Appunti di

Nuclear and Particle Physics

Valerio Favitta
vfavitta@gmail.com

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetuer id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Indice

1 Introduzione

1.1 Particelle elementari ed interazione

Una particella si dice elementare se non possiede una struttura interna.

- Una particella elementare è tale in base al tempo in cui ci troviamo: cambia in base alle nostre conoscenze. Una volta l'atomo era considerato elementare, adesso sappiamo che c'è un nucleo, che è composto a sua volta da nucleoni che è composto a sua volta da quark. Questo è ciò a cui siamo arrivati oggi, non possiamo essere sicuri che i quark siano elementari e quindi che non abbiano una struttura interna.

- Con energie maggiori, siamo in grado di migliorare la nostra risoluzione e poter sondare strutture più piccole, cioè distanze piccole. Questo viene dalla meccanica quantistica e la relazione di De Broglie.

- Un sistema come il nucleo ha dei livelli e questo è dovuto intrinsecamente al fatto che c'è una struttura interna e i nucleoni possono ri-organizzarsisu livelli diverse.

- Oggi con LHC arriviamo a 14 TeV, e così siamo arrivati ai quark. Magari migliorando la risoluzione, cioè aumentando l'energia, scopriamo una struttura interna ai quark.

- L'interazione tra particelle avviene per scambio di particelle mediatrici (non materiali). Queste particelle mediatrici sono dette bosoni e hanno spin intero (uno).

Le scale di energia sono:

- Per cristalli e molecole si parla di cm a cui corrispondono decine di eV.

- Per atomi si parla di 10^{-10} m.

- Per i nuclei si parla di 10^{-15} m a cui corrispondono fino a centinaia di MeV.

- Per le particelle elementari fino ad 1 TeV.**VEDERE SLIDE DIMENSIONI DEI QUARK, SE C'È**

Parliamo del Modello Standard. Sappiamo che ci sono 3 famiglie o generazioni di particelle elementari della materia, che si suddividono in quark e leptoni (sono tutti fermioni). Ricordiamo inoltre che il Modello Standard è basato sul fatto che la massa del neutrino è nulla.

- Le famiglie di leptoni sono
$$L\colon \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}$$

- Mentre di quark sono
$$Q\colon \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$$

- Sono raggruppati in doppietti perché è sottointesa una simmetria, dovuta alla interazione debole. Si può notare che la differenza di carica tra particella alta e bassa è sempre di 1. Inoltre la particella superiore ha sempre carica maggiore di quella inferiore. Questi fatti sono dovuti al atto che si passa da una all'altra tramite interazione debole con scambio di bosoni $W^{\pm}$, che è quindi "l'accoppiatore" di queste particelle di ciascuna famiglia. La massa delle famiglie va ad aumentare con il numero di famiglia, che comunque non è un parametro rilevante nella loro interazione.

- I leptoni sono sempre soggetti a forza debole, invece sono soggetti a forza elettromagnetica solo se carichi. Invece i quark sono sempre soggetti a forza forte, ed a forza elettromagnetica.
- I mediatori dell'interazione elettromagnetica sono i fotoni, quelli della interazione forte sono i gluoni (otto), quelli della interazione debole sono i bosoni $W^{\pm}$ e Z.
- La gravità chiaramente agisce su ogni particella in quanto sono dotate di masse. Sul gravitone non si hanno evidenze sperimentali. Ci piacerebbe che esistesse così da poter descrivere la gravità al pari delle altre tre interazioni. Ad ogni modo la sua intensità è 39 ordini di grandezza più piccola rispetto alla interazione forte quindi è molto difficile da osservare.

1.2 Evoluzione storica

Vediamo come si è arrivati al Modello Standard.

- Inizialmente, tra il 1700 e il 1800 da studi di reazioni chimiche si ottennero le varie leggi di Dalton, Boyle etc. Daltone giunse alla conclusione che l'atomo fosse la particella costituente della materia e che fosse indistruttibile e indivisibile. In generale la materia è fatta da atomi diversi. Avogadro aggiunse l'esistenza delle molecole, aggregazioni di atomi.
- C'erano 92 elementi la cui massa si poteva sempre esprimere come multiplo del primo elemento cioè l'idrogeno. Questo ci fa pensare che dietro si nasconda una simmetria, ossia c'è qualcosa che si ripete.
- Si può stimare il raggio atomico conoscendo densità **rivedi slide** e assumendo volume di una sfera. Otteniamo $\left(\frac{3}{4\pi n}f\right)^{\frac{1}{3}}$ con n numero di atomi per unità di volume e f fattore che tiene conto dell'impacchettamento, cioè quanto sono vicini o lontane le particelle nell'atomo. Si ottiene una stima sui 10^{-10} m.

Parliamo della tavola periodica.

- Essa non può rappresentare le particelle elementari innanzitutto per una questione filosofica: non possono essere così tante le particelle elementari. In realtà niente lo vieta, ma semplicemente non ce lo aspettiamo.
- Un fattore più importante è la regolarità delle proprietà chimico-fisiche degli elementi in essa. Questo nasconde la presenza di struttura interna.
- Ad ogni modo ha molte informazioni. È difficile individuare questo tipo di simmetrie, però sappiamo che qualcosa che si ripete c'è.
- Dunque inizialmente la particella elementare era l'atomo di idrogeno, con tutti gli atomi proporzionali ad esso.
- Successivamente Thomson scoprì l'elettrone di massa 2000 volte minore rispetto all'idrogeno. Questo destabilizza la nostra conoscenza, perché l'atomo è neutrone ed è stato scoperta qualcosa di negativo al suo interno. Quindi qualcosa doveva compensare la carica negativa dell'elettrone all'interno dell'atomo. In effetti già questa era la prova che l'atomo non fosse elementare.

- Rutherford quindi testò il modello a panettone di Thomson e scoprì che l'atomo è composto da un nucleo e da elettroni che orbitano attorno ad esso. Questo è il modello planetario. Ciò era dovuto al fatto che mandando un fascio di α contro un foglio d'oro si osservava che la maggior parte delle particelle passava dritto, ma alcune venivano deviate di molto, alcune addirittura backscatterate. Questo è dovuto al fatto che l'atomo è composto da un nucleo molto piccolo rispetto al volume dell'atomo, mentre se fosse vero il modello di Thomson le particelle si sarebbero dovute deviare di poco. Questa scoperta fu possibile solo alla scoperta della radioattività naturale, infatti per generare il fascio di α si usò il polonio che è radioattivo.
- Approfondiamo questo aspetto. Se mandiamo un fascio di α contro un foglio d'oro, se la carica positiva è diffusa su tutto l'atomo allora in base al parametro d'impatto del fascio, esso vedrà una carica ridotta (cioè non tutta) secondo il teorema di Gauss in base al parametro d'impatto. Si ha che la carica dentro e fuori si compensano e quindi non si dovrebbe avere una grande deflessione, mentre si osservò l'opposto.

1.3 Sonde sperimentali

- Per la scelta di una sonda l'elemento chiave è la risoluzione. Il motivo è legato all'ottica. Quando mandiamo onde contro delle fenditure, si devono confrontare l'elemento geometrico (in questo caso l'apertura della fenditura) e la lunghezza d'onda dell'onda incidente. Questo è ciò che dobbiamo fare anche in meccanica quantistica. Minore sono le lunghezze d'onda, maggiore sarà la risoluzione e, ricordando la relazione di De Broglie, maggiore deve essere l'energia. Questa è la base della fisica degli acceleratori. C'è dunque un legame tra la lunghezza d'onda incidente e un fattore geometrico dell'oggetto da osservare.
- Grazie effetto fotoelettrico e relazione di De Broglie c'è completo legame tra onde e particelle.
- Rutherford infatti riuscì nel suo esperimento perché la lunghezza d'onda delle particelle α era vicina alle dimensioni che oggi sappiamo essere del nucleo, ossia 10^{-15} m. Quindi aveva risoluzione esatta. Impiegò $v_\alpha = 0.05$ c (vale espressione di impulso classica). $\lambda_\alpha = \frac{\hbar}{m_\alpha v_\alpha} \approx 10^{-15}$ m. Se di 1 MeV avesse usato energie del keV non avrebbe visto nulla.
- In generale quindi se ho lunghezze d'onda maggiori del raggio nucleare, le particelle incidenti non riescono a vedere il nucleo e interagiscono solo con nube elettronica, portando a debole scattering (cioè piccole deflessioni); se le due dimensioni sono comparabili, si osservano forte deflessioni come in Rutherford e si risolve la struttura nucleare; se la lunghezza d'onda è inferiore al raggio nucleare, non solo esploriamo il nucleo ma anche i costituenti dei nucleoni. Pertanto, la lunghezza d'onda gioca un ruolo chiave nel determinare cosa si possa "vedere" e quali fenomeni si osservano a livello nucleare o subnucleare.
- Tipicamente invece di parlare di lunghezza d'onda si parla di quadrimpulso trasferito q^2. Esso è collegato al potere risolutivo (se q^2 è grande, la risoluzione è grande).

1.4 Scala di energia

- In fisica delle particelle l'energia la si dà in multipli di eV. Nel LHC un protone ha energia di 6.5 TeV. Questi corrispondono a 10^{-6} J, che in scala microscopica è enorme, mentre in scala macroscopica è una energia insignificante. Quindi è rilevante sapere il sistema di cui si sta parlando, oltre all'ordine di grandezza.

- Si usano unità naturali ecc. **Mettere la tabella dalle slide**.
- Un altro punto importante è la analisi dimensionale. Usiamo unità naturali. Al solito tempo e spazio sono omogenei e sono inversi all'energia. **Inserire altra tabella**.

1.5 Relazioni importanti

Al solito valgono le formule relativistiche (uso unità naturali).

- Sappiamo che $E = m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2}}$. Se $v \ll 1$ (cioè $v \ll c$) allora $E \approx m_0 + \frac{1}{2}m_0v^2$ sviluppando in serie.
- Inoltre $p = mv = \frac{m_0v}{\sqrt{1-v^2}}$ e $E^2 = p^2 + m^2$. Per il fotone $E = p$.
- Facciamo un esempio numerico. Supponiamo di avere un elettrone ($m = 0.511MeV$ con $v = 0.99$. Quindi $\gamma = 7.089$. Allora $E = 3.62MeV$ e $p = 3.58MeV$, cioè sono molto vicini! Questo è dovuto al fatto che la massa è piccola rispetto all'energia. Questa approssimazione la facciamo **sempre**, cioè la massa la poniamo a zero perché trascurabile rispetto all'impulso che ha la particella.
- Se invece $v = 0.999$, l'energia e l'impulso erano ancora più vicini.

1.6 Evoluzione post-Rutherford

- Allora l'atomo è neutro. Si suppose inizialmente che avesse semplicemente tanti protoni quanti elettroni e che il responsabile della massa dell'atomo fosse il nucleo.
- Ma se fossi così, la massa non tornerebbe con le misure sperimentali. Deve esistere dunque altro. Deve essere neutro perché la carica è già a posto, e deve avere massa simile ai protoni perché la massa misurata era circa il doppio di quella prevista considerando solo protoni.
- Con l'idea del neutrone nasce anche l'idea di una nuova interazione, quella forte che si aggiunge a quella gravitazionale e quella elettromagnetica. Infatti fino ad ora quella elettromagnetica era responsabile di tutto, ma non può invece spiegare come mai i neutroni sono legati.
- Il problema era evidente considerando l'anomalia del ^{14}N. **GUARDA QUADERNO RIZZO** Ma se l'atomo è composto da fermioni, allora nel sistema con 14 protoni e 7 elettroni, avendo 21 particelle avrò per forza spin semintero perché le accoppio a due a due, mentre si misura spin pari a 1.
- Se invece considero il neutrone, allora ho 7 protoni, 7 neutroni e 7 elettroni, quindi ho 28 particelle e quindi spin intero.

1.7 Scoperta del neutrone di Chadwick

Non approfondiremo l'apparato sperimentale più di tanto, ma ci concentreremo su altre questioni.

- L'esperimento per la scoperta del neutrone fu fatto già prima di Chadwick (1932) ma fu mal interpretato. Cerchiamo di capire perché.

- La reazione coinvolta è $\alpha +^9_4 Be \rightarrow^{12}_6 C + n$, che sappiamo essere quella corretta (interpretabile come scattering $\gamma + n \rightarrow \gamma + n$). Sul canale d'ingresso non abbiamo dubbi, perché le particelle α le forniamo noi dalla sorgente di polonio e il target di berilio lo abbiamo scelto noi. I problemi sorgono sul canale di uscita.

- Nella interpretazione scorretta della reazione, senza considerare il neutrone, si supponeva che la reazione fosse $\alpha +^9_4 Be \rightarrow^{13}_6 C + \gamma$ (oppure $\gamma + p \rightarrow \gamma + p$). Infatti ai tempi si sapeva solo che ci fosse radiazione neutra molto penetrante.

- *Quale è la differenza?* Se fosse davvero un γ, avrebbe energia molto elevata, che in realtà non ho a disposizione (50 MeV)

Vediamo l'apparato sperimentale. **METTI IMMAGINE SLIDE**

- Se mandiamo un fascio di protoni contro un bersaglio, essi vengono rallentati e non penetrano più di tanto. Al contrario i neutroni è possibile che passino indisturbati (sono molto penetranti). Se i neutroni collidono con un nucleo, normalmente avviene una reazione di knock-out, ossia esce una particella, tipicamente il protone.

- Quindi serve il vuoto nella camera dei neutroni, si mette polvere di polonio per generare particelle α e si mette un bersaglio di berillio. Il neutrone penetra il bersaglio di berillio e arriva fino alla camera di ionizzazione. Inoltre si mette della paraffina tra bersaglio e camera a ionizzazione. La paraffina è ricca di protoni, faccio questo per massimizzare la sezione d'urto protone-neutrone, che è elevata perché hanno masse simili. Chiaramente nella camera a ionizzazione rivelo protoni e non neutroni.

Vediamo perché quella reazione è sbagliata.

- La reazione sbagliata che hanno considerato i Curie sarebbe stata $\alpha +^9_4 Be \rightarrow^{13}_6 C + \gamma$, che possiamo esprimerla come $\gamma + p \rightarrow \gamma + p$, cioè effetto Compton, ma con il protone.

- Rivediamo velocemente l'effetto Compton.

- Si ha dalla conservazione dell'impulso lungo le due direzioni

$$\begin{cases} p_0 = p_1 \cos\vartheta + p\cos\varphi \\ 0 = p_1 \sin\vartheta - p\sin\varphi \end{cases} \qquad \begin{cases} p_0^2 + p_1^2\cos^2\vartheta - 2p_0p_1\cos\vartheta = p^2\cos^2\varphi \\ p_1^2\sin^2\vartheta = p^2\sin^2\varphi \end{cases} \qquad \begin{cases} p^2 = p_0^2 + p_1^2 - 2p_0p_1\cos\vartheta \\ p_1^2\sin^2\vartheta = p^2\sin^2\varphi \end{cases}$$

- Invece dalla conservazione dell'energia

$$E_0 + m_ec^2 = E_1 + T + m_ec^2 \Rightarrow E_0 - E_1 = T \Rightarrow c(p_0 - p_1) = T$$

- Vogliamo l'energia dell'elettrone: $E_{\text{TOT}}^{\text{elettrone}} = m_ec^2 + T = (m_e^2 + c^4 + c^2p^2)^{\frac{1}{2}}$ (usando la relazione di mass-shell) ed elevando al quadrato troviamo $\frac{T^2}{c^2} + 2m_eT = p_0^2 + p_1^2 - 2p_0p_1\cos\vartheta$ da cui usando la conservazione dell'energia troviamo

$$\frac{p_0 - p_1}{p_0p_1} = \frac{1}{m_ec}(1 - \cos\vartheta) \Rightarrow \frac{E_0 - E_1}{E_0E_1} = \frac{1}{m_ec^2}(1 - \cos\vartheta)$$

dove E_0 è l'energia del fotone incidente e E_1 è l'energia del fotone diffuso. Possiamo ottenere

$$E_1 = \frac{E_0}{1 + \frac{E_0}{m_ec^2}(1 - \cos\vartheta)}$$

Adesso possiamo trovare l'energia dell'elettrone da $E = E_0 - E_1$. Otteniamo

$$E = \frac{\frac{E_0^2}{m_e c^2}(1-\cos\vartheta)}{1+\frac{E_0}{m_e c^2}(1-\cos\vartheta)} \Rightarrow E_{\text{MAX}}^{\text{elettrone}} = \frac{\frac{2E_0^2}{m_e c^2}}{1+2\frac{E_0}{m_e c^2}} = \frac{2E_0^2}{m_e c^2 + 2E_0}$$

- Tornando a Curie, al posto della massa dell'elettrone mettiamo la massa del protone. Dall'ultima relazione otteniamo l'equazione di secondo grado in E_0

  $$2E_0^2 - 2E_0 E_p^{\text{MAX}} - m_p c^2 E_p^{\text{MAX}} = 0$$

  Avendo misurato $E_p^{\text{MAX}} \approx 5.3$ MeV, si ottiene $E_0 \approx 52.6$ MeV. Finora negli esperimenti erano abituati a qualche MeV di energia per i fotoni, quindi era una novità. Tuttavia, il problema non era questo. Con l'interpretazione di Curie avrebbero $E_\gamma = m(\alpha) + m\left({}^9_4Be\right) - m\left({}^{13}C\right) \approx 11$ MeV. Invece con Chadwick si ha $T_n = m(\alpha) + m\left({}^9_4Be\right) - m\left({}^{12}C\right) - m(n) = 945.3MeV - m(n)$.

- Dunque con Curie[1] servirebbe un fotone di energia di circa 50 MeV che è incompatibile con l'energia a disposizione di soli 11 MeV. Invece se ho il neutrone, la sua energia cinetica sarà pari a $T_n \approx 945.3MeV - m(n)$.

Ricaviamo la relazione che lega dati sperimentali con la massa del neutrone.

- Stiamo considerando un urto elastico neutrone-protone, quindi si conserveranno sia energia ed impulso.

  $$\begin{cases} m_n v_n^{\text{MAX}} = m_p u_p - m_n v_n' \\ \frac{1}{2} m_n v_n^{\text{MAX},2} = \frac{1}{2} m_p u_p^2 + \frac{1}{2} m_n v_n'^2 \end{cases} \tag{1}$$

  Si ricava v_n' dalla prima e lo si sostituisce nella seconda. Alla fine si ottiene

  $$u_p = \frac{2m_n}{m_n + m_p} v_n^{\text{MAX}}$$

  Se ripetessimo l'esperimento con scattering di azoto, si trova la stessa formula ma con azoto $u_N = \frac{2m_n}{m_n + m_N} v_n^{\text{MAX}}$.

- Noi misuriamo u_p e u_N mentre m_N e m_p sono note, quindi facendo il rapporto si trova

  $$\frac{u_p}{u_N} = \frac{m_N + m_n}{m_p + m_n} \Rightarrow m_n \approx m_p$$

  Anche se in realtà la massa del neutrone è leggermente superiore di quella del protone.

- Abbiamo detto che si può misurare la velocità dal range della particella carica che attraversa il materiale. Questo è possibile grazie alla formula di Bethe-Bloch.

1.8 Derivazione formula di Bethe-Bloch

L'interazione radiazione-materia è alla base della rivelazione di particelle. Consideriamo solo particelle cariche.

- Interagiscono il campo della particella incidente con il campo del mezzo mediante ionizzazione ed eccitazione. Così costruisco diverse tipologie di rivelatori.

[1] Majorana nel frattempo li perculava dicendo che non sapevano di aver già scoperto il neutrone.

- Sono rilevanti il tipo di materiale, il tipo e la velocità della particella incidente. Anche se nel nostro caso non proviene da un fascio da ma una reazione.
- Se $b > R_{\text{atomico}}$ eccito e/o ionizzo e vedo l'atomo come un blocco. Non c'è deflessione.
- Se $b \approx R_{\text{a}}$ uguale a prima ma l'elettrone atomico è come se fosse libero.
- Se $R_{\text{N}} < b < R_{\text{a}}$ vedo il nucleo e c'è forte deflessione.
- Le cariche possono: ionizzare, emettere luce di scintillazione, avere effetto Cherenkov o emettere radiazione di transizione. I γ possono interagire con effetto fotoelettrico, effetto Compton o produzione di coppie. I neutroni urtano un nucleo che rincula. Infine i neutrini possono diffondersi solo per interazione debole, con $\sigma \approx 10^{-41}$ cm^2 e quindi servono tonnellate di materiale per rivelarle.

Sappiamo che la perdita di energia $\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} \propto z^2 \cdot \frac{1}{\beta^2} \cdot \frac{Z}{A}$.

- Si usa di solito $\frac{1}{\rho}\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}$ per cui il *MIP* (Minimum Ionizing Particle) è simile per tutti i materiali ed è circa $1 - 2\,\frac{\text{MeV g}}{\text{cm}^2}$.
- Da $\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}$ si può ricavare il range residuo della particella carica. Supponendo che E_0 perda energia solo da ionizzazione/eccitazione, possiamo esprimere il range come

$$R = \int_0^R \mathrm{d}x = \int_{E_0}^{mc^2} \left(\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}\right)^{-1} \mathrm{d}E = m \cdot F(v)$$

  quindi il range è funzione della velocità iniziale della particella. A quei tempi il range si misurava dalle camere a nebbia manualmente con un righello! E così si ottenevano informazioni sulla velocità della particella.
- Per le particelle neutre non abbiamo tracce, però possiamo guardare le cariche prodotte dalla collisione. Ad esempio se i prodotti sono $^{12}C + n$, mettiamo uno strato di paraffina così che dallo scattering $n - p$ riveliamo il protone (lascia una traccia nella camera a nebbia, da cui ricaviamo il range).

Deriviamo la formula di Bethe-Bloch.

- Consideriamo un atomo con carica Z e massa A ed una particella incidente di carica ze e massa m. Supponiamo che la massa sia tale che $m \gg m_e$ e che l'elettrone sia fermo rispetto alla particella incidente in quanto la velocità è elevata.
- **Mettere immagien da slide altrimenti da npp 04**
- La particella incidente vedrà gli elettroni del mezzo muoversi con velocità $-v$. Possiamo calcolare la quantità di impulso trasferito nell'urto. La forza è dovuta al campo elettrico, quindi $F = e\varepsilon_\perp$ (uguale in sistema di riferimento del laboratorio e della particella), dove la componente longitudinale si elimina per simmetria nell'integrale.

$$\vec{p}_e' = \Delta\vec{p}_e = \int e\varepsilon_\perp \,\mathrm{d}t = \int e\varepsilon_\perp \frac{\mathrm{d}x}{v} = \frac{e}{v}\int \varepsilon_\perp \,\mathrm{d}x$$

A questo punto applichiamo il teorema di Gauss, considerando superficie cilindrica di raggio b, parametro d'impatto. Otteniamo

$$\Phi(\vec{\varepsilon}) = \int_S \vec{\varepsilon} \cdot \hat{n} \, \mathrm{d}a = 2\pi b \int \varepsilon_\perp \, \mathrm{d}x = \frac{ze}{\varepsilon_0}$$

Dalle ultime due segue che

$$p_e = \frac{ze^2}{2\pi\varepsilon_0 v} \frac{1}{b} = \frac{ze^2}{4\pi\varepsilon_0 b^2} \frac{2b}{v} = \text{Forza di Coulomb} \cdot \text{tempo di urto}$$

- Possiamo notare che l'impulso trasferito è invariante Infatti

$$\begin{cases} \varepsilon_\perp = \gamma \varepsilon'_\perp \\ \Delta t = \frac{\Delta t'}{\gamma} \end{cases}$$

  Dunque $p_e \sim \Delta t \cdot \varepsilon_\perp \sim p'_e$ invariante.

- Quindi assumendo $m \gg m_e$ e che considero elettrone fermo perché particella incidente molto veloce, possiamo scrivere

$$T_e = \frac{p^2}{2m_e} = \left(\frac{ze^2}{4\pi\varepsilon_0 b}\right)^2 \frac{2}{m_e v^2} = 2z^2 \left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m_e c^2}\right)^2 \frac{\left(m_e c^2\right)^2}{b^2 m_e v^2} = 2m_e c^2 \frac{z^2}{\beta^2} \frac{r_e^2}{b^2} \tag{2}$$

  con $r_e = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m_e c^2}$ raggio classico dell'elettrone. Questo valore di T_e è l'energia persa dalla particella in un singolo urto!

- Per generalizzare ad n urti, consideriamo la densità elettronica n_e in un tratto $\mathrm{d}x$ con parametro d'impatto tra b e $b + \mathrm{d}b$. Il numero di urti sarà $n = n_e 2\pi b \, \mathrm{d}b \, \mathrm{d}x$. Quindi l'energia persa per numero di urti sarà

$$\frac{\partial^2 E}{\partial b \partial x} = n_e r_e^2 m_e c^2 \frac{4\pi}{b} \frac{z^2}{\beta^2} \implies \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} = \int_{b_{\min}}^{b_{\max}} 4\pi n_e r_e^2 m_e c^2 \frac{z^2}{\beta^2} \frac{\mathrm{d}b}{b} \sim \ln \frac{b_{\max}}{b_{\min}}$$

- $b_{\max}$ corrisponde al Δt dell'urto, se esso è grande rispetto al tempo di rivoluzione degli elettroni allora non c'è trasferimento di energia.

$$\frac{b}{v\gamma} > T_e \implies b_{\max} = v\gamma T_e$$

  non capisco che cazzo è. spero nelle slide altrimenti consultare libri.

- Invece b non può essere inferiore alle dimensioni dell'elettrone visto dalla particella incidente, quindi da $\lambda\!\!\!^{-} = \frac{\hbar}{p_e} = \frac{\hbar}{m_e c \beta \gamma} \implies b_{\min} = \frac{\hbar}{m_e c \beta \gamma}$.

- Se materiale ha proprietà Z , A , ρ allora ho, considerando $n_e = \frac{N_a Z \rho}{A}$ e al posto di $\ln \frac{b_{\max}}{b_{\min}}$ metto el espressioni trovate:

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} = 4\pi r_e^2 m_e c^2 \frac{N_a Z \rho}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \ln \left(\frac{m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 T_e}{\hbar \omega_e}\right)$$

  chiamata *formula di Bohr*, che è il predecessore della formula di Bethe-Bloch in quanto è semiclassica. Da notare che poi per $\hbar\omega_e$ si mette l'energia di legame dell'elettrone, cioè il potenziale medio di ionizzazione I.

- Normalmente si passa da spessore dx a ρdx così da avere quantità quasi indipendente dall'atomo. Infatti $\frac{\mathrm{d}E}{\rho \mathrm{d}x} \propto \frac{Z}{A} \ln \text{cost.}$ e si definisce $C = 4\pi r_e^2 m_e c^2 N_A = 0.307$ MeV g^{-1} cm^{-2}, in modo da poter scrivere la formula di Bohr come

$$\frac{\mathrm{d}E}{\rho\,\mathrm{d}x} = C\frac{Z}{A}\frac{z^2}{\beta^2}\ln\left(\frac{m_e c^2\beta^2\gamma^2}{\langle I\rangle}\right)$$

- Dalla Equazione 2 abbiamo:

$$b^2 = 2r_e^2\frac{z^2}{\beta^2}\frac{m_e c^2}{E_e} \implies |2b\,\mathrm{d}b| = 2r_e^2\frac{z^2}{\beta^2}\frac{m_e c^2}{E_e^2}\,\mathrm{d}E_e$$

  e da questa possiamo ricavare la probabilità che percorrendo un tratto unitario la particella subisca una collisione con parametro urto tra b e $b + \mathrm{d}b$, risulta

$$\mathrm{d}\sigma = 2\pi b\,\mathrm{d}b\,n_e = \cdots \implies \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}E} = 2\pi r_e^2 m_e c^2 n_e\frac{z^2}{\beta^2}\frac{1}{E_e^2}$$

  quindi ho dipendenza da E_e^{-2} quindi collisioni con trasferimento di energia elevato sono rare!

- Consideriamo l'urto con un nucleo piuttosto che con elettrone. Per fare ciò dobbiamo considerare $\frac{Z}{1840A} \sim 10^{-4}$ quindi un contributo totalmente trascurabile!

- Le differenze con la formula di Bethe-Bloch sono i termini che tengono conto degli effetti di densità di carica e l'energia cinetica massima trasferita all'elettrone in un singolo urto.

- Dobbiamo tenere conto di due cose quando passiamo da Bohr a Bethe-Bloch: se abbiamo a che fare con elettroni e positroni il termine nel ln va modificato perché le masse delle due particelle sono uguali, detto termine delle fore di scambio; anche $T_{\max}$ possiamo ricavare dalla cinematica.

- Saltando passaggi matematici (**vedi slide**) sostituendo $T_{\max}$ e alla fine abbiamo

$$\frac{\mathrm{d}E}{\rho\,\mathrm{d}x} \propto z^2 \cdot \frac{Z}{A}\frac{1}{\beta^2}.$$

  Da qui possiamo comprendere che la traccia dell'azoto è piccola rispetto a quella del protone a parità di energia, proprio per il termine z^2. Inoltre visto che per la maggior parte dei materiali $\frac{Z}{A} \sim \frac{1}{2}$ allora abbiamo che il *MIP* $\sim 1 - 2$ MeV g^{-1} cm^{-2} (solo per l'idrogeno il rapporto vale 1).

- Questa formula non funziona ad energie elevate ($>$ TeV) perché dovrei tenere conto di altri effetti relativistici, e non funziona neanche a basse energie cioè ad energie paragonabili a quelle degli elettroni atomici in quanto non posso più considerarli fermi.

- Quindi la perdita di energia è la stessa per tutti i materiali! Ad esempio un protone da 10 MeV perde la stessa energia attraversando 1 $\frac{g}{cm^2}$ di rame, alluminio ecc. Per energie minori del MIP ogni particella perde energia in modo diverso, quindi posso identificare la particella.

- Si può scrivere la legge di scala $-\frac{\mathrm{d}E_2}{\mathrm{d}x} = -\frac{z_2^2}{z_1^2} \cdot \frac{\mathrm{d}E_1}{\mathrm{d}x}$

- Code di Landau**immagine da slide**: in generale qualunque rivelatore ha una granularità limitata. Misuro la perdita di energia in spessore finito. Se consideriamo uno spessore sottile (e bassa densità), si avranno mediamente poche collisioni e alcune saranno caratterizzate da grande energia trasferita. Se grafichiamo la distribuzione di energia trasferita sarà la distribuzione di Landau con una bella coda lunga. È importante perché di solito si prende il valor medio della distribuzione, ma funziona bene se è gaussiana o in generale simmetrica. In questo caso è asimmetrica ed ho grandi fluttuazioni per perdita di energia grande. Normalmente si tagliano le code iniziali e finali per minimizzare le fluttuazioni e si va il valor medio di quello che resta. Invece con grandi spessori abbiamo distribuzione simmetrica gaussiana, avendo molte collisioni.

Una volta che abbiamo la formula di Bethe-Bloch possiamo ricavare il range come già detto. Le fluttuazioni nella perdita di energia si riflettono nello straggling del range. Se volessimo ricavare range per mesoni K^+ **va be mi secco esempio numerico speriamo slide.**

A Revoldiv

- Lezione 1 - sezione 1: Parte 1 - Parte 2
- Lezione 4 - sottosezione 1.8: Parte 1 - Parte 2