

# تکلیف هفتم درس شناسایی الگو

وحید ملکی

شماره دانشجویی: ۴۰۳۱۳۰۰۴

۱۰ آذر ۱۴۰۴

## سؤال ۱۰

صورت سؤال: الگوریتم پرسپترون با وزن‌های اولیه  $w = [1, 1]^T$  و بایاس  $b = 0$  و نرخ یادگیری  $\mu = 1$  داده شده است. با توجه به داده‌های جدول، خط جداسازی پس از یک دور (Epoch) مشاهده‌ی تمام نمونه‌ها را بیابید. شرط به‌روزرسانی: اگر  $y_i(w^T X_i + b) \leq 0$  باشد، آپدیت انجام می‌شود.

## داده‌های مسأله

داده‌های آموزشی به شرح زیر هستند:

$$X_1 = \begin{bmatrix} 10 \\ 10 \end{bmatrix}, \quad y_1 = +1 \text{ : نمونه ۱}$$

$$X_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad y_2 = -1 \text{ : نمونه ۲}$$

$$X_3 = \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix}, \quad y_3 = +1 \text{ : نمونه ۳}$$

$$X_4 = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad y_4 = -1 \text{ : نمونه ۴}$$

## مراحل اجرا (پیمایش نمونه‌ها)

۰۱ بررسی نمونه اول  $(X_1, y_1)$ : مقادیر فعلی:  $w = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ,  $b = 0$

$$g(X_1) = w^T X_1 + b = (1 \times 10) + (1 \times 10) + 0 = 20$$

$$y_1 \times g(X_1) = 1 \times 20 = 20 > 0 \text{ بررسی شرط خطا:}$$

چون حاصل مثبت است، دسته‌بندی صحیح بوده و نیازی به به‌روزرسانی نیست.

۰۲ بررسی نمونه دوم  $(X_2, y_2)$ : مقادیر فعلی: همان مقادیر اولیه.

$$g(X_2) = (1 \times 0) + (1 \times 0) + 0 = 0$$

$$y_2 \times g(X_2) = -1 \times 0 = 0 \leq 0 \text{ بررسی شرط خطا:}$$

طبق صورت سؤال، در حالت مساوی با صفر به روزرسانی انجام می‌شود:

$$w_{\text{new}} = w_{\text{old}} + \mu y_2 X_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + 1(-1) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$b_{\text{new}} = b_{\text{old}} + \mu y_2 = 0 + 1(-1) = -1$$

دقت کنید که چون بردار ورودی صفر بود، بردار وزن تغییری نکرد اما بایاس تغییر یافت).

۰۳. بررسی نمونه سوم  $(X_3, y_3)$ : مقادیر فعلی:  $w = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ,  $b = -1$

$$g(X_3) = (1 \times 8) + (1 \times 4) + (-1) = 11$$

$$y_3 \times g(X_3) = 1 \times 11 = 11 > 0 \quad \text{بررسی شرط خطا:}$$

دسته‌بندی صحیح است، بدون تغییر.

۰۴. بررسی نمونه چهارم  $(X_4, y_4)$ : مقادیر فعلی:  $w = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ,  $b = -1$

$$g(X_4) = (1 \times 3) + (1 \times 3) + (-1) = 5$$

$$y_4 \times g(X_4) = -1 \times 5 = -5 \leq 0 \quad \text{بررسی شرط خطا:}$$

خطا رخ داده است. به روزرسانی انجام می‌شود:

$$w_{\text{new}} = w_{\text{old}} + \mu y_4 X_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + 1(-1) \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-3 \\ 1-3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$b_{\text{new}} = b_{\text{old}} + \mu y_4 = -1 + 1(-1) = -2$$

## پایان نهایی

پس از مشاهده تمام نمونه‌ها، پارامترهای نهایی شبکه عبارتند از:

$$w = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad b = -2$$

معادله‌ی خط جداکننده  $(g(x) = 0)$  به صورت زیر خواهد بود:

$$-2x_1 - 2x_2 - 2 = 0$$

که با ساده‌سازی (تقسیم بر  $-2$ ) به معادله‌ی زیر می‌رسیم:

$$\boxed{x_1 + x_2 + 1 = 0}$$