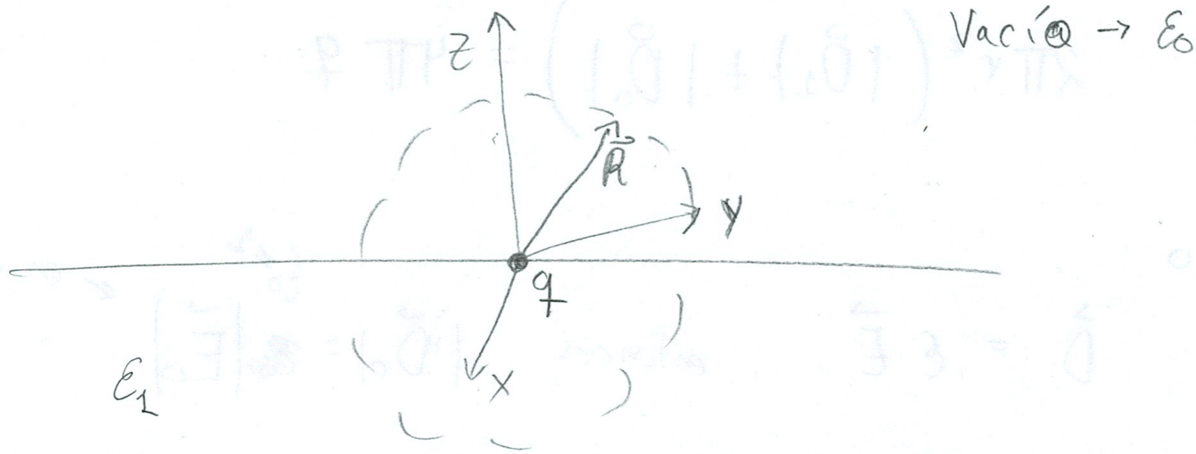
Ejemplo 1.-



Tenemos la condición de frontera

$$E_{0,t} = E_{1,t}$$

pero el campo generado por una carga es radial entonces el campo, tangencial entre la superficies nos da que

$$|\vec{E}_0| = |\vec{E}_1|$$

Ahora de Gauss

$$\int_S d\vec{s} \cdot \vec{D} = 4\pi Q = 4\pi q$$

← carga libre

$\vec{E}$ y $\vec{D}$ estan en la dirección de $\vec{r}$

$$\int_S ds\, \hat{r} \cdot |\vec{D}|\hat{r} = \int_{S_1} ds\, \hat{r} \cdot \hat{r}\, |\vec{D}_0| + \int_{S_2} ds\, \hat{r} \cdot \hat{r}\, |\vec{D}_1| = 4\pi q$$

la suma son dos mitades de esfera por lo que

$$2\pi r^2 \left(|\vec{D}_1| + |\vec{D}_0| \right) = 4\pi q$$

como

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad \text{entonces} \quad |\vec{D}_0| = \overset{\varepsilon_0 = 1}{\cancel{\varepsilon_0}} |\vec{E}_0| \quad \text{« en el vacío}$$

y

$$|\vec{D}_1| = \varepsilon_1 |\vec{E}_1| = \varepsilon_1 |\vec{E}_0|$$

entonces

$$\left(|\vec{D}_1| + |\vec{D}_0| \right) = \left(\varepsilon_1 |\vec{E}_0| + |\vec{E}_0| \right) = \frac{2q}{r^2}$$

por lo tanto

$$|\vec{E}_0| = \frac{2q}{(1+\varepsilon_1) r^2} \rightarrow \vec{E}_0 = \frac{2q}{(1+\varepsilon_1) r^2} \hat{r} = \vec{D}_0$$

pero $|\vec{E}_0| = |\vec{E}_1| \rightarrow \vec{E}_0 = \vec{E}_1$

$$\therefore \vec{E}_1 = \frac{2q}{(1+\varepsilon_1) r^2} \hat{r} \quad \text{como} \quad \varepsilon_1 \vec{E}_1 = \vec{D}_1$$

entonces

$$\vec{D}_1 = \frac{2\varepsilon_1 q}{(1+\varepsilon_1) r^2} \hat{r} \quad \text{si} \quad \varepsilon_1 = 1 \ (\text{Vacío total})$$

$$\rightarrow \vec{E}_0 = \vec{E}_1 = \vec{D}_0 = \vec{D}_1 = \frac{q}{r^2} \hat{r}$$