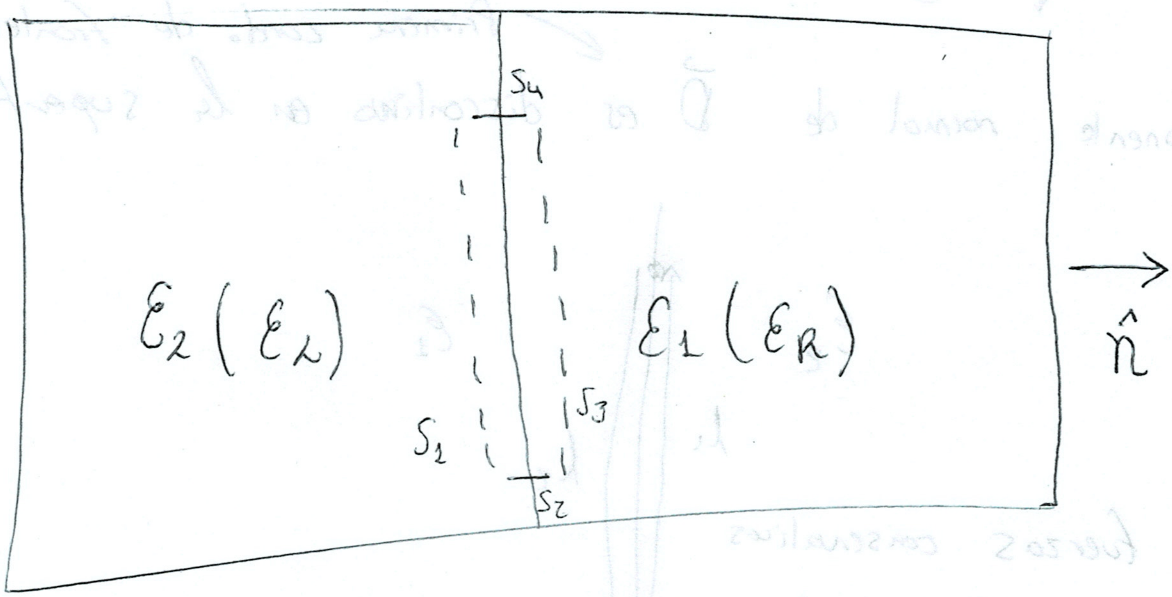
Condiciones de frontera en dieléctricos



Tenemos
$$\int_S d\vec{S}\cdot\vec{D} = 4\pi Q$$

si el grosor de la superficie Gaussiana la hacemos tender a cero

$$\int_{S_1} ds\,(-\hat{n})\cdot\vec{D}_L + \int_{S_3} ds\,\hat{n}\cdot\vec{D}_R = 4\pi Q$$

$$\to \int_{S'} ds\left[\hat{n}\cdot(\vec{D}_R - \vec{D}_L)\right] = \hat{n}\cdot(\vec{D}_R - \vec{D}_L)\int_{S'} ds = 4\pi Q$$

$S' = S_1 = S_3$

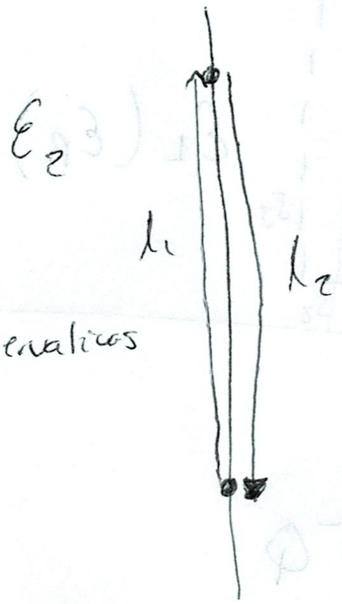
$$\to \quad \hat{n}\cdot(\vec{D}_R - \vec{D}_L) = \frac{4\pi Q}{\int_{S'} ds} = 4\pi\sigma$$

Ek campo electrico es conservativo:

$$\nabla \times \vec{E} = 0$$

Primera cond. de frontera

El componente normal de $\vec{D}$ es discontinuo en la superficie.



Para fuerzas conservativos

$$\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$$

$$\int_{l_1} E_{L,t}\, dl - \int_{l_2} E_{R,t}\, dl = 0$$

por lo que

$$\boxed{E_{R,t} - E_{L,t} = 0}$$

segunda cond. de frontera

Sabemos que se cumple $\vec{E} = -\nabla\Phi$, y en dieléctricos se debe cumplir que:

$$\nabla \cdot \vec{D} = 4\pi\rho$$

si es isotrópico los dos medios

$$\nabla \cdot (\varepsilon \nabla \Phi) = -4\pi\rho$$

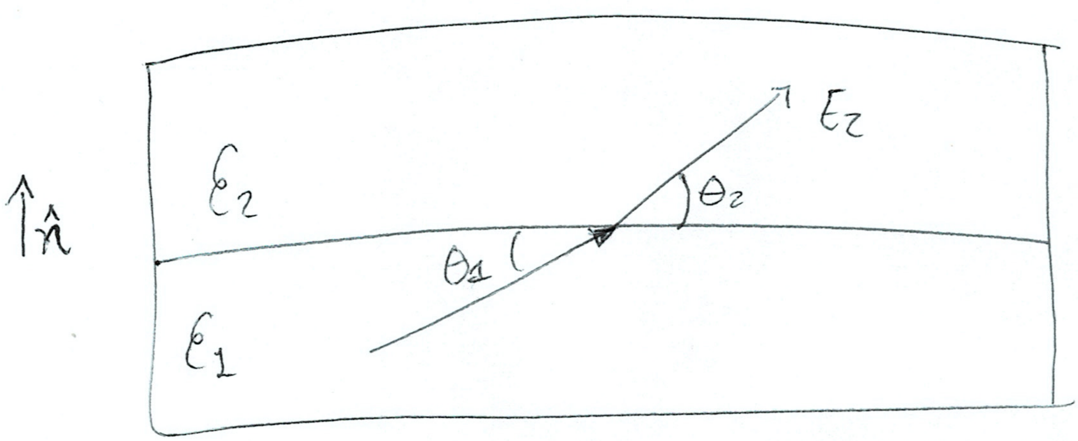
De las dos condiciones de frontera se deduce

$$\varepsilon_R \left.\frac{\partial \Phi_R}{\partial n}\right|_S = \varepsilon_L \left.\frac{\partial \Phi_L}{\partial n}\right|_S - 4\pi\sigma.$$

aplicando $\frac{\partial}{\partial n} \leftarrow \hat{n}\cdot\nabla$

y $$\Phi_R\big|_S = \Phi_L\big|_S$$

veamos una consecuencia interesante



no hay cargas

$$\hat{n}\cdot(\hat{D}_1 - \hat{D}_2) = 4\pi\sigma = \emptyset = \varepsilon_1 \hat{n}\cdot\vec{E}_1 - \varepsilon_2\, \hat{n}\cdot\vec{E}_2 = \emptyset$$

o bien

$$\varepsilon_1 |\vec{E}_1| \operatorname{sen}\theta_1 = \varepsilon_2 |\vec{E}_2| \operatorname{sen}\theta_2$$

y de $\vec{E}_{1,t} = \vec{E}_{2,t} \rightarrow |\vec{E}_1|\cos\theta_1 = |\vec{E}_2|\cos\theta_2$

combinados tenemos

$$\varepsilon_1 \tan \theta_1 = \varepsilon_2 \tan \theta_2$$

me permite conocer ~~la~~ el ángulo de refracción de la luz.