

تکلیف پنجم درس شناسایی الگو

وحید ملکی

شماره دانشجویی: ۴۰۳۱۳۰۰۴

۲۴ آبان ۱۴۰۴

سؤال ۱۲

داده‌ها

مجموعه نمونه‌ها ($n = 13$):

$$x = \{1, 1.5, 1.75, 2, 2.5, 2.75, 3, 5, 6, 6.25, 6.5, 7, 7.5\}$$

هدف: تخمین چگالی $p(x)$ در نقاط:

$$x \in \{0, 1, 3, 5, 7, 9\}$$

با استفاده از پنجره پازرن، پهنای پنجره $h = 1$ و کرنل یکنواخت (مسطبی):

$$\varphi(u) = \begin{cases} 1 & |u| < \frac{1}{2} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

فرمول تخمین گر پازرن

$$p(x) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n \varphi\left(\frac{x - x_i}{h}\right)$$

با $h = 1$:

$$p(x) = \frac{1}{13 \times 1} \sum_{i=1}^{13} \varphi(|x - x_i| < 0.5)$$

یعنی فقط نمونه‌هایی که در فاصله کمتر از 0.5 از x باشند، در محاسبه شرکت می‌کنند.

محاسبه گام به گام

$$p(0)$$

بازه: $[0 - 0.5, 0 + 0.5] = [-0.5, 0.5]$ نمونه‌ها در این بازه: هیچ

$$p(0) = \frac{0}{13} = \boxed{0}$$

۰.۲ $p(1)$

بازه: $[0.5, 1.5)$ نمونه‌ها: 1, 1.5 \square ۲ نمونه**

$$p(1) = \frac{2}{13} = \boxed{\frac{2}{13}}$$

۰.۳ $p(3)$

بازه: $[2.5, 3.5)$ نمونه‌ها: 2.5, 2.75, 3 \square ۳ نمونه**

$$p(3) = \frac{3}{13} = \boxed{\frac{3}{13}}$$

۰.۴ $p(5)$

بازه: $[4.5, 5.5)$ نمونه‌ها: 5 \square ۱ نمونه**

$$p(5) = \frac{1}{13} = \boxed{\frac{1}{13}}$$

۰.۵ $p(7)$

بازه: $[6.5, 7.5)$ نمونه‌ها: 6.5, 7, 7.5 \square ۳ نمونه**

$$p(7) = \frac{3}{13} = \boxed{\frac{3}{13}}$$

۰.۶ $p(9)$

بازه: $[8.5, 9.5)$ نمونه‌ها: هیچ

$$p(9) = \frac{0}{13} = \boxed{0}$$

—

جدول خلاصه

نقطه x	بازه پنجره	نمونه‌های داخل	$p(x)$
۰	$[-0.5, 0.5)$	هیچ	$\boxed{0}$
۱	$[0.5, 1.5)$	1, 1.5	$\boxed{\frac{2}{13}}$
۳	$[2.5, 3.5)$	2.5, 2.75, 3	$\boxed{\frac{3}{13}}$
۵	$[4.5, 5.5)$	5	$\boxed{\frac{1}{13}}$
۷	$[6.5, 7.5)$	6.5, 7, 7.5	$\boxed{\frac{3}{13}}$
۹	$[8.5, 9.5)$	هیچ	$\boxed{0}$

$$\begin{aligned} p(0) &= 0, \\ p(1) &= \frac{2}{13}, \\ p(3) &= \frac{3}{13}, \\ p(5) &= \frac{1}{13}, \\ p(7) &= \frac{3}{13}, \\ p(9) &= 0 \end{aligned}$$