**Как «Forward Proposer» генерирует синтетические теоремы**

*(пересказ статьи “Training a First‑Order Theorem Prover from Synthetic Data” на русском)*

1. **Отправная точка — аксиомы предметной области**  
   Для каждой из десяти выбранных областей TPTP (теория полей, геометрия, теория групп и т. д.) берут набор аксиом в клаузальной форме (CNF).
2. **Линейная резолюция: строим «цепочку» выводов**
   * Пусть C₀ … C\_N — последовательность клауз.
   * C₀ выбирают из аксиом.
   * На каждом шаге *t* = 1…N текущую клаузу C\_{t‑1} **обязательно** используют в следующей резолюции или факторизации, получая C\_t.
   * Так как новая клауза всегда участвует в следующем выводе, дерево вывода вырождается в линию (linear resolution), но при этом остаётся полнотой по Ли.
3. **Стохастический выбор вывода с «температурой»**  
   Простая равномерная выборка быстро порождает гигантские клаузулы. Поэтому каждый возможный вывод оценивают по размеру результирующей клаузулы (числу символов) и выбирают через soft‑max

P(i)=exp⁡(−∣Ci∣/T)∑jexp⁡(−∣Cj∣/T), P(i)=\frac{\exp(-|C\_i|/T)}{\sum\_j\exp(-|C\_j|/T)},P(i)=∑j​exp(−∣Cj​∣/T)exp(−∣Ci​∣/T)​,

где **T** — температура: низкая T усиливает предпочтение к компактным формулам, высокая T даёт больше разнообразия.

1. **Через N шагов получаем гипотезу**  
   После ровно **N** резолюций итоговая клауза C\_N объявляется *конъюнктурой* задачи. Поскольку она выведена из аксиом, импликация

Аксиомы  ⊢  CN \text{Аксиомы} \;\vdash\; C\_NАксиомы⊢CN​

гарантированно истинна.

1. **Подбор параметров N и T по трём критериям**  
   Для каждой области проводят сеточный поиск (N, T) и генерируют 1 млн теорем; затем выбирают сочетание, которое:
   * максимально затрудняет доказательство для E‑prover (сложность),
   * удерживает средний размер клаузы ≤ 64 символов (компактность),
   * обеспечивает ≥ 500 000 уникальных теорем из миллиона (разнообразие).

Пример: для GEO8 взяли N = 10, T = 8.

1. **Поток данных для обучения**  
   С выбранными (N, T) «Forward Proposer» генерирует десятки миллионов теорем, которые служат опытом для нейронного резолюционного доказателя.

**Почему подход работает**

* **Звукoвость по определению** — каждая синтетическая теорема уже доказана построением.
* **Управляемый уровень сложности** — N регулирует глубину вывода, T — сложность формул.
* **Широкий охват домена** — используются только символы аксиом, но пространство теорем гораздо шире, чем в TPTP.

**Ограничения, отмеченные авторами**

* Генерируются только теоремы, сводимые к **одной клаузе** (без ∃‑кванторов и новых символов); это покрывает ≈ 78 % задач TPTP.
* Могут появляться «скучные» или малоинформативные утверждения; нужна мера *интересности*.
* Линейная резолюция не порождает ветвящихся деревьев доказательств.

Если хотите поэкспериментировать:

* реализуйте простой цикл на 10 шагов с soft‑max выбором вывода;
* измеряйте сложность своим доказателем и подбирайте N/T;
* чтобы покрыть ∃‑теоремы, разрешите выводить не одну, а набор клауз или добавляйте свежие сколем‑константы.

Готов предоставить пример кода, идеи расширения на равенство или советы по интеграции с вашим исследованием разрешения и ML — дайте знать!

create\_examples.py

def all\_resolvents(C1, C2):

Ниже приведён один из возможных вариантов реализации функции forward\_propose, которая создаёт линейную цепочку клауз из исходных аксиом. Эта функция выбирает случайную стартовую клаузу (C₀), а затем на каждом шаге пытается разрешить последнюю полученную клаузу с каждой из уже известных, используя метод all\_resolvents (мы пока его оставляем как внешнюю зависимость – его вы реализуете позже). Результат выбирается через softmax‑взвешивание, где более короткие клаузы получают больший вес.

**Пояснения:**

1. **Инициализация**  
   Функция берёт все аксиомы (role 'axiom') из списка, полученного от parse\_tptp\_clauses, и выбирает случайную из них для старта цепочки.
2. **Цикл по шагам (t от 0 до N-1)**  
   На каждом шаге выбираем резолвенты для последней клаузы (chain[-1]) с каждой из известных клауз. Все найденные кандидаты собираются в список.
3. **Выбор кандидата**  
   Если список кандидатов не пуст, то по softmax‑взвешиванию (с весами, обратными размеру клаузы) выбирается одна резолвента, которая добавляется как новая клауза в цепочку и в список известных клауз.
4. **Возврат результата**  
   После завершения всех шагов функция возвращает последнюю клаузу, которая станет заключительной теоремой (conjecture) для дальнейшей генерации задачи.

Resolvable Pairs Count

| **What you store** | **What the network will learn** | **Pros** | **Cons** |
| --- | --- | --- | --- |
| **Only the best pair** (one positive example per problem) | A pure *generation* / *pointer* task: given the clause set, output one pair of literals. | • Compact dataset. • No risk of overwhelming the learner with negatives. | • No direct negative signal – the model never sees what a *bad* pair looks like. • You’ll need to generate candidates at training time anyway (to calculate a loss such as margin‑ranking or cross‑entropy over the candidate set), which is slower and pushes work into the training loop. |
| **Best pair + *all* other candidate pairs (labelled 1 / 0)** | A *ranking / classification* task: score each candidate pair so the best ranks highest. | • Clear positive vs. negative supervision. • Candidate enumeration happens once when you build the dataset, so training is fast. | • For some problems the number of negatives can explode (thousands of pairs). That inflates disk‑space, memory, and may harm class balance. |
| **Best pair + *sub‑sampled* negatives** | Same as above, but you keep only *k* negatives per problem (e.g. 20 random or heuristic‑hard negatives). | • Keeps explicit negative signal. • Dataset size stays reasonable. • You can bias the negatives toward “hard” ones (same predicate, similar arguments, etc.). | • Requires a sampling step in preprocessing. |

 **You almost always need negatives**  
A model that never sees wrong answers will struggle to distinguish right from wrong. Even if you adopt a pointer‑style architecture (no explicit candidate list), you will still compute a loss that contrasts the chosen pair with *something* negative (e.g. all other literals or a sampled subset). So it helps to have negatives pre‑computed.

 **Keep them, but trim**

* Store the **clauses** in every example (they’re essential).
* Keep **one positive pair** and, say, 10‑50 negatives per problem. You can:
  + Choose negatives uniformly at random, or
  + Prefer “hard” negatives (same predicate, opposite sign but arguments almost unifiable, etc.). Hard negatives give stronger gradients.

extract\_solutoin

Here’s a self‑contained Python snippet that will:

1. **Scan every** \*\_rs.jsonl in your Res\_Pairs folder
2. **Extract the first original inference** from the matching \*\_solved.txt (using “axiom”/“negated\_conjecture” only)
3. **Map each proof‑clause** back to its index in the JSONL “clauses” array by matching its clause‑body text
4. **Look for an existing resolvable‑pair** entry with exactly those two clause‑indices
5. **If absent**, regenerate the candidate pairs for that clause‑pair and append the first one
6. **Finally**, rewrite the JSONL so the last line becomes

Սա GEO006+4 -ի 1000 օրինակի դեպքում։

Մոդելի փորձարկման արդյունքները կարող ենք ամփոփել հետեւյալ կերպ․

* **Edge accuracy** (ծայրերի ընդհանուր ճիշտ կանխատեսելիություն) կազմում է **88.971%**, որը վկայում է, որ մոդելը բավականին լավ է առանձնացնում ճիշտ և սխալ ծայրերը ընդհանուր առմամբ։
* **Hits@1** ցուցիչը составляет **55.800%**, այսինքն ավելի քան կեսին մոտ դեպքերում մոդելը ճիշտ է գնահատում ամենաբարձր հավանականությամբ կանխատեսված ծայրը որպես ոսկևոր գծի (gold edge) ներկայացվածը։
* Դրական ծայրերի (positive edges) դասակարգման ազդեցիկության չափանիշները՝
  + **Precision** (ճշգրտություն)՝ **40.083%**,
  + **Recall** (հիշողություն)՝ **63.681%**,
  + **F1-score**՝ **49.198%**։

Այս արդյունքները ցույց են տալիս, որ թեև մոդելը ընդհանուր առմամբ լավ է տարբերակում ճիշտ և սխալ ծայրերը (Edge accuracy բարձր է), դրական դեպքերի կարգավորմամբ այն դեռ ունի զարգանալու տեղ՝ հատկապես ճշգրտության (precision) բարելավման վերաբերյալ։

Let’s unpack what each number is telling you:

* **Edge accuracy (88.971%)**  
  This is the fraction of *all* candidate edges (literal‐pairs) across your test set that the model classified correctly as positive (best pair) or negative. It’s an overall per‐edge classification accuracy, not tied directly to “did we pick the right one in each problem?”
* **Precision / Recall / F1 for positive edges (40.083% / 63.681% / 49.198%)**  
  These refer specifically to how well the model identifies the true best‐pair edges among all edges:
  + Precision: of all edges the model flagged as “best pair,” what fraction really were.
  + Recall: of all true best‐pair edges, what fraction did the model find.
  + F1: their harmonic mean.
* **Hits@1 (56.500%)**  
  This is exactly the metric you’re looking for: it measures, *per problem*, whether the model’s *top-scored* edge is one of the true best‐pair edges. In other words, in 56.5% of the problems your model’s single highest-ranked literal pair matches the gold “best\_pair.”

So there *is* a direct “did we pick the right literal pair?” metric, and it’s **Hits@1 = 56.5%**.

JsonlDataset\gen\_problem\_generated\_axioms\_N=100\_T=1.0\_0\_rs.jsonl brute: 515 ✓ guided: 163 ✓

JsonlDataset\gen\_problem\_generated\_axioms\_N=100\_T=1.0\_1\_rs.jsonl brute: 72197 ✓ guided: 3439 ✓

JsonlDataset\gen\_problem\_generated\_axioms\_N=100\_T=1.0\_2\_rs.jsonl brute: 86338 ✓ guided: 24588 ✓

JsonlDataset\gen\_problem\_generated\_axioms\_N=100\_T=1.0\_3\_rs.jsonl brute: 545 ✓ guided: 165 ✓

JsonlDataset\gen\_problem\_generated\_axioms\_N=100\_T=1.0\_4\_rs.jsonl brute: 6839 ✓ guided: 8110 ✓

JsonlDataset\gen\_problem\_generated\_axioms\_N=100\_T=8.0\_0\_rs.jsonl brute: 24 ✓ guided: 3 ✓

JsonlDataset\gen\_problem\_generated\_axioms\_N=100\_T=8.0\_1\_rs.jsonl brute: 29 ✓ guided: 18 ✓

JsonlDataset\gen\_problem\_generated\_axioms\_N=100\_T=8.0\_2\_rs.jsonl brute: 41 ✓ guided: 5 ✓

JsonlDataset\gen\_problem\_generated\_axioms\_N=100\_T=8.0\_3\_rs.jsonl brute: 31 ✓ guided: 3 ✓

JsonlDataset\gen\_problem\_generated\_axioms\_N=100\_T=8.0\_4\_rs.jsonl brute: 31 ✓ guided: 2 ✓

──────────────── summary ────────────────

files tested: 10

avg steps – brute‑force : 16659.0

avg steps – GNN‑guided : 3649.6

relative reduction : 78.1 %