

تکلیف پنجم درس شناسایی الگو

وحید ملکی
شماره دانشجویی: ۴۰۳۱۳۰۰۴

۱۴۰۴ آبان ۲۴

سؤال ۱۲

داده‌ها

مجموعه نمونه‌ها ($n = 13$)

$$x = \{1, 1.5, 1.75, 2, 2.5, 2.75, 3, 5, 6, 6.25, 6.5, 7, 7.5\}$$

هدف: تخمین چگالی ($p(x)$ در نقاط:

$$x \in \{0, 1, 3, 5, 7, 9\}$$

با استفاده از پنجه پارزن، پهنه‌ای پنجه $h = 1$ و کنل یکنواخت (مستطیلی):

$$\varphi(u) = \begin{cases} 1 & |u| < \frac{1}{2} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

فرمول تخمین گر پارزن

$$p(x) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n \varphi\left(\frac{x - x_i}{h}\right)$$

: $h = 1$ با

$$p(x) = \frac{1}{13 \times 1} \sum_{i=1}^{13} \varphi(|x - x_i| < 0.5)$$

یعنی فقط نمونه‌هایی که در فاصله کمتر از ۰.۵ از x باشند، در محاسبه شرکت می‌کنند.

محاسبه گام به گام

$$p(0) = 0.1$$

بازه: هیچ $[0 - 0.5, 0 + 0.5] = [-0.5, 0.5]$ نمونه‌ها در این بازه:

$$p(0) = \frac{0}{13} = \boxed{0}$$

$p(1)$.۲

بازه: $\text{ثونهها: } ۱, 1.5 \quad [0.5, 1.5)$

$$p(1) = \frac{2}{13} = \boxed{\frac{2}{13}}$$

$p(3)$.۳

بازه: $\text{ثونهها: } ۲, ۳ \quad [2.5, 3.5)$

$$p(3) = \frac{3}{13} = \boxed{\frac{3}{13}}$$

$p(5)$.۴

بازه: $\text{ثونهها: } ۵ \quad [4.5, 5.5)$

$$p(5) = \frac{1}{13} = \boxed{\frac{1}{13}}$$

$p(7)$.۵

بازه: $\text{ثونهها: } ۶, ۷, ۷.5 \quad [6.5, 7.5)$

$$p(7) = \frac{3}{13} = \boxed{\frac{3}{13}}$$

$p(9)$.۶

بازه: $\text{ثونهها: هیچ } [8.5, 9.5)$

$$p(9) = \frac{0}{13} = \boxed{0}$$

—

جدول خلاصه

$p(x)$	ثونههای داخل	بازه پنجه	نقطه x
0	هیچ	$[-0.5, 0.5)$.
$\frac{2}{13}$	$1, 1.5$	$[0.5, 1.5)$	۱
$\frac{3}{13}$	$2.5, 2.75, 3$	$[2.5, 3.5)$	۳
$\frac{1}{13}$	5	$[4.5, 5.5)$	۵
$\frac{3}{13}$	$6.5, 7, 7.5$	$[6.5, 7.5)$	۷
0	هیچ	$[8.5, 9.5)$	۹

$$\begin{aligned} p(0) &= 0, \\ p(1) &= \frac{2}{13}, \\ p(3) &= \frac{3}{13}, \\ p(5) &= \frac{1}{13}, \\ p(7) &= \frac{3}{13}, \\ p(9) &= 0 \end{aligned}$$