Dieléctricos

- Son materiales polarizables
- En presencia de un campo $\vec{E}$, los electrones con carga (−) se desplazan ligeramente respecto al núcleo al que esta ligado con carga (+), cada átomo se vuelve un dipolo eléctrico, y alineados en dirección del campo $\vec{E}$, el material obtiene un momento dipolar macroscópico, el material se polariza.
- Experimentalmente la polarización de un material se relaciona con el campo exterior por

$$\vec{P} = \chi \vec{E}$$

donde χ es la suceptibilidad eléctrica, ~~generalmente es un~~ es un tensor.

$$P_i = \chi_{ij} E_j$$

- χ varía dependiendo del material, y de la intensidad del campo inducido, para campos intensos se presentan efectos no lineales y variaciones en χ, pero para campos no intensos no depende de la intensidad del campo y es uniforme en cada medio.
- Nos centramos en materiales isotrópicos, con elementos iguales en su diagonal → χ

y podemos tomar el tensor χ como escalar

$$\vec{P} = \chi \vec{E} \quad , \quad \chi \geq 0 \text{ por lo que}$$

$\vec{P}$ siempre es en dirección de $\vec{E}$.

→ El potencial para un material dieléctrico polarizado

$$\Phi_{dip}(\vec{r}) = \int_S \frac{d\vec{s}' \cdot \vec{P}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} - \int_V d^3 r' \frac{\nabla' \cdot \vec{P}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

- se expande la forma de ~~Φ para~~ Φ generado por un sistema formado por las cargas $(+q)$ y $(-q)$.

- integramos sobre el volumen, y ahora el vector de polarización ~~es~~ es la densidad de momento dipolar.

En el material tendremos una densidad de carga y una carga superficial dados por

$$\rho_b = -(\nabla \cdot \vec{P}) \quad y \quad \sigma_b = \hat{n} \cdot \vec{P}$$

como Gauss $\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$

Si integramos en el volumen la densidad de carga del diléctrico

$$\int_V \rho_b \, d^3r = - \int_V (\nabla \cdot \vec{P}) \, d^3r$$

y sumamos las cargas en su frontera, obtenemos la carga total del dielectrico

$$\int_S ds \, \sigma_b = \int_S ds \, (\hat{n} \cdot \vec{P})$$

sumando

$$Q_b = - \int_V (\nabla \cdot \vec{P}) \, d^3r + \int_S ds \, \hat{n} \cdot \vec{P}(\vec{r})$$

pero del teorema de la divergencia vemos que

$$\boxed{Q_b = 0}$$

Que tiene sentido, los diléctricos son neutros, lo único que hace el campo $\vec{E}$ externo es desplazar un poco las cargas e inducir un momento dipolar macroscopico. No le induce carga.

De ley de Gauss

$$\int_S d\vec{S}\cdot\vec{E} = 4\pi\left(Q + Q_b\right)$$ ver figura 4.1 p.p. 123

La carga total del dieléctrico es

$$Q_b = \int_V d^3_r\, \rho_b(\vec{r}) + \int_{\sum_i S_i} dS\, \sigma_b(\vec{r})$$ ← solo en las fronteras con cargas libres

$$= -\int_V d^3r\,(\nabla\cdot\vec{P}) + \int_{\sum_i S_i} d\vec{S}\cdot\vec{P}$$

del teorema de la divergencia

$$Q_b = -\int_{S+\sum_i S_i} d\vec{S}\cdot\vec{P} + \int_{\sum_i S_i} d\vec{S}\cdot\vec{P} = -\int_S d\vec{S}\cdot\vec{P}$$

por lo que

$$\int_S d\vec{S}\cdot\vec{E} = 4\pi\left(Q - \int_S d\vec{S}\cdot\vec{P}\right)$$ o bien

$$\boxed{\int_S d\vec{S}\cdot\left(\vec{E} + 4\pi\vec{P}\right) = \int_S d\vec{S}\cdot\vec{D} = 4\pi Q}$$

donde definimos

$$\vec{D}(\vec{r}) \equiv \vec{E}(\vec{r}) + 4\pi\vec{P}(\vec{r})$$

el vector del desplazamiento eléctrico.

También podemos obtener en analogía a $\nabla\circ E = 4\pi\rho$

$$\nabla\cdot\vec{D}(\vec{r}) = 4\pi\rho(\vec{r}) \leftarrow \text{Ley de Gauss en dieléctricos}$$

- lo que obtuvimos es, que el flujo del campo de desplazamiento eléctrico fuera de la superficie gaussiano es igual a 4π multiplicado por la carga total libre
ó la divergencia del campo de desplazamiento es proporcional a la densidad de carga libre

∘ Aunque se cumple que $\nabla\times\vec{E} = \emptyset$ no necesariamente

$$\nabla\times\vec{D} = \nabla\times(\vec{E} + 4\pi\vec{P}) = 4\pi\nabla\times\vec{P} = 4\pi\nabla\times(\chi\vec{P})$$

si el material dieléctrico es isotrópico y uniforme (es decir, no depende de la posición en el espacio) entonces si

$$\boxed{\nabla\times\vec{D} = \emptyset \quad \text{y} \quad \nabla\times\vec{P} = \emptyset}$$

además

$$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi\vec{P} = (1 + 4\pi\chi)\vec{E} = \varepsilon\vec{E}$$

donde $\varepsilon \equiv (1 + 4\pi\chi)$

si es isotrópico y homogeneo el dieléctrico entonces

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{4\pi}{\varepsilon} \rho$$

$\varepsilon \longleftarrow$ Permitividad del dieléctrico

si no lo es

$$\nabla \cdot \vec{E} \neq \frac{4\pi}{\varepsilon} \rho$$