Практическое задание № 2

Создать **многофайловый проект Task2** – консольное приложение с gtest, использующее функции в виде библиотеки DLL.

Каждый пункт задания реализовать в виде отдельной функции. По пункту 3 выполнить задание согласно своему варианту.

Тестирование функций осуществлять с помощью **gtest**. Тестирующие функции должны проверять корректность вычисления функций (как в области определения функции, так и вне неё; особое внимание уделить граничным значениям). Для каждой функции библиотеки необходимо создать один или при необходимости несколько тестов, проверяющих корректность её работы.

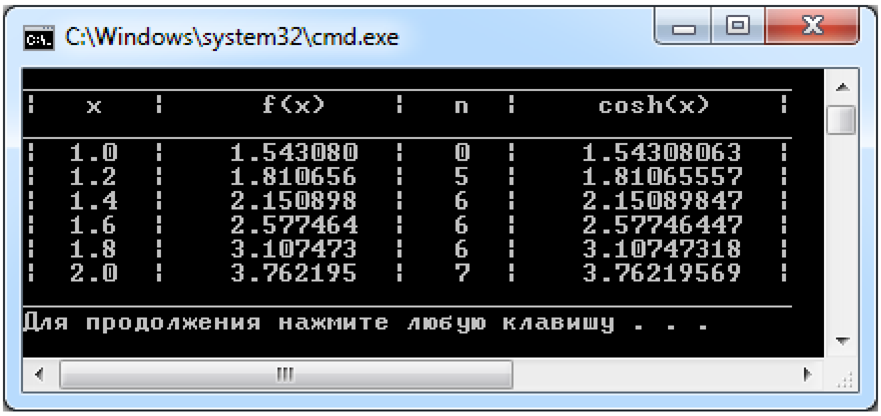
1. Реализовать функцию вычисления $\log_2$ для целочисленного аргумента: определить, в какую степень требуется возвести число 2, чтобы получить целочисленное число, передаваемое функции в виде параметра. Функция должна возвращать вычисленное значение логарифма. Если число не является степенью двойки, возвращать -1. Если аргумент находится вне области определения функции, возвращать -2.

2. Реализовать рекурсивную и нерекурсивную функции нахождения наибольшего общего делителя (НОД) для двух целых чисел, передаваемых в виде параметров. Возвращаемое функциями значение – НОД. (См. файл «Материалы к Практическому заданию №2.pdf»)

3. Реализовать вычисление с точностью **ε** функции с вещественным параметром ***f*(*x*)**, заданной с помощью разложения в ряд Тейлора (в соответствии со своим вариантом). Для вычислений следует воспользоваться ***рекуррентной формулой*** получения последующего члена ряда через предыдущий (см. файл «Материалы к Практическому заданию №2.pdf»).

Вывести в строку в виде таблицы значения функции на интервале ***x*∈[*a*,*b*]**, изменяющегося с шагом ***dx***. Таблицу снабдить шапкой. Каждая строка таблицы должна содержать значение аргумента ***x***, значение функции ***f*(*x*)** (вычисленное как сумма членов ряда Тейлора), количество просуммированных членов ряда (***n***) для обеспечения заданной точности **ε**, значение функции, вычисленное с помощью вызова функции стандартной библиотеки.

Например, для $f(x) = \mathrm{ch}(x)$, $a = 1.0$, $b = 2.0$, $dx = 0.2$, $\varepsilon = 10^{-6}$ должна получиться таблица вида:



x	f(x)	n	cosh(x)
1.0	1.543080	0	1.54308063
1.2	1.810656	5	1.81065557
1.4	2.150898	6	2.15089847
1.6	2.577464	6	2.57746447
1.8	3.107473	6	3.10747318
2.0	3.762195	7	3.76219569

Для продолжения нажмите любую клавишу . . .

Вариант 1

$$f(x) = \ln(x) = 2\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(x-1)^{2n+1}}{(2n+1)(x+1)^{2n+1}} = 2(\frac{x-1}{x+1} + \frac{(x-1)^3}{3(x+1)^3} + \frac{(x-1)^5}{5(x+1)^5}...),\quad x>0$$

Вариант 2

$$f(x) = e^{-x} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n x^n}{n!} = 1 - x + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} - \ldots,\quad |x| < \infty$$

Вариант 3

$$f(x) = \ln(x+1) = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n x^{n+1}}{n+1} = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \ldots,\quad -1 < x \le 1$$

Вариант 4

$$f(x) = \ln\frac{1+x}{1-x} = 2\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^{2n+1}}{2n+1} = 2(x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \ldots),\quad |x| < 1$$

Вариант 5

$$f(x) = \ln(1-x) = -\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n} = -(x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \ldots),\quad -1 \le x < 1$$

Вариант 6

$$f(x) = \operatorname{arcctg}(x) = \frac{\pi}{2} + \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1} x^{2n+1}}{2n+1} = \frac{\pi}{2} - x + \frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5} + \ldots,\quad |x| \le 1$$

Вариант 7

$$f(x) = \operatorname{arctg}(x) = \frac{\pi}{2} + \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{(2n+1)x^{2n+1}} = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{x} + \frac{1}{3x^3} - \frac{1}{5x^5} + \ldots,\quad x > 1$$

Вариант 8

$$f(x) = \operatorname{arctg}(x) = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)} = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \ldots,\quad |x| < 1$$

Вариант 9

$$f(x) = \operatorname{arctg}(x) = -\frac{\pi}{2} + \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{(2n+1)x^{2n+1}} = -\frac{\pi}{2} - \frac{1}{x} + \frac{1}{3x^3} - \frac{1}{5x^5} + \ldots,\quad x < -1$$

Вариант 10

$$f(x) = e^{-x^2} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n x^{2n}}{n!} = 1 - x^2 + \frac{x^4}{2!} - \frac{x^6}{3!} + \frac{x^8}{4!} - \ldots,\quad |x| < \infty$$

Вариант 11

$$f(x) = \arcsin(x) = x + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1\cdot 3\cdot \ldots \cdot (2n-1)\cdot x^{2n+1}}{2\cdot 4\cdot \ldots \cdot 2n\cdot (2n+1)} = x + \frac{x^3}{2\cdot 3} + \frac{1\cdot 3\cdot x^5}{2\cdot 4\cdot 5} +$$
$$+ \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot x^7}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 7} + \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot x^9}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 8\cdot 9} + \ldots,\quad |x| < 1$$

Вариант 12

$$f(x) = \operatorname{arth}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{2n+1} = x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \ldots, \quad |x| < 1;$$

(Ареа-тангенс $\operatorname{arth}(x) = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x}, \quad |x| < 1$)

Вариант 13

$$f(x) = \ln(x) = 2\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n+1}}{(2n+1)(x+1)^{2n+1}} = 2(\frac{x-1}{x+1} + \frac{(x-1)^3}{3(x+1)^3} + \frac{(x-1)^5}{5(x+1)^5}...), \quad x > 0$$

Вариант 14

$$f(x) = \ln\frac{x+1}{x-1} = 2\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)x^{2n+1}} = 2(\frac{1}{x} + \frac{1}{3x^3} + \frac{1}{5x^5} + ...), \quad |x| > 1$$

Вариант 15

$$f(x) = \frac{\sin(x)}{x} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!} = 1 - \frac{x^2}{3!} + \frac{x^4}{5!} - \frac{x^6}{7!} - ..., \quad |x| < \infty$$

Вариант 16

$$f(x) = \ln(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-1)^{n+1}}{(n+1)x^{n+1}} = \frac{x-1}{x} + \frac{(x-1)^2}{2x^2} + \frac{(x-1)^3}{3x^3} + ..., \quad x > \frac{1}{2}$$

Вариант 17

$$f(x) = e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \ldots, \quad |x| < \infty$$

Вариант 18

$$f(x) = \arccos(x) = \frac{\pi}{2} - (x + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1\cdot 3\cdot \ldots \cdot (2n-1)\cdot x^{2n+1}}{2\cdot 4\cdot \ldots \cdot 2n\cdot (2n+1)}) = \frac{\pi}{2} -$$

$$-(x + \frac{x^3}{2\cdot 3} + \frac{1\cdot 3\cdot x^5}{2\cdot 4\cdot 5} + \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot x^7}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 7} + \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot x^9}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 8\cdot 9} + ...), \quad |x| < 1$$

Вариант 19

$$f(x) = \cos(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + ..., \quad |x| < \infty$$

Вариант 20

$$f(x) = \operatorname{arcth}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)x^{2n+1}} = \frac{1}{x} + \frac{1}{3x^3} + \frac{1}{5x^5} + \ldots, \quad |x| > 1$$

(Ареа-котангенс $\operatorname{arcth}(x) = \frac{1}{2} \ln \frac{x+1}{x-1}, \quad |x| > 1$)