Theory of Measure and Integration - TØ

Week 4
Valdemar Emil Otte Petersen
Aarhus Universitet
September 17, 2024

1 Opgaver

Question 1.18

Opgavebeskrivelse:
text

Løsning:
text

Question 1.21

Opgavebeskrivelse:
text

Løsning:
text

Question 1.22

Opgavebeskrivelse:
text

Løsning:
text

Question 4.1

Opgavebeskrivelse:
text

Løsning:
(a)
(b)

Question 4.3

Opgavebeskrivelse:
text

Løsning:
text

Question 4.4

Opgavebeskrivelse:
Lad $(X, \mathcal{E})$ være et måleligt rum, lad f og g være funktioner fra $\mathcal{M}(\mathcal{E})$, og lad A være en mængde fra $\mathcal{E}$. Vis da, at funktionen $h : X \to R$ givet ved

$$h(x) = \begin{cases} f(x), x \in A \\ g(x), x \in A^c \end{cases} \tag{1}$$

igen er et element i $\mathcal{M}(\mathcal{E})$

Løsning:
Vi vil gerne bruge Sætning 4.4.3 (Tuborg resultatet).

For at bruge Tuborg resultatet, så skal der gælde for alle j, at f_j er $\mathcal{E}j - \mathcal{F}$-målelige.

Først bemærker vi, at $A \cup A^C = X$.

Vi bemærker også, at følge bemærkning 4.4.2 (3), at vi kan betragte restriktionen $f|_A : A \to R$ givet ved $f|_A(x) = f(x), (x \in A)$. Idet $f|_A \cdot i_A$, så følger det fra Sætning 4.1.6(v), at $f|_A$ er $\mathcal{E}_A$-$\mathcal{F}$-målelig. Tilsvarende kan gøres for $g|_{A^c}$

Dermed vil vi nu kunne bruge Tuborg resultatet, og sige at afbildningen er $\mathcal{E}$-$\mathcal{F}$-målelig og dermed igen et element i $\mathcal{M}(\mathcal{E})$

Question 4.6

Opgavebeskrivelse:
text

Løsning:
text

Question 4.7

Opgavebeskrivelse:
text

Løsning:
text