Symbolic Execution Notes

Jerry

1 Symbolic Execution

之前已经学习了把程序转成命题逻辑公式的方法，类似地，可以把程序转成谓词逻辑公式。我们以 swap 函数为例进行说明

```
void swap(int& a, int& b) {
  a = a ^ b;
  b = a ^ b;
  a = a ^ b;
}
```

证明 swap 函数交换了 a 和 b 的值，就是证明谓词逻辑公式 1 永真。

$$
\begin{aligned}
&(\forall A0)(\forall A1)(\forall A2)(\forall A3)(\forall B0)(\forall B1)(\forall B2)(\forall B3)(\\
&(A1 = \mathrm{xor}(A0, B0) \wedge \\
&B1 = B0 \wedge \\
&A2 = A1 \wedge \\
&B2 = \mathrm{xor}(A1, B1) \\
&B3 = B2 \\
&A3 = \mathrm{xor}(A2, B2) \\
&) \rightarrow \\
&((A3 = B0) \wedge (B3 = A0)) \\
&)
\end{aligned} \tag{1}
$$

我们将谓词逻辑公式 1取否，得到谓词逻辑公式 2。

$$
\begin{aligned}
&(\exists A0)(\exists A1)(\exists A2)(\exists A3)(\exists B0)(\exists B1)(\exists B2)(\exists B3)(\\
&(A1 = \mathrm{xor}(A0, B0) \wedge \\
&B1 = B0 \wedge \\
&A2 = A1 \wedge \\
&B2 = \mathrm{xor}(A1, B1) \\
&B3 = B2 \\
&A3 = \mathrm{xor}(A2, B2) \\
&) \wedge \\
&\neg((A3 = B0) \wedge (B3 = A0)) \\
&)
\end{aligned} \tag{2}
$$

接下来只需证明谓词逻辑公式 2永假，即可证明 swap 函数交换了 a 和 b 的值。

但是这种方法有一个问题，如果程序非常长或者有很多的 if 语句，那么就会生成一个很长的公式。

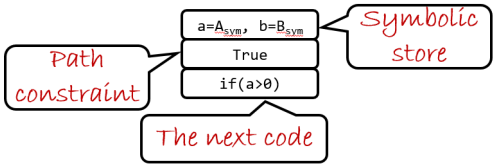
符号执行技术为程序的每一条可能的执行路径生成一个公式，分别求解。和上面的方法一样，符号执行也是用符号而不是具体的数值表示当前程序状态。符号执行过程中维护 3 块数据。

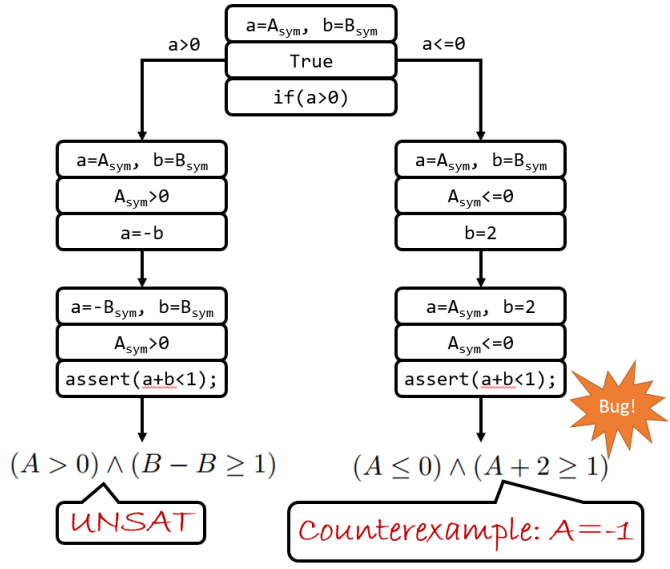
- 当前将要执行的语句
- Symbolic storage 用来记录每个变量的值，这些值实际就是符号组成的表达式
- Path constraint 记录到达当前语句的条件。因为每条执行路径会生成一个公式，Path constraints 就反映出之前遇到的每个 if 语句是 true 还是 false

以下面这个程序为例讲解符号执行的流程。

```
void func(int a, int b) {
  if(a > 0)
    a = -b;
  else
    b = 2;
  assert(a + b < 1);
}
```

初始状态下，如下图所示，当前将要执行的语句是 if(a>0)，symbolic storage 记录 a 的值是符号 A，b 的值是符号 B，path constraint 是 true，因为这条语句是一定要执行的。





整个符号执行的流程如上图所示。因为当前遇到了 if 语句，符号执行会分成两路，左边的子树对应 a>0 成立的情况，右边的子树对应 a>0 不成立的情况。现在考虑 a>0 成立的情况，也就是左子树的根节点。将要执行的语句是 a=-b，if 语句不修改变量的值，所以 symbolic storage 还是 {a=A, b=B}，因为要求 if 语句成立才能执行到 a=-b，所以现在 path constraint 是 A>0。a=-b 执行后，接下来将执行 assert(a+b<1)，由于 a=-b 修改了 a 的值，所以 symbolic storage 是 {a=-B, b=B}，path constraint 是 A>0。现在判断 assert 语句是否会报错，已知条件是 path constraint 成立，要证明当前 a+b<1 永远成立，就是证明 $(A > 0) \rightarrow (B - B < 1)$ 永远成立，即证明 $(A > 0) \wedge (B - B \geq 1)$ 不可满足，接下来就交给 SMT solver 求解，发现不可满足，说明左子树没有发现 Bug。

右子树对应 a<=0 的情况，流程同上。最后，如果每个执行路径生成的逻辑表达式都是不可满足的，那么说明 assert 不会报错，但是在这个例子中，a<=0 对应的执行路径得到

了可满足的表达式，A=-1 让 $(A \leq 0) \wedge (A+2 \geq 1)$ 为 T，说明输入 a 为-1 时会出现问题。

假如出现多个 if 语句，例如下面这个函数

```
void func(int a, int b) {
  if(a > 0) {
    if(a < 5)
      a = -b;
    a = 3;
  }
  else
    b = 2;
  assert(a + b < 1);
}
```

执行到 if(a < 5) 的 path constraint 是 A>0，执行到 a=-b 时的 path constraint 就是 $(A > 0) \wedge (A < 5)$，即两个 if 条件的合取。