

- O operador de mutação foi aplicado com uma probabilidade de 0,5% por gene
- Resultaram apenas 3 mutações localizadas nos seguintes elementos da população (resultado aleatório):
  - Filho  $i'_3$  – gene 15
  - Filho  $i'_6$  – gene 17
  - Filho  $i'_{12}$  – gene 8
- Daqui resulta a nova população que será novamente avaliada

# Operador de Mutação

```

i'_1 = 011110001110001111110101010011100
i'_2 = 01111001110011111101111011000001
i'_3 = 001011110100001101100011111100101
i'_4 = 000000100000000110100010001100000
i'_5 = 000000100000000110100010111100101
i'_6 = 011011010111111000100010111111000
i'_7 = 011110011100111111011111101100101
i'_8 = 101111010001110101001101011000001
i'_9 = 000100101000000110100010111100101
i'_{10} = 000000100111010101001100111011010
i'_{11} = 010011100010111101011110101000111
i'_{12} = 011110001100111111011111011000001
i'_{13} = 101000101100010101001100111011010
i'_{14} = 000100101111010111011000011001111
i'_{15} = 100010000010101111011111011000001
i'_{16} = 011110011100111100111011110001101
i'_{17} = 010011100010111101011110101000111
i'_{18} = 110001011111110111100011111101111
i'_{19} = 011110001110001111110101010011000
i'_{20} = 1010010111101011001000010001001100
  
```

# Operador de Mutação

- Neste ponto conclui-se uma iteração do AG
- O processo é agora repetido ao longo de várias gerações

# Operador de Mutação

- Se corrêsemos o AG durante 100 gerações:

GERAÇÃO	QUALIDADE DO MELHOR INDIVÍDUO
1	30,2680
2	30,2680
3	33,4468
4	33,4468
5	33,4468
6	33,4468
7	33,8733
8	34,1697
9	34,1697
10	34,1697
11	35,4115
...	
100	37,1530

# Operador de Mutação

- O AG vai evoluindo para valores mais altos, como é desejado

# Trabalho Prático n.º 2

- Encontrar o valor máximo da função matemática

$$f(x) = (x - 15)^2$$

com

$$1 \leq x \leq 25$$