

1 Итоговая контрольная работа по главе «Теория множеств» (45 минут)

1. (Определения, 6 баллов)

Сформулируйте точно:

- определение подмножества,
- определение декартова произведения,
- определение пустого множества.

2. (Принадлежность и включение, 6 баллов)

Пусть $S = \{\{1\}, 1, \{1, 2\}\}$. Проверьте:

$$1 \in S, \quad \{1\} \subset S, \quad \{1, 2\} \in S, \quad \{2\} \in S.$$

Найдите все подмножества множества всех подмножеств $T = \{0, \{0\}\}$.

3. (Операции, 8 баллов)

Пусть $P = \{a, b, c\}$, $Q = \{b, c, d\}$. Найдите:

$$P \cup Q, \quad P \cap Q, \quad P \setminus Q, \quad Q \setminus P.$$

Пусть $X = \{0, 1\}$, $Y = \{5\}$. Найдите $(X \cup Y) \times (X \cap Y)$.

4. (Доказательство, 10 баллов)

Докажите:

$$A = B \iff (A \subset B \text{ и } B \subset A).$$

5. (Логика и кванторы, 7 баллов)

Запишите формально и затем запишите отрицание утверждения:

«Для любого действительного числа $x > 0$ найдётся число y , такое что $y^2 > x$ ».

6. (Доказательство от противного, 8 баллов)

Докажите, что

$$[0, 1] \cap [1, 2] = \{1\}.$$