

HW 2.2-2

Monday, July 13, 2020

1:55 PM

Q: Find the LU factorization of the given matrices. Check by matrix multiplication.

$$a) \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 6 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_2 - 2R_1} \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_3 - R_1} \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} = U$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad LU = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 6 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} = A \quad \checkmark$$

$$b) \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 4 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_2 - R_1} \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_3 - \frac{1}{2}R_2} \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_3 - \frac{1}{2}R_2} \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} = U$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}, \quad LU = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 4 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix} = A \quad \checkmark$$

$$c) \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 4 & 4 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_3 - R_1} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_3 - 2R_2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_4 - R_2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} = U$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad LU = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 4 & 4 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \end{bmatrix} = A, \quad \checkmark$$