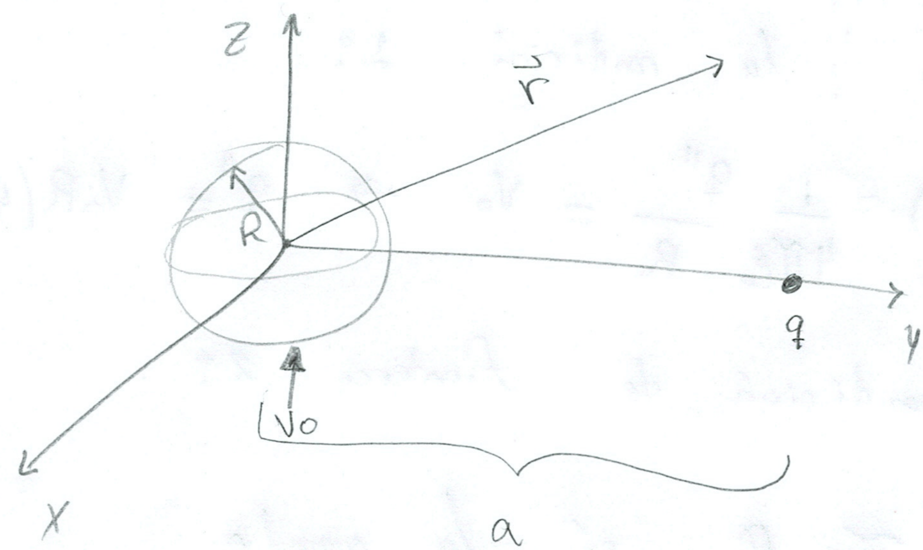
Ejemplo: ¿Qué pasa si repetimos el sistema de la esfera conductora y la carga, pero en lugar de $V=0$ en la superficie tenemos $V=V_0$?

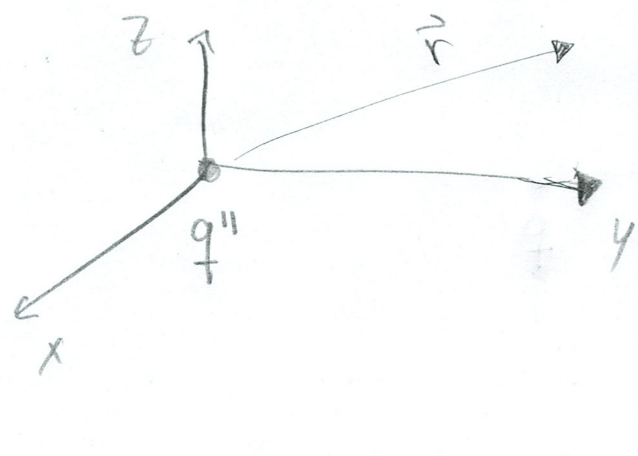


Las condiciones de frontera que ahora debe cumplir son

1: Para $|\vec{r}|=R$, $V=V_0$

2: Para $|\vec{r}|\to\infty$, $V=0$

¿Qué me genera una superficie equipotencial con simetría radial? - Una carga centradad en el origen respecto al punto de observación; reemplazamos la esfera por



el potencial es

$$V'' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q''}{|\vec{r}|}$$

aplicando la condición 1:

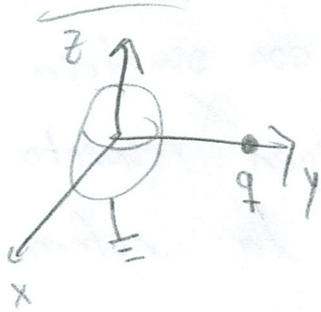
$$V''(R) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q''}{R} = V_0 \rightarrow q'' = V_0 R(4\pi\varepsilon_0)$$

y la condición de frontera 2:

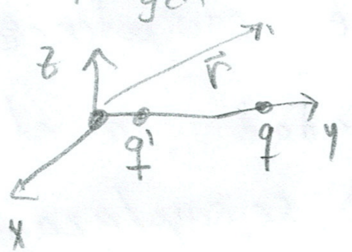
$$\lim_{|\vec{r}|\to\infty} V'' \approx \emptyset \quad \text{sí la cumple}$$

Esto es la solución particular, sumando ahora la homogenea, es decir el caso en potencial $V=0$ en la superficie que resolvimos en el ejemplo 2.pdf

"sistema"



"imagen"



solución:

$$V(r,\theta) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\frac{1}{\sqrt{r^2+a^2-2ar\cos\theta}} - \frac{1}{\sqrt{R^2+\left(\frac{ra}{R}\right)^2-2ra\cos\theta}}\right\}$$

Sumando las dos soluciones

$$\phi = V + V'' = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left\{ \frac{1}{\sqrt{r^2+a^2-2ar\cos\theta}} - \frac{1}{\sqrt{R^2+\left(\frac{ra}{R}\right)^2-2ra\cos\theta}} \right\}$$

$$+ \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q''}{r}$$

o bien

$$\phi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left\{ \frac{1}{\sqrt{r^2+a^2-2ar\cos\theta}} - \frac{1}{\sqrt{R^2+\left(\frac{ra}{R}\right)^2-2ar\cos\theta}} \right\} + \frac{V_0 R}{r}$$

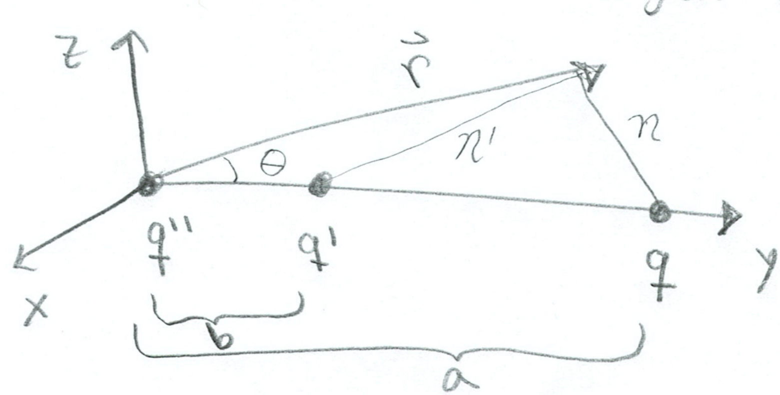
Ahora tenemos la solución general ϕ, que cumple:

$\phi(R) = V_0 + \emptyset = V_0$ (Cumple la primera condición)

La segunda:

$$\lim_{|\vec{r}|\to\infty} \phi \approx \emptyset + \emptyset = \emptyset \text{ (cumple)}$$

Por lo que el sistema imagen completo es:



En conclusión lo pasos a resolver ~~es~~ ~~reso~~ son:

→ Resolver el caso homogéneo $V = \emptyset$ en la superficie de la esfera

→ Resolver para el caso partícular $V = V_0$

→ Sumar las soluciones, y obtener la solución general ϕ.