

TECNICATURA UNIVERSITARIA EN DISEÑO

INTEGRAL DE VIDEOJUEGOS



Trabajo Práctico N°1

Tema: Los vectores

Profesor: Ariel Alejandro Vega

Año: 2024

Alumno: Valdez Cruz Leandro Nicolas

DNI: 45881200

LU: TUV000674



Ejercicio 1: Dados $\vec{p} = (2, 2, 1)$ y $\vec{q} = (1, -2, 0)$, calcule:

a) $\vec{p} \cdot \vec{q}$

$$\vec{p} \cdot \vec{q} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{p} \cdot \vec{q} = \begin{bmatrix} (2 \cdot 1) \\ (2 \cdot -2) \\ (1 \cdot 0) \end{bmatrix}$$

$$\vec{p} \cdot \vec{q} = \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{p} \cdot \vec{q} = (2 + (-4) + 0)$$

$$\vec{p} \cdot \vec{q} = -2$$

b) $\vec{p} \times \vec{q}$

$$\vec{p} \times \vec{q}$$

$$\begin{bmatrix} x1 \\ y1 \\ z1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x2 \\ y2 \\ z2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y1 \cdot z2 - z1 \cdot y2 \\ z1 \cdot x2 - x1 \cdot z2 \\ x1 \cdot y2 - y1 \cdot x2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1 \cdot 0) - (1 \cdot -2) \\ (1 \cdot 1) - (2 \cdot 0) \\ (2 \cdot -2) - (2 \cdot 1) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (0) - (-2) \\ (1) - (0) \\ (-4) - (2) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 + 2 \\ 1 - 0 \\ -4 - 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -6 \end{bmatrix}$$

$$\vec{p} \times \vec{q} = (2, 1, -6)$$



Ejercicio 2: Dados los siguientes puntos: $A = (1,2,3)$, $B = (-2,2,4)$ y $C = (7, -8,0)$, represente los vectores que unen \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{BC} y \overrightarrow{CA} . Luego calcule el área del triángulo que conforman estos vectores.

El vector \overrightarrow{AB} es $B - A$

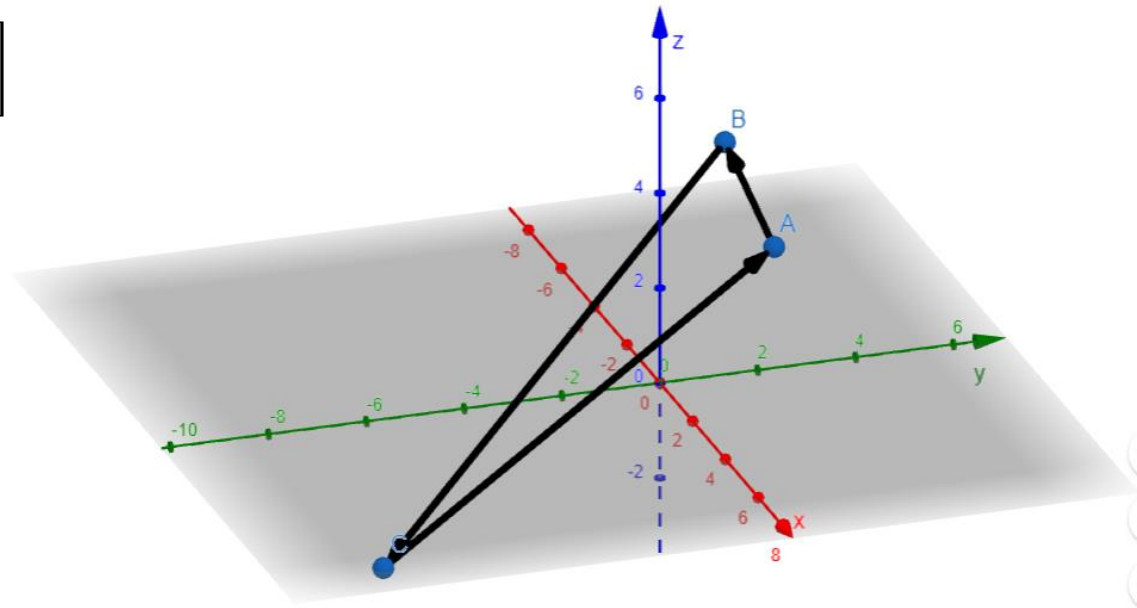
$$\overrightarrow{AB} = (-2,2,4) - (1,2,3)$$

$$\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} -2-1 \\ 2-2 \\ 4-3 \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB} = (-3,0,1)$$



El vector \overrightarrow{BC} es $C - B$

$$\overrightarrow{BC} = (7,-8,0) - (-2,2,4)$$

$$\overrightarrow{BC} = \begin{bmatrix} 7 \\ -8 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{BC} = \begin{bmatrix} 7 - (-2) \\ -8 - 2 \\ 0 - 4 \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{BC} = \begin{bmatrix} 9 \\ -10 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{BC} = (9,-10,4)$$

El vector \vec{CA} es $A - C$

$$\vec{CA} = (1, 2, 3) - (7, -8, 0)$$

$$\vec{CA} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 7 \\ -8 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{CA} = \begin{bmatrix} 1 - 7 \\ 2 - (-8) \\ 3 - 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{CA} = \begin{bmatrix} -6 \\ 10 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\vec{CA} = (-6, 10, 3)$$

$$\vec{AB} \times \vec{CA} = \begin{bmatrix} i & j & k \\ -3 & 0 & 1 \\ -6 & 10 & -30 \end{bmatrix}$$

$$\vec{AB} \times \vec{CA} = \begin{bmatrix} (0 \cdot 3) - (1 \cdot 10) \\ (1 \cdot (-6)) - ((-3) \cdot 3) \\ ((-3) \cdot 10) - 0 \cdot (-6) \end{bmatrix}$$

$$\vec{AB} \times \vec{CA} = \begin{bmatrix} 0 - 10 \\ -6 - (-9) \\ -30 - 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{AB} \times \vec{CA} = \begin{bmatrix} -10 \\ 3 \\ -30 \end{bmatrix}$$

$$\vec{AB} \times \vec{CA} = \text{La Magnitud del vector es } \sqrt{(-10)^2 + (3)^2 + (-30)^2}$$

$$\vec{AB} \times \vec{CA} = \sqrt{100 + 9 + 900}$$

$$\vec{AB} \times \vec{CA} = \sqrt{1009}$$

$$\text{Area} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{1009}$$

$$\text{Area} = \frac{1}{2} \cdot 31,78$$

$$\text{Area} = \frac{1}{2} \cdot 31,78$$

$$\text{Area} = 15,89$$



Ejercicio 3: Dado el siguiente gráfico, indique los valores de los elementos de cada uno de los vectores. Considere que cada línea oscura de la cuadrícula representa una unidad.

Para este ejercicio, se cambió el origen del sistema de coordenadas cartesianas, de modo que cada uno de los vectores del siguiente gráfico comienza en el punto de origen.

$$a = (0, 2)$$

$$b = (0, -2)$$

$$c = (0.5, 2)$$

$$d = (0.5, 2)$$

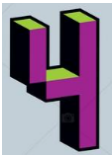
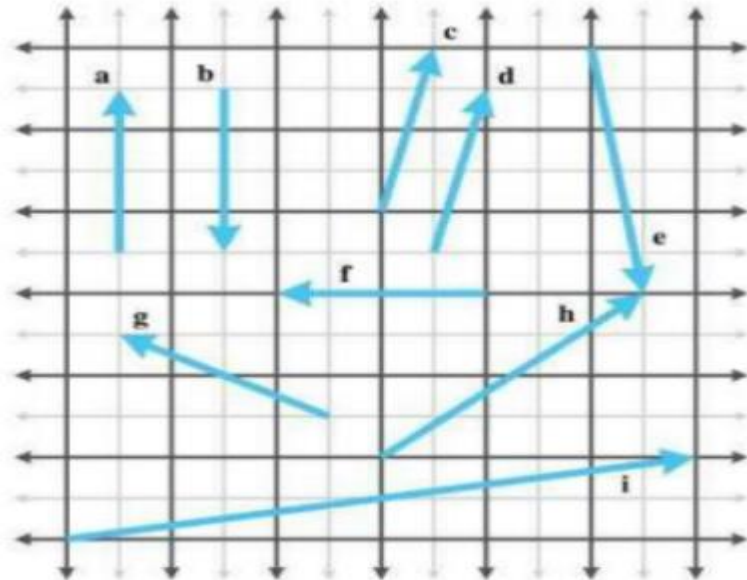
$$e = (0.5, -3)$$

$$f = (-2, 0)$$

$$g = (-2, 1)$$

$$h = (2.5, 2)$$

$$i = (6, 1)$$



Ejercicio 4: Evalúe las siguientes expresiones

$$a) (7, -2, 0.3) + (6, 6, -4)$$

$$(7, -2, 0.3) + (6, 6, -4) = \begin{bmatrix} 7 \\ -2 \\ 0.3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$(7, -2, 0.3) + (6, 6, -4) = \begin{bmatrix} 7 + 6 \\ -2 + 6 \\ 0.3 - 4 \end{bmatrix}$$

$$(7, -2, 0.3) + (6, 6, -4) = \begin{bmatrix} 13 \\ 4 \\ -3.7 \end{bmatrix}$$

$$(7, -2, 0.3) + (6, 6, -4) = (13, 4, -3.7)$$

$$b) [2 \ 9 \ -1] + [-2 \ -9 \ 1]$$

$$[2 \ 9 \ -1] + [-2 \ -9 \ 1] = \begin{bmatrix} 2 \\ 9 \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ -9 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 9 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & -9 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2-2 \\ 9-9 \\ -1+1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 9 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & -9 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 9 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & -9 & 1 \end{bmatrix} = (0,0,0)$$

$$\text{c) } \begin{bmatrix} 3 \\ 10 \\ 7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 8 \\ -7 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 10 \\ 7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 8 \\ -7 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3-8 \\ 10-(-7) \\ 7-4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 10 \\ 7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 8 \\ -7 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3-8 \\ 10+7 \\ 7-4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 10 \\ 7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 8 \\ -7 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \\ 17 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 10 \\ 7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 8 \\ -7 \\ 4 \end{bmatrix} = (-5,17,3)$$

$$\text{d) } \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ -11 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 \\ -5 \\ 11 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ -11 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 \\ -5 \\ 11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4-(-4) \\ 5-(-5) \\ -11-11 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ -11 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 \\ -5 \\ 11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4+4 \\ 5+5 \\ -11-11 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ -11 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 \\ -5 \\ 11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 10 \\ -22 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ -11 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 \\ -5 \\ 11 \end{bmatrix} = (8,10,-22)$$

$$d) 3 \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} - 4 \begin{bmatrix} 2 \\ 10 \\ -6 \end{bmatrix}$$

$$3 \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} - 4 \begin{bmatrix} 2 \\ 10 \\ -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3a \\ 3b \\ 3c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 \cdot 2 \\ 4 \cdot 10 \\ 4 \cdot -6 \end{bmatrix}$$

$$3 \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} - 4 \begin{bmatrix} 2 \\ 10 \\ -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3a \\ 3b \\ 3c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 8 \\ 40 \\ -24 \end{bmatrix}$$

$$3 \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} - 4 \begin{bmatrix} 2 \\ 10 \\ -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3a - 8 \\ 3b - 40 \\ 3c - (-24) \end{bmatrix}$$

$$3 \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} - 4 \begin{bmatrix} 2 \\ 10 \\ -6 \end{bmatrix} = (3a - 8, 3b - 40, 3c + 24)$$



Ejercicio 5: Obtenga la distancia entre los siguientes pares de puntos

a) $(10,6), (-14,30)$

$$(10,6), (-14,30) = ((-14 - 10), (30 - 6))$$

$$(10,6), (-14,30) = (-24,24)$$

$$(10,6), (-14,30) = \sqrt{(-24)^2 + 24^2}$$

$$(10,6), (-14,30) = \sqrt{576 + 576}$$

$$(10,6), (-14,30) = \sqrt{1152}$$

$$(10,6), (-14,30) = 24\sqrt{2} = 33.94$$

b) $(0,0), (-12,5)$

$$(0,0), (-12,5) = ((-12 - 0), (5 - 0))$$

$$(0,0), (-12,5) = (-12,5)$$

$$(0,0), (-12,5) = \sqrt{(-12)^2 + 5^2}$$

$$(0,0), (-12,5) = \sqrt{144 + 25}$$

$$(0,0), (-12,5) = \sqrt{169}$$

$$(0,0), (-12,5) = 13$$

$$c) (3,10,7), (8, -7,4)$$

$$(3,10,7), (8, -7,4) = ((8 - 3), (-7 - 10), (4 - 7))$$

$$(3,10,7), (8, -7,4) = (5, -17, -3)$$

$$(3,10,7), (8, -7,4) = \sqrt{5^2 + (-17)^2 + (-3)^2}$$

$$(3,10,7), (8, -7,4) = \sqrt{25 + 289 + 9}$$

$$(3,10,7), (8, -7,4) = \sqrt{323}$$

$$(3,10,7), (8, -7,4) = 17.97$$

$$d) (-2, -4,9), (6, -7,9.5)$$

$$(-2, -4,9), (6, -7,9.5) = ((6 - (-2)), (-7 - (-4)), (9.5 - 9))$$

$$(-2, -4,9), (6, -7,9.5) = (8, -3, 0.5)$$

$$(-2, -4,9), (6, -7,9.5) = \sqrt{8^2 + (-3)^2 + (0.5)^2}$$

$$(-2, -4,9), (6, -7,9.5) = \sqrt{64 + 9 + 0.25}$$

$$(-2, -4,9), (6, -7,9.5) = \sqrt{73.25}$$

$$(-2, -4,9), (6, -7,9.5) = 8.55$$

$$e) (4, -4, -4,4), (-6,6,6, -6)$$

$$(4, -4, -4,4), (-6,6,6, -6) = ((-6 - 4), (6 - (-4)), (6 - (-4)), (-6 - 4))$$

$$(4, -4, -4,4), (-6,6,6, -6) = (-10,10,10, -10)$$

$$(4, -4, -4,4), (-6,6,6, -6) = \sqrt{(-10)^2 + 10^2 + 10^2 + (-10)^2}$$

$$(4, -4, -4,4), (-6,6,6, -6) = \sqrt{100 + 100 + 100 + 100}$$

$$(4, -4, -4,4), (-6,6,6, -6) = \sqrt{400}$$

$$(4, -4, -4,4), (-6,6,6, -6) = 20$$



Ejercicio 6: Supongamos que queremos mover un personaje desde la posición inicial (0,0,0) hacia la posición objetivo (5,3,7). Obtenga el vector que permite este movimiento. Dibújelo en un sistema de ejes cartesianos. Obtenga su magnitud y normalice el vector.

$$(0,0,0), (5,3,7)$$

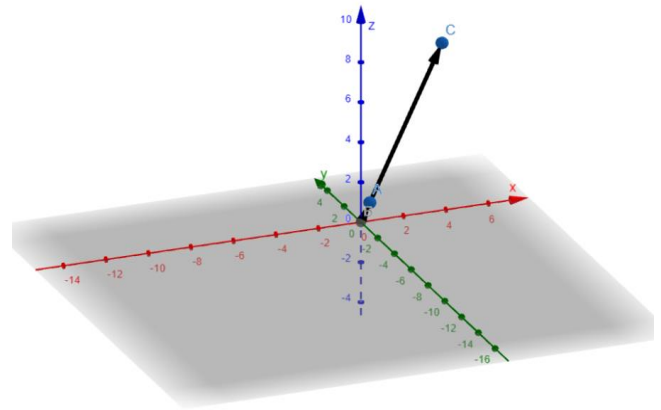
$$(0,0,0), (5,3,7) = ((0 - 5), (0 - 3), (0 - 7))$$

$$(0,0,0), (5,3,7) = (-5, -3, -7)$$

$$(0,0,0), (5,3,7) = \sqrt{(-5)^2 + (-3)^2 + (-7)^2}$$

$$(0,0,0), (5,3,7) = \sqrt{25 + 9 + 49}$$

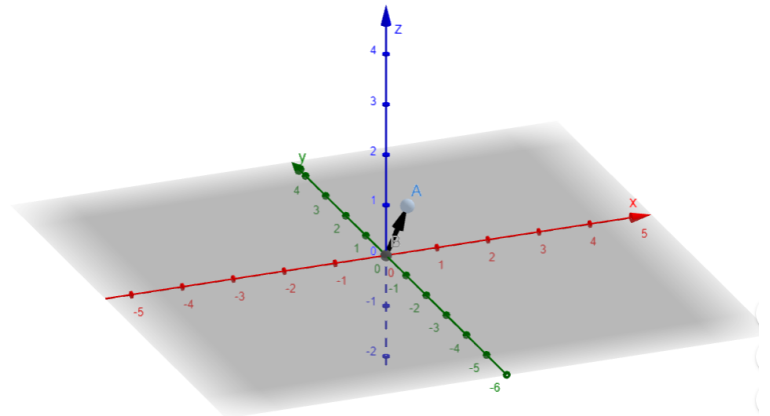
$$(0,0,0), (5,3,7) = \sqrt{83}$$



$$Vn = \frac{1}{\sqrt{83}} \cdot (5,3,7)$$

$$Vn = \frac{5}{\sqrt{83}}, \frac{3}{\sqrt{83}}, \frac{7}{\sqrt{83}}$$

$$Vn = 0.54, 0.32, 0.76$$



$$|Vn| = \frac{1}{\sqrt{83}} \cdot (5,3,7)$$

$$|Vn| = \frac{1}{\sqrt{83}} \cdot \sqrt{(-5)^2 + (-3)^2 + (-7)^2}$$

$$|Vn| = \frac{1}{\sqrt{83}} \cdot \sqrt{25 + 9 + 49}$$

$$|Vn| = \frac{1}{\sqrt{83}} \cdot \sqrt{83}$$

$$|Vn| = \frac{\sqrt{83}}{\sqrt{83}}$$

$$|Vn| = 1$$



Ejercicio 7: Suponga que la velocidad del personaje es ($v=2$) unidades por segundo. En cada iteración del juego (por ejemplo, en cada fotograma), el personaje se moverá multiplicando el vector normalizado por la velocidad y sumando este resultado a la posición del personaje. Si el juego se ejecuta ($t=3$) segundos, entonces utilice el vector normalizado del punto anterior y calcule cuál será su posición luego de tres segundos.

$$V_n = \left(\frac{5}{\sqrt{83}}, \frac{3}{\sqrt{83}}, \frac{7}{\sqrt{83}} \right)$$

$$V_n = (0.54, 0.32, 0.76)$$

$$\text{Posición de personaje seg1} = (0,0,0) + (0.54, 0.32, 0.76) \cdot 2$$

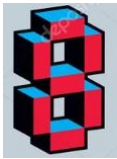
$$\text{Posición de personaje seg1} = (1.08, 0.64, 1.52)$$

$$\text{Posición de personaje seg2} = (0,0,0) + (0.54, 0.32, 0.76) \cdot 4$$

$$\text{Posición de personaje seg2} = (2.16, 1.28, 3.04)$$

$$\text{Posición de personaje seg3} = (0,0,0) + (0.54, 0.32, 0.76) \cdot 6$$

$$\text{Posición de personaje seg3} = (3.24, 1.92, 4.56)$$



Ejercicio 8: Un vector \vec{v} tiene componentes (5,-2). Si ese vector tiene como puntos de referencias A y B, halle las coordenadas de A si se conoce el extremo $B=(12,-3)$.

$$\vec{v} = \overrightarrow{AB}$$

$$\vec{v} = \overrightarrow{AB} ((X_b - X_a), (Y_b - Y_a)) = (X_a, Y_a)$$

$$\vec{v} = \overrightarrow{AB} ((12 - 5), (-3 - (-2))) = (X_a, Y_a)$$

$$\vec{v} = \overrightarrow{AB} (7, -1) = (X_a, Y_a)$$

$$\vec{v} = \overrightarrow{AB} (7, -1) = (7, -1)$$



Ejercicio 9: Sean los vectores $\vec{a} = (3, -1)$, $\vec{b} = (-2, -2)$ y $\vec{c} = (-3, -1)$. Calcule geométricamente las siguientes operaciones

$$\vec{a} - \vec{b}$$

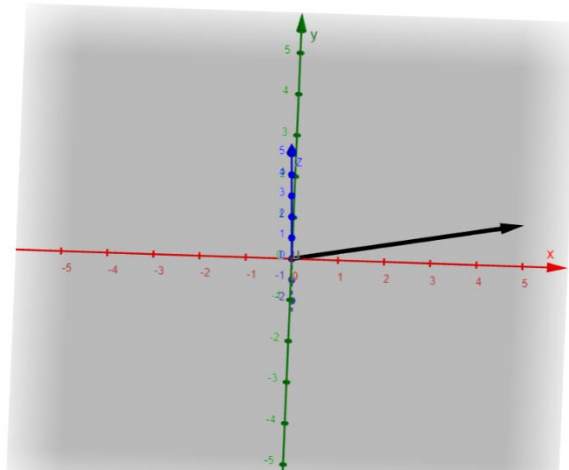
$$\vec{a} - \vec{b} = (3, -1) - (-2, -2)$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 - (-2) \\ -1 - (-2) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 + 2 \\ -1 + 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{a} - \vec{b} = (5, 1)$$



$$\vec{b} - \vec{a}$$

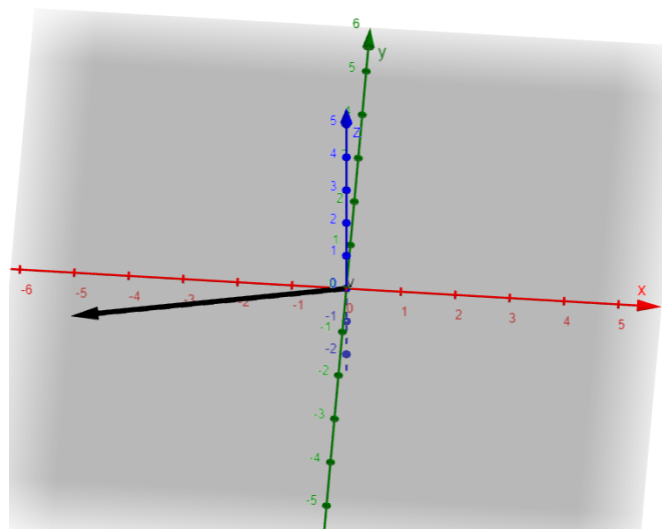
$$\vec{b} - \vec{a} = (-2, -2) - (3, -1)$$

$$\begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 - 3 \\ -2 - (-1) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 - 3 \\ -2 + 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{b} - \vec{a} = (-5, -1)$$



$$\vec{a} + \vec{c}$$

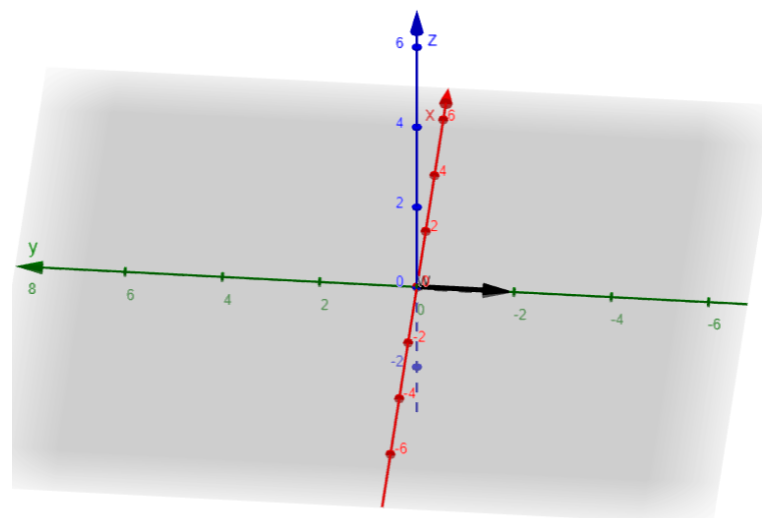
$$\vec{a} + \vec{c} = (3, -1) + (-3, -1)$$

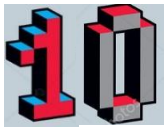
$$\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 + (-3) \\ -1 + (-1) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 - 3 \\ -1 - 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}$$

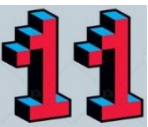
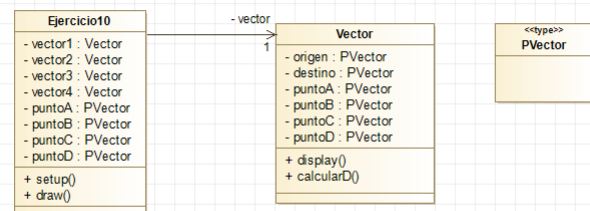
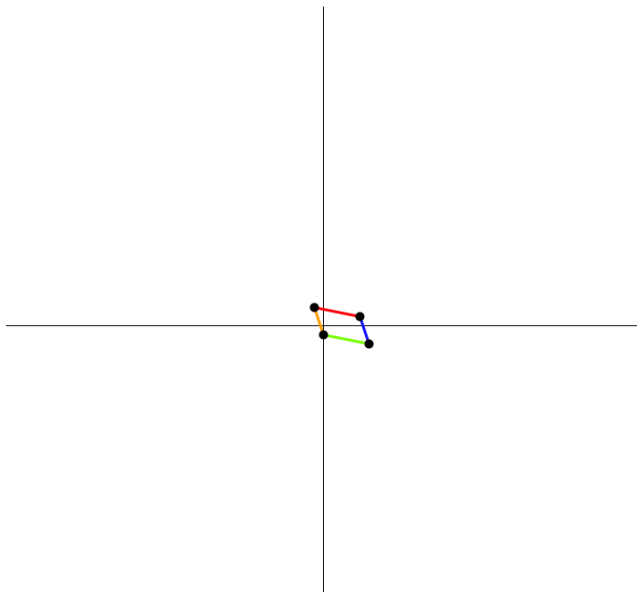
$$\vec{a} + \vec{c} = (0, -2)$$





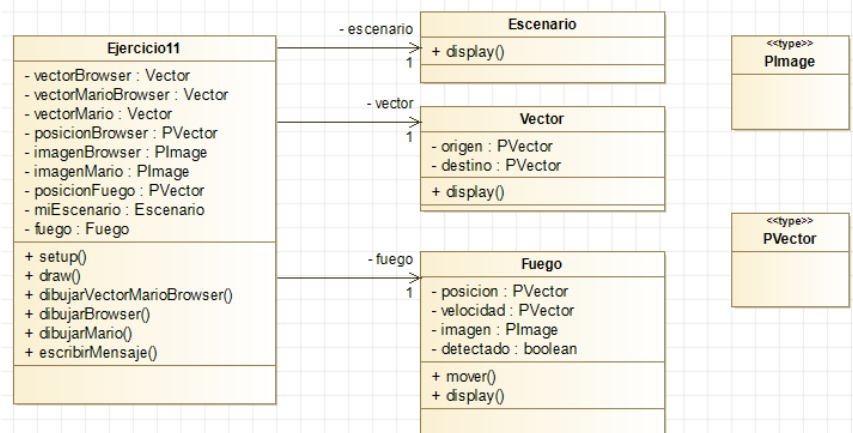
Ejercicio 10: Modele (con diagrama de clases) y programe (con Processing) una clase **Vector** a la que se pueda pasar el punto origen y el punto destino. Esta clase debe poder incluir operaciones para sumar y restar otro objeto de tipo **Vector**, y que devuelva otro **Vector** resultante. El objetivo por cumplir (planteado como una historia de usuario) será que se dibujen los vectores de tal forma que conformen un paralelogramo. Use como referencia $A = (-1, -2)$, $B = (4, -1)$ y $C = (5, 2)$. Entonces deberá calcular el punto D, para lo cual, obviamente use las operaciones y atributos que provee esta clase que ud. ha de diseñar.

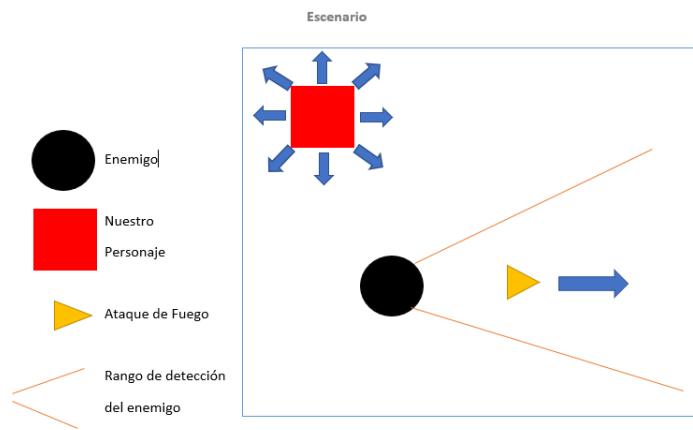
Ejercicio10



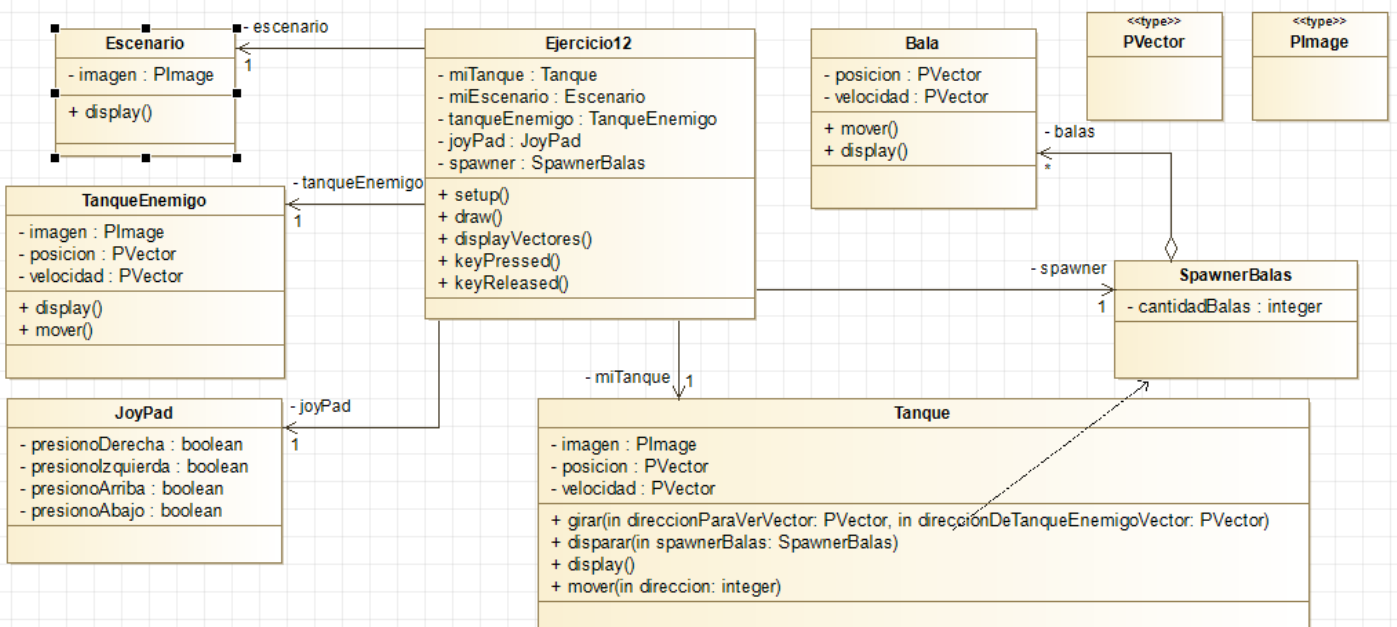
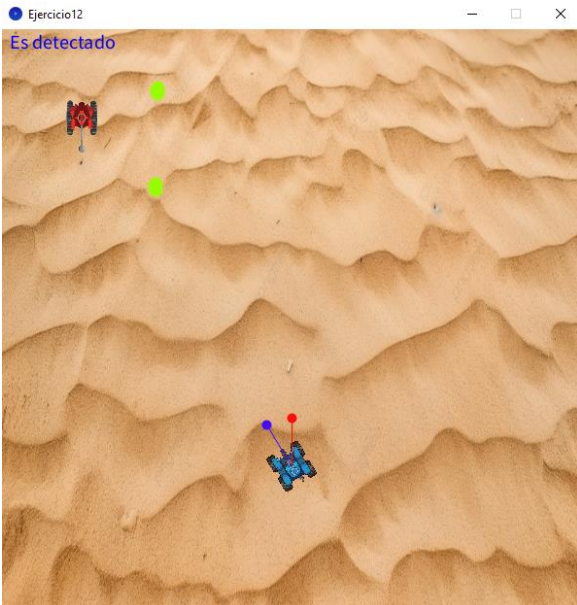
Ejercicio 11: En clases se mostró la aplicación del producto punto para determinar el campo de visión de un **GameObject**. Realice un prototipo que incluya imágenes para los **gameObjects**. Cuando el enemigo detecte al personaje, le disparará una bola de fuego. El campo de visión del enemigo es de 30 grados hacia arriba y 30 grados hacia abajo, siempre mirando hacia la derecha. Esto es una mecánica: Detección y ataque de un **gameObject** a otro dentro del campo de visión. Modele el diagrama de clases, el diagrama de elementos visibles y la historia de usuario.

Ejercicio11



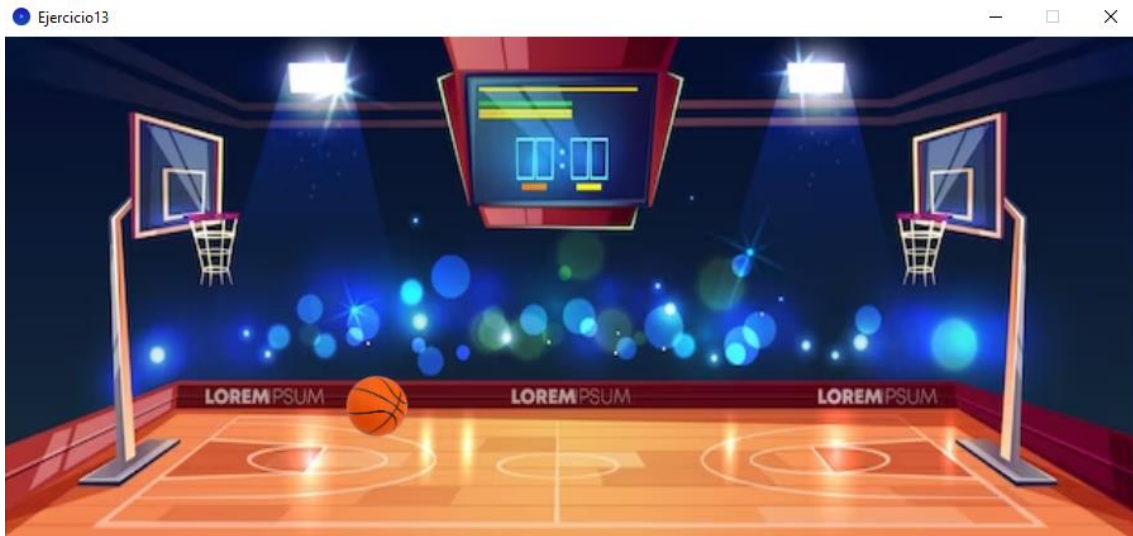


Ejercicio 12: Elabore los requisitos (historia de usuario que usa diagrama de elementos visibles), modele la estructura de su juego (diagrama de clases) y programe en Processing un tanque que gira hacia la ubicación de un objetivo móvil y dispare; siempre que la distancia hacia ese enemigo sea menor que una constante definida.





Ejercicio 13: Investigue la relación entre reflexión y el producto punto, y ejemplifique su aplicación en juegos. Realice un prototipo en Processing.



El producto punto, también conocido como producto escalar, es una operación matemática entre dos vectores que resulta en un número escalar.

Para dos vectores en un espacio tridimensional, el producto punto se calcula multiplicando las componentes correspondientes de los dos vectores y sumándolas.

La reflexión es un concepto geométrico que describe cómo la luz, el sonido, u otros fenómenos ondulatorios, así como objetos físicos, cambian de dirección al chocar con una superficie. En geometría, la reflexión se refiere al proceso de cambio de dirección de un objeto que rebota en una superficie, de tal manera que el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión.

Por ejemplo, cuando la luz golpea un espejo, se refleja en la dirección opuesta, manteniendo el mismo ángulo con la normal a la superficie del espejo.

La relación entre la reflexión y el producto punto es que el producto punto se utiliza para calcular la dirección en la que un objeto se reflejará después de chocar con una superficie.

En el contexto de mi ejemplo de baloncesto, la reflexión se refiere al rebote de la pelota en el suelo de la cancha. Cuando la pelota golpea el suelo, cambia de dirección siguiendo el mismo principio geométrico que la reflexión de la luz en un espejo: el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión.