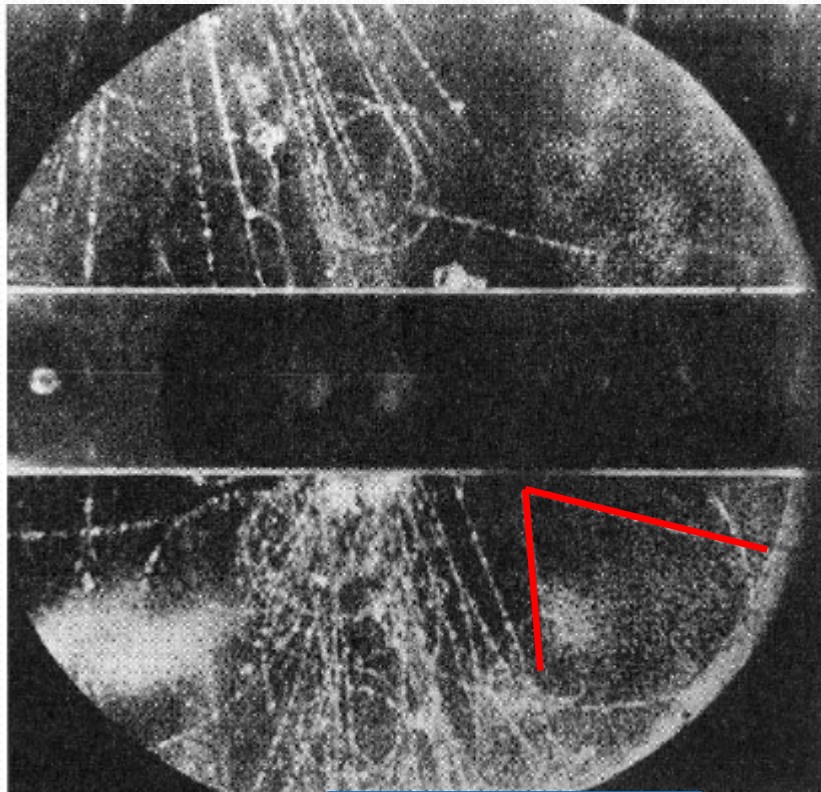


Le particelle strane

- La scoperta delle particelle “strane”
- un nuovo numero quantico: la stranezza
- isospin e stranezza
- Lo zoo delle particelle
- $SU(3)$

La scoperta delle particelle “strane”

I lavori pionieristici sulle particelle “strane” furono fatti utilizzando camere a nebbia al livello del mare ed in alta montagna, ed emulsioni nucleari su palloni aerostatici.

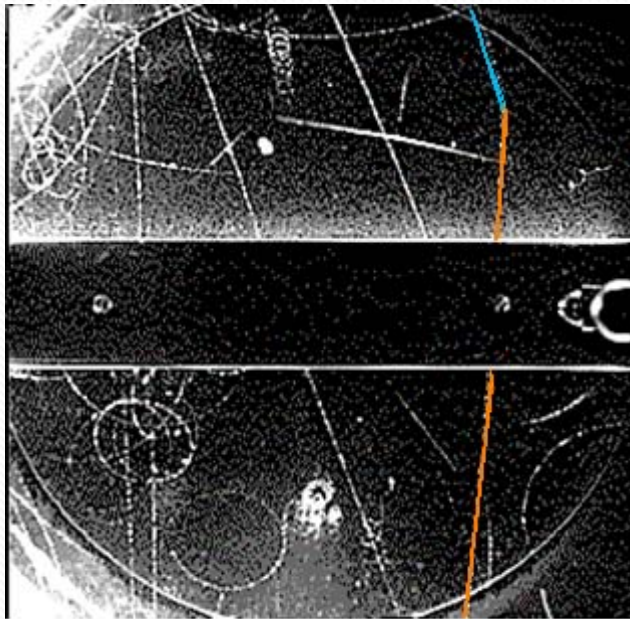


$$K^0 \rightarrow \pi^- \pi^+$$

- **1943** Leprince-Ringuet: identifica una particella di massa 506 ± 61 MeV.
- **1947** Rochester e Butler identificarono chiaramente delle particelle V neutre durante un anno di funzionamento di una camera a nebbia a livello del mare.

La scoperta delle particelle “strane”

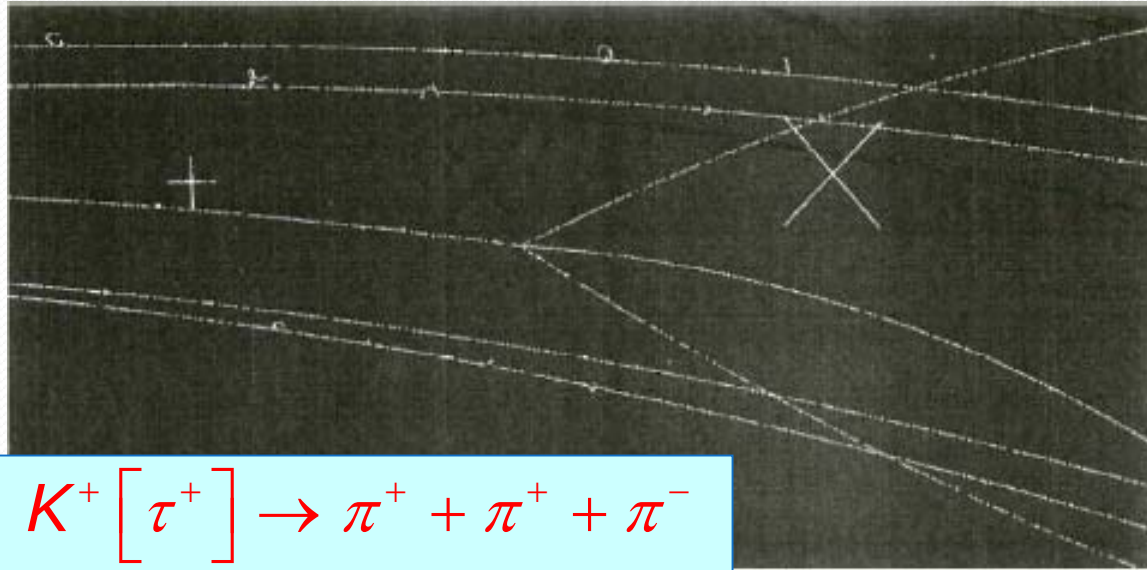
Oltre alle particelle neutre V , furono scoperte anche delle particelle “strane” cariche che decadevano in una particella carica [più neutri] (θ) oppure in tre cariche (τ).



$$K^+ \rightarrow \mu^+ \nu$$

- **produzione associata:**
nel 1947 fu evidente che le nuove particelle erano prodotte sempre in coppia, una di massa intorno a 500 MeV (K) ed un'altra di massa più grande di quella del nucleone (iperone)
- L'iperone decadeva in nucleone + pione.

Decadimento del K in 3 carichi



$$K^+ [\tau^+] \rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$$

Torneremo su questo argomento parlando della violazione della parità nelle interazioni deboli

Inoltre:

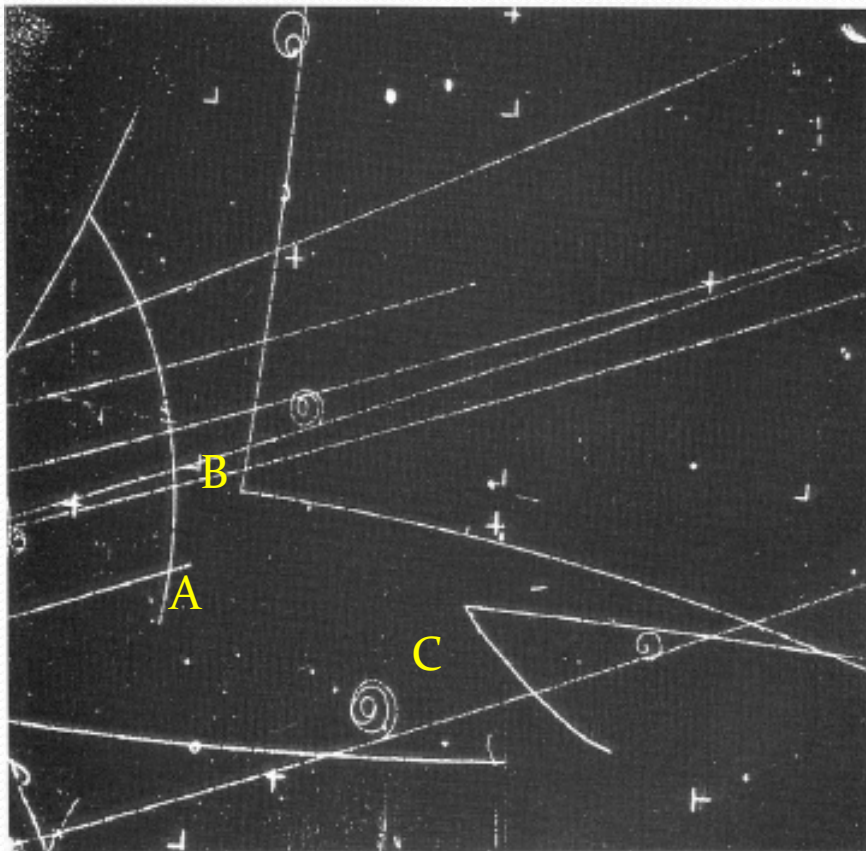
$$\text{B.R.}(K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu) = 63.5\% \quad ; \quad \text{B.R.}(K_s^0 \rightarrow \mu^+ + \mu^-) < 3.2 \cdot 10^{-7}$$



Effetto GIM

Produzione associata: $\pi^- + p \rightarrow \Lambda + K$

1 GeV/c π^- in una camera a bolle a idrogeno liquido

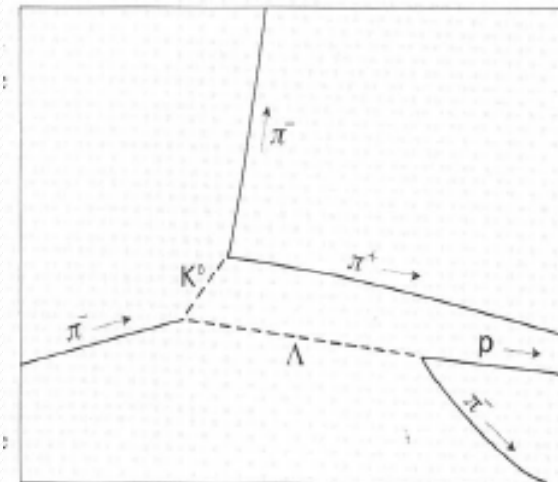


N.B. : perché K^0 e non anti- K^0 ?

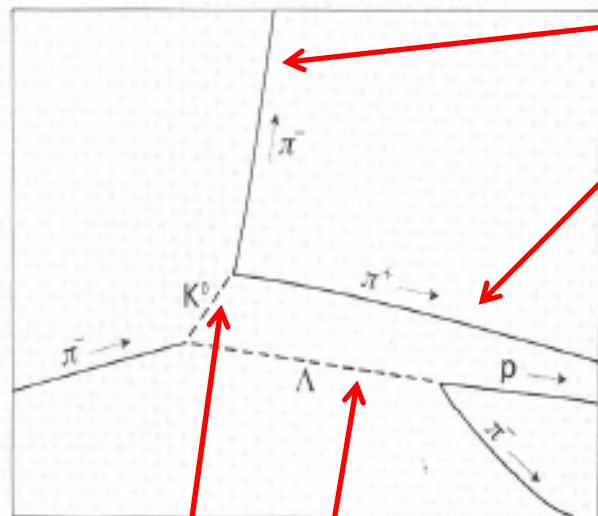
A) $\pi^- + p \rightarrow K^0 + \Lambda$

B) $K^0 \rightarrow \pi^- + \pi^+$

C) $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$



Misura di massa e vita media



dal raggio di curvatura si ricava l'impulso delle particelle cariche e, conoscendo il tipo di particelle, la loro energia.

Si ricava poi la massa invariante della particella madre.

$$m_K = \sqrt{(E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2}$$

Dalla massa e dall'energia ($E_1 + E_2$) si ricava il γ e da questo il β della particella.

$$\gamma = \frac{E}{m}$$

Dalla misura del cammino medio λ si ricava il τ della particella

$$\lambda = \gamma\beta c\tau$$

Perché strane?

- La sezione d'urto di produzione di queste particelle è dell'ordine del mb, tipico delle interazioni forti.
- Le vite medie sono dell'ordine di 10^{-10} s, tipico delle interazioni deboli (int. e.m. $\sim 10^{-20}$ s, int. forti $\sim 10^{-23}$ s)

1. Perché $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$ non avviene tramite int. forte?
2. Perché le nuove particelle sono sempre prodotte in coppie?
3. (inoltre τ - θ puzzle:
stessa massa e vita media ma parità opposta)

La stranezza

- Una spiegazione dell'anomalia fu fornita nel 1954 da Gell-Mann e Pais e indipendentemente da Nishijima.

Essi introdussero un nuovo numero quantico, la **stranezza**, che veniva conservato dalle interazioni forti, ma veniva violato nelle interazioni deboli.

- La stranezza è un numero quantico additivo. I “vecchi” adroni, i nucleoni ed il pione hanno $S=0$, gli iperoni hanno $S=-1$ ed i mesoni K hanno $S=\pm 1$.
- Nella produzione le particelle strane devono essere prodotte in coppia (produzione associata) con stranezza opposta.

Esempi di produzione associata

$$\pi^- + p \rightarrow K^0 + \Lambda \quad ; \quad \pi^- + p \rightarrow K^0 + K^- + p$$

$$\pi^+ + n \rightarrow K^+ + \Lambda \quad ; \quad \pi^+ + n \rightarrow K^+ + K^- + p$$

$$\pi^- + p \rightarrow K^0 + \Sigma^0 \quad ; \quad \pi^- + p \rightarrow K^+ + \Sigma^-$$

$$\pi^+ + n \rightarrow K^+ + \Sigma^0 \quad ; \quad \pi^+ + n \rightarrow K^0 + \Sigma^+$$

$$\pi^+ + p \rightarrow K^+ + \Sigma^+$$

$$m(\pi^\pm) = 139.6 \text{ MeV} \quad ; \quad m(p) = 938.3 \text{ MeV} \quad ; \quad m(n) = 939.6 \text{ MeV}$$

$$m(K^\pm) = 493.68 \text{ MeV} \quad ; \quad m(K^0) = 497.67 \text{ MeV}$$

$$m(\Lambda) = 1115.7 \text{ MeV}$$

$$m(\Sigma^\pm) = 1189.4 \text{ MeV} \quad ; \quad m(\Sigma^0) = 1192.6 \text{ MeV}$$

$$m(\Xi^0) = 1314.8 \text{ MeV} \quad ; \quad m(\Xi^{-1}) = 1321.3 \text{ MeV}$$

(domanda: perché non vengono prodotti gli anti-iperoni?)

Stranezza dei mesoni K

$$\pi^- + p \rightarrow K^0 + \Lambda \quad ; \quad \pi^- + p \rightarrow K^0 + K^- + p$$

$$\pi^+ + n \rightarrow K^+ + \Lambda \quad ; \quad \pi^+ + n \rightarrow K^+ + K^- + p$$

Inoltre non si osserva la reazione: $\pi^- + n \rightarrow K^- + \Lambda$

K^0, Λ : stranezza opposta

K^0, K^- : stranezza opposta

Λ, K^- : stranezza uguale

K^+, Λ : stranezza opposta

K^+, K^- : stranezza opposta

\bar{K}^0, K^- : stranezza uguale

K^0, Σ : stranezza opposta

N.B. : per simmetria deve esistere l'anti- K^0

Isospin e stranezza dei K e della Λ

$$Q = I_3 + \frac{1}{2}(B+S)$$



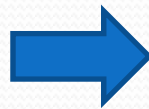
Si ricava l'isospin

$$\begin{array}{ll} Q(\Lambda) = 0, B(\Lambda) = 1, S(\Lambda) = -1 & \Rightarrow I_3(\Lambda) = 0 \\ Q(K^0) = 0, B(K^0) = 0, S(K^0) = 1 & \Rightarrow I_3(K^0) = -\frac{1}{2} \\ Q(K^+) = 1, B(K^+) = 0, S(K^+) = 1 & \Rightarrow I_3(K^+) = \frac{1}{2} \\ Q(K^-) = -1, B(K^-) = 0, S(K^-) = -1 & \Rightarrow I_3(K^-) = -\frac{1}{2} \\ Q(\bar{K}^0) = 0, B(\bar{K}^0) = 0, S(\bar{K}^0) = -1 & \Rightarrow I_3(\bar{K}^0) = \frac{1}{2} \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \Rightarrow I = \frac{1}{2}$$

N.B. : l'anti- K^0 completa il doppietto di isospin

Isospin e stranezza della Σ e della Ξ

$$Q = I_3 + \frac{1}{2}(B+S)$$



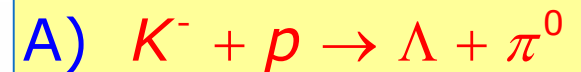
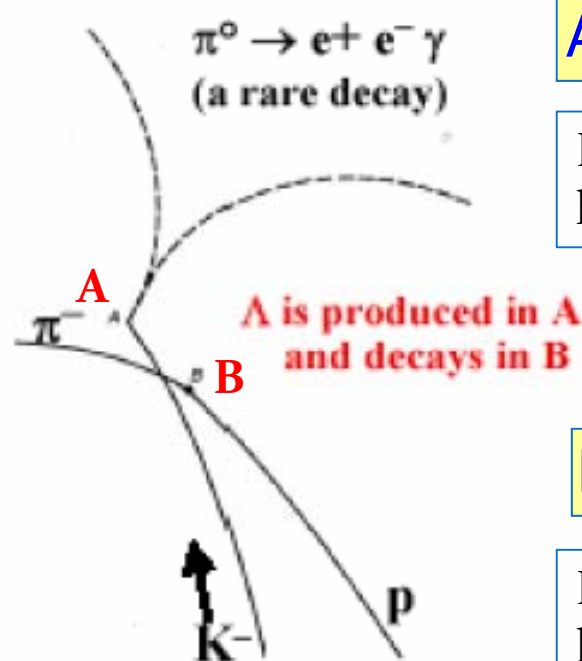
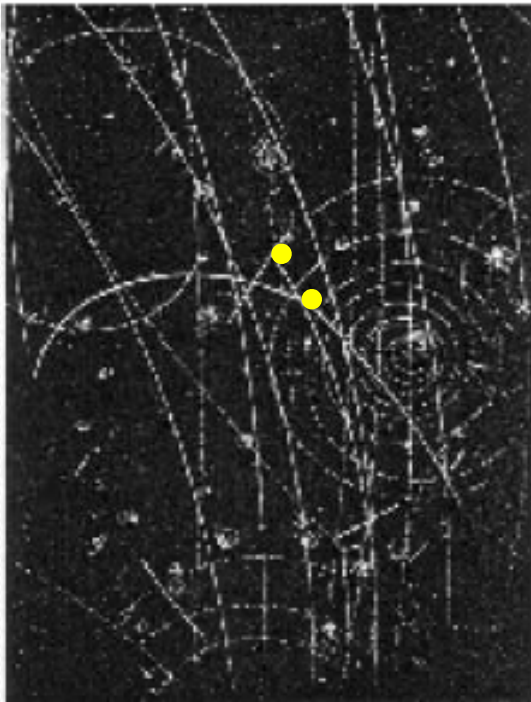
Si ricava l'isospin

$$\begin{array}{lll} Q(\Sigma^+) = 1, B(\Sigma^+) = 1, S(\Sigma^+) = -1 & \Rightarrow I_3(\Sigma^+) = 1 \\ Q(\Sigma^0) = 0, B(\Sigma^0) = 1, S(\Sigma^0) = -1 & \Rightarrow I_3(\Sigma^0) = 0 \\ Q(\Sigma^-) = -1, B(\Sigma^-) = 1, S(\Sigma^-) = -1 & \Rightarrow I_3(\Sigma^-) = -1 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \\ \\ \end{array}} \right\} \Rightarrow I = 1$$

$$\begin{array}{lll} Q(\Xi^0) = 0, B(\Xi^0) = 1, S(\Xi^0) = -2 & \Rightarrow I_3(\Xi^0) = \frac{1}{2} \\ Q(\Xi^{-1}) = -1, B(\Xi^{-1}) = 1, S(\Xi^{-1}) = -2 & \Rightarrow I_3(\Xi^{-1}) = -\frac{1}{2} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \\ \end{array}} \right\} \Rightarrow I = \frac{1}{2}$$

La produzione di particelle “strane”

Vennero utilizzati fasci di K carichi per produrre nuove particelle strane. Esempio di un K^- che si arresta in una camera a bolle a idrogeno liquido



Int. forte:
la stranezza si conserva.



Int. debole:
la stranezza è violata.

Interazioni dei mesoni K

Si parte da uno stato iniziale con stranezza ± 1

$S = 1$	{	$K^+ p \rightarrow K^+ p$					
$B = 1$		$K^+ n \rightarrow K^+ n$	$K^0 p$				
$S = -1$	{	$K^- p \rightarrow K^- p$	$K^0 n$	$\pi^0 \Lambda^0$	$\pi^+ \Sigma^-$	$\pi^0 \Sigma^0$	$\pi^- \Sigma^+$
		$K^- p \rightarrow K^0 \Xi^0$	$K^+ \Xi^-$				
$B = 1$		$K^- n \rightarrow K^- n$	$\pi^- \Lambda^0$	$\pi^0 \Sigma^-$			
		$K^- n \rightarrow K^0 \Xi^-$					

A parità di energia, i K^- producono più particelle dei K^+ perché gli iperoni ($B=1$) hanno stranezza -1

Ad esempio: $K^+ + n \rightarrow \bar{\Lambda} + p + n$ $[S=1, B=1 \rightarrow S=1, B=1]$
(aumenta l'energia di soglia della reazione)

Iperoni strani metastabili

Nei raggi cosmici ed agli acceleratori furono trovati 6 iperoni strani metastabili

	Q	S	m (MeV)	τ (ps)	$c\tau$ (mm)	Principal decays (BR in %)
Λ	0	-1	1116	263	79	$p\pi^-$ (64), $n\pi^0$ (36)
Σ^+	+1	-1	1189	80	24	$p\pi^0$ (51.6), $n\pi^+$ (48.3)
Σ^0	0	-1	1193	7.4×10^{-8}	2.2×10^{-8}	$\Lambda\gamma$ (100)
Σ^-	-1	-1	1197	148	44.4	$n\pi^-$ (99.8)
Ξ^0	0	-2	1315	290	87	$\Lambda\pi^0$ (99.5)
Ξ^-	-1	-2	1321	164	49	$\Lambda\pi^-$ (99.9)

Da notare la vita media tipica delle interazioni e.m. della Σ^0 . Perché è l'unica a non decadere debolmente?

Giustificare i B.R. dei decadimenti della Λ

Eightfold Way (1961-1964)

★ L'idea di Gell-Mann, novello Mendeleev delle particelle elementari, fu quella di classificare tutti gli adroni usando la loro carica, I_3 , e l'ipercarica forte, Y . L'aggiunta della stranezza, attraverso l'ipercarica, rendeva naturale "allargare" il gruppo di simmetria dell'isospin, $SU(2)$, ad uno più largo di "rango" 2: **$SU(3)$: Special Unitarity group** di dimensione 3.

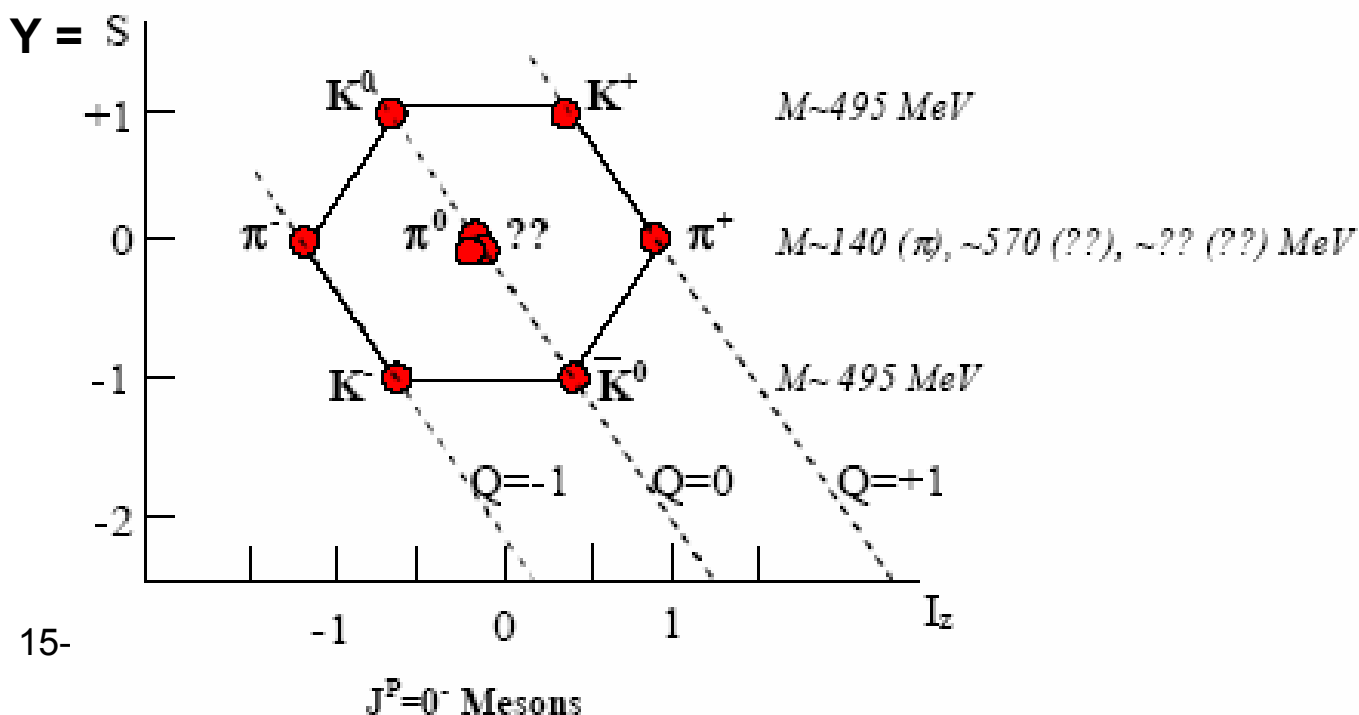
★ Questa simmetria è chiamata $SU(3)$ di "**sapore**" per distinguerla da $SU(3)$ di "**colore**": la simmetria esatta che forma la base della cromodinamica quantistica (QCD) vedi più avanti nel corso.

Le particelle vanno a formare i multipletti di $SU(3)$ e ciascun multipletto contiene particelle che **devono avere** lo stesso valore di spin e parità. L'entità base del modello è l'ottetto: otto particelle. Tutte le particelle e/o le risonanze appartengono all'ottetto o ai multipletti che si ottengono combinando tra loro gli ottetti seguendo regole analoghe a quelle con cui si sommano i momenti angolari.

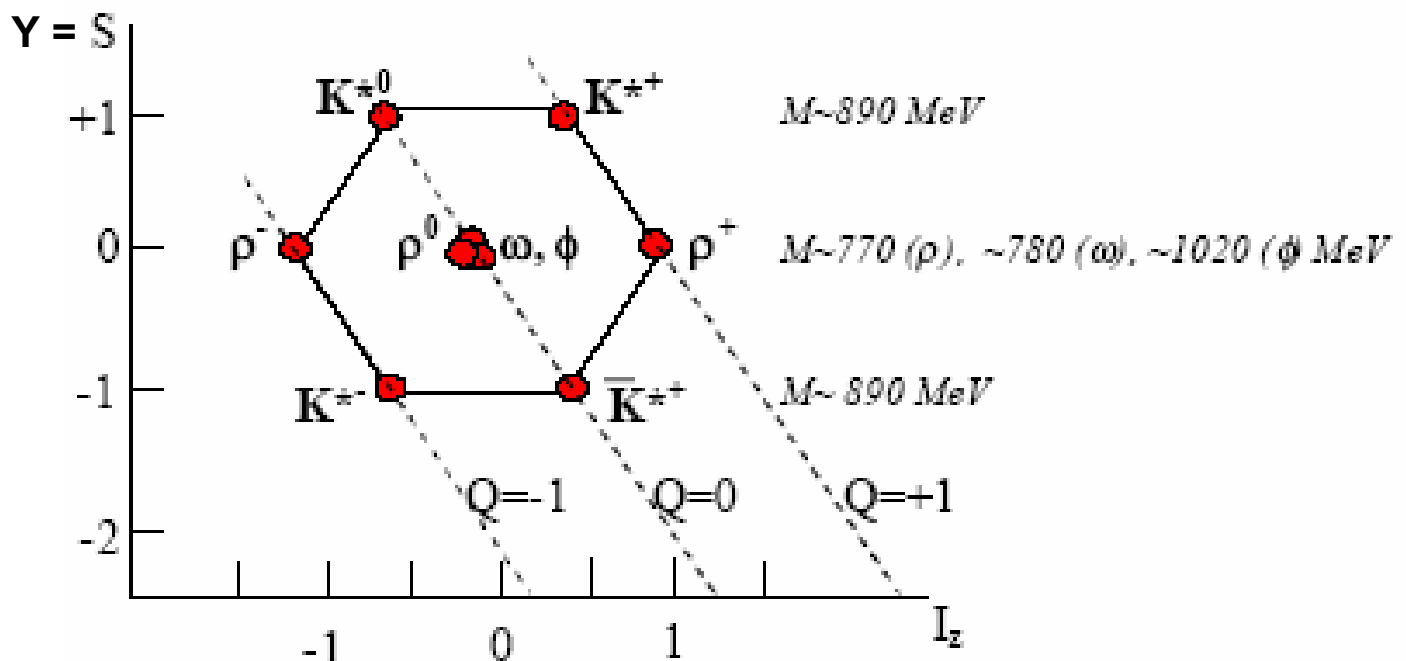
Con due ottetti di $SU(3)$ si possono avere solo multipletti di dimensione 1, 8, 10 e 27. Il multipletto 27, corrispondendo a valori di stranezza +1 mai trovati in natura, viene per questo scartato.

La gestazione di $SU(3)$ fu lunga e difficile. Fu un trionfo per gli autori, non solo trovare che alcuni multipletti riproducevano le particelle/ risonanze fino ad allora conosciute, ma soprattutto fare delle previsioni di esistenza di particelle/risonanze prima che esse fossero scoperte come verrà ricordato in seguito.

★ Mentre il fatto che il protone ed il neutrone hanno valori della massa quasi identiche rende la simmetria di isospin poco approssimata, la simmetria $SU(3)$, raggruppando insieme particelle strane a quelle non strane è una simmetria molto più approssimata. Di seguito vengono mostrati come esempio alcuni multipletti:



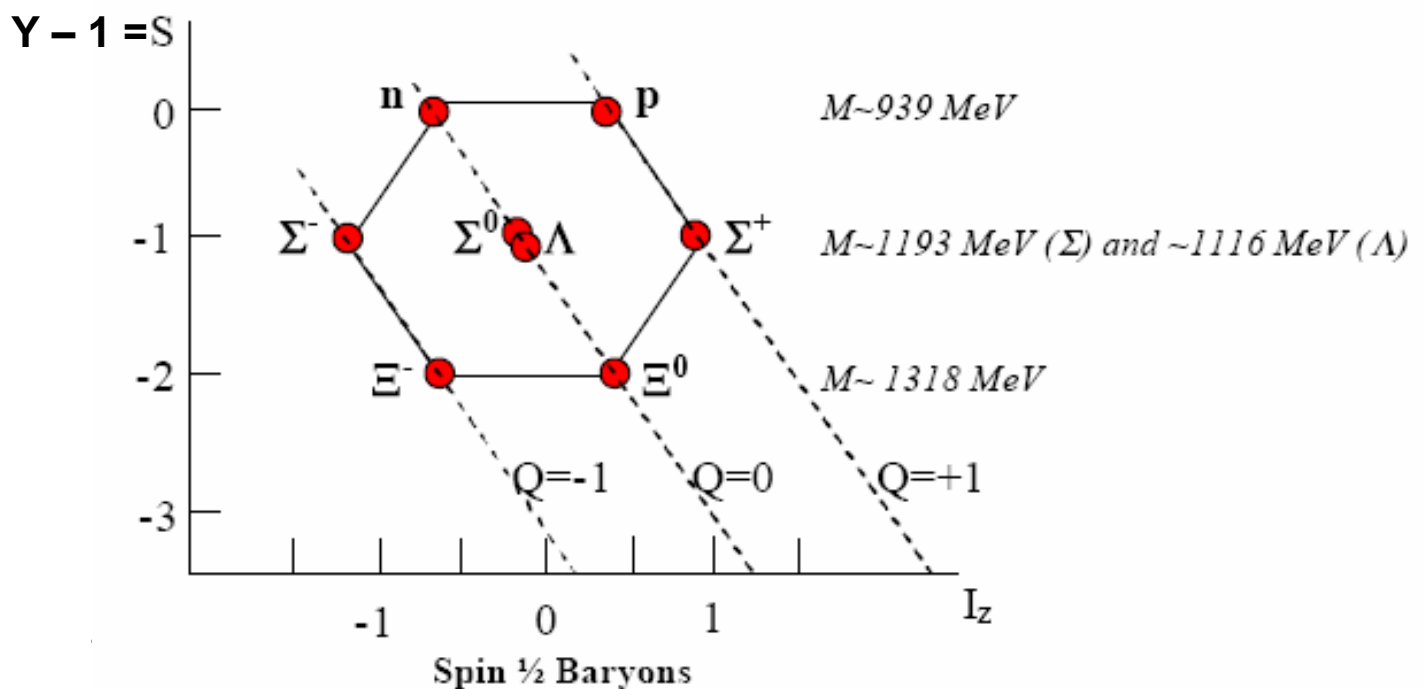
Eightfold Way (1961-1964)



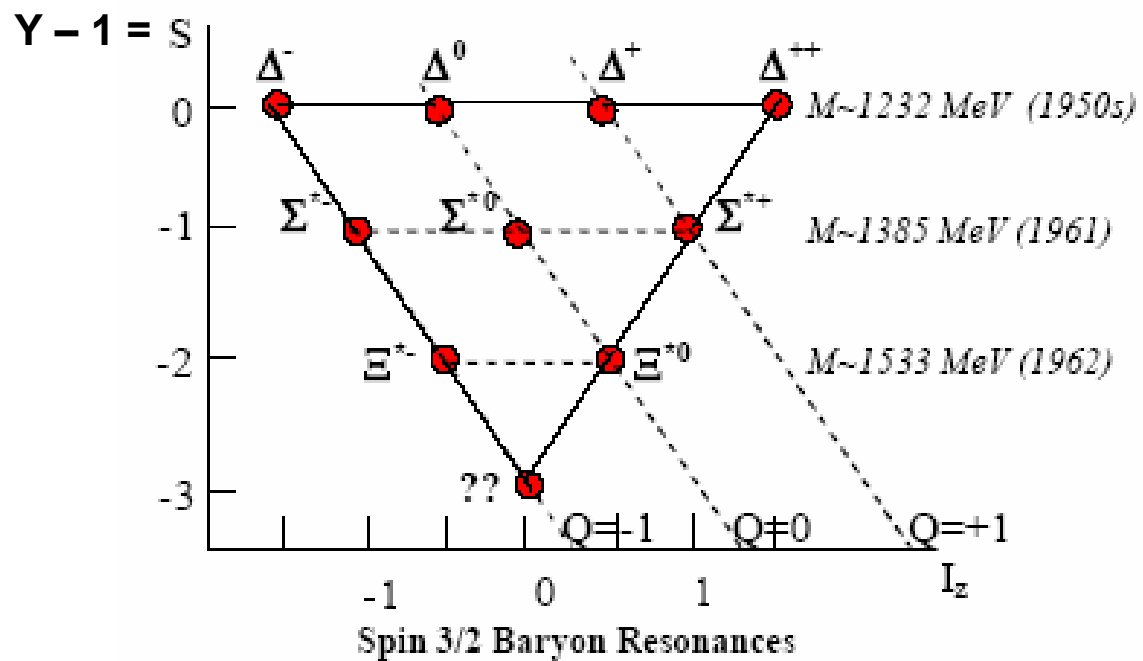
$J^P = 1^-$ Meson Resonances

(all discovered by 1961)

- predisse un nuovo mesone di massa $\sim 570 \text{ meV}$, trovato da Alvarez nel 1961: $\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$
- predisse che il barione Ξ aveva spin $\frac{1}{2}$: confermato nel 1963.



Eightfold Way (1961-1964)



Risonanze Barioniche (3/2)⁺

- ★ Notiamo di nuovo anche per queste risonanze una simmetria rispetto allo isospin I_3 ed alla ipercarica Y .

Viene predetto un nuovo multipletto di risonanze Ξ^* con $S = -2$ ed una nuova risonanza con $S = -3$ (???).

- ★ **Conferenza Internazionale del 1962 :**

Discovery of Ξ^* resonance with mass ~ 1530 MeV is announced at the conference

Gell-Mann and Ne'eman right at the same conference

predicted a new particle and wrote down all its properties:

Name = Ω^- (*Omega* would mean that the particle was the last in the decuplet)

Mass ≈ 1680 MeV (note that masses of Δ , Σ^* and Ξ^* are about equidistant, ~ 150 MeV)

Charge = -1

Spin = 3/2

Strangeness = -3

Lifetime $\sim 10^{-10}$ s (note that it does not have a corresponding spin-1/2 with $S=-3$ that it could decay to via a strong force as all other resonances in this decuplet would do)

Decay modes: $\Xi^0 \pi^-$ and $\Xi^- \pi^0$

Isospin = 0 (no charge-partners of similar mass)

- ★ Come ricordato, l'esistenza del barione Ω^- prevista da Gell-Mann nel 1962, fu scoperta due anni dopo a Brookhaven da Samios et al nella camera a bolle ad idrogeno di 80-inch. Vedi fig.1. Inoltre con $S=-3$ **Ω^- puo' decadere solo debole** poiche' l' unica possibile via di decadimento con $S=-3$, e' data da $\Omega^- \rightarrow \Lambda \bar{K}^0 K^-$ che, avendo massa dello stato finale $\cong 2100$ MeV piu' grande della massa della Ω^- (1700 MeV), non conserva l' energia e quindi NON e' possibile. Anche l' interazione elettromagnetica conserva la stranezza per cui NON ci puo' essere un decadimento di tipo elettromagnetico:

l' unica via di decadimento e' quella debole:

$$\Omega^- \rightarrow \Xi^0 \pi^-; \Xi^- \pi^0; \Lambda^0 K^-$$

15-04-2009

$$\tau_{\Omega^-} \cong 0.82 \times 10^{-10} \text{ sec}$$

A.A 2008-2009

La scoperta dell' Ω^-

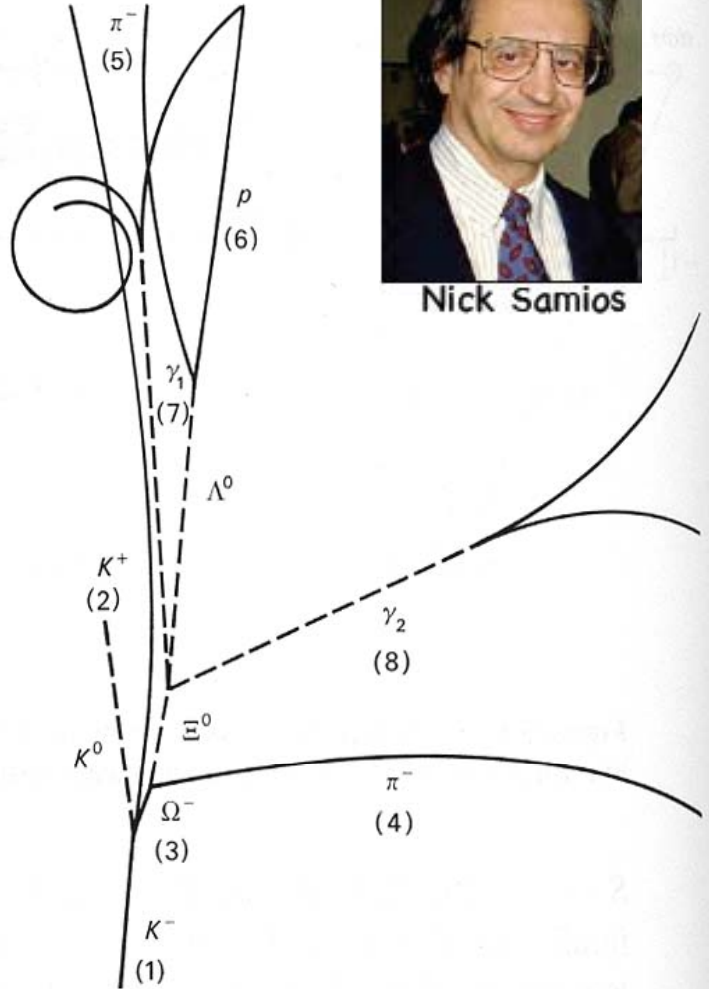
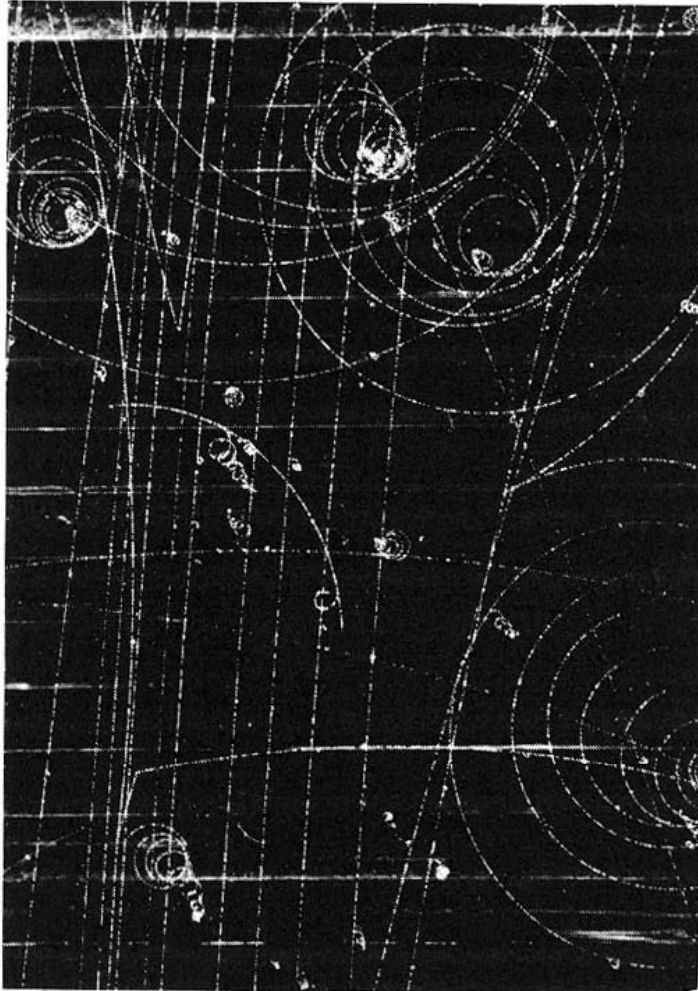
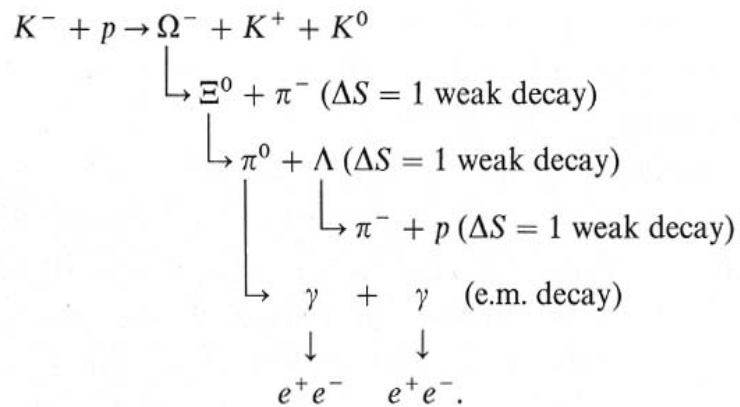


Figure 5.2 The first Ω^- event (Barnes *et al.* (1964).) (Courtesy Brookhaven National Laboratory.) It depicts the following chain of events:



Modello “statico” a Quark

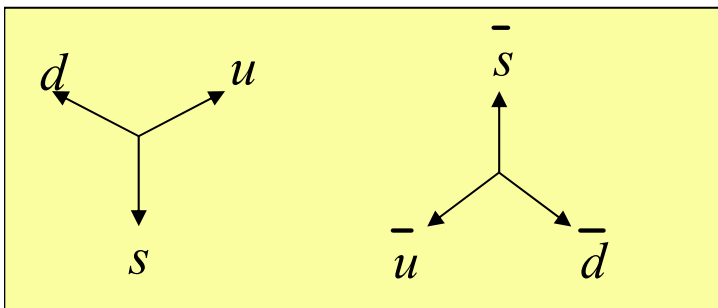
Una comprensione piu' profonda di SU(3) e del suo successo nel descrivere cosi' bene le proprieta' degli adroni emerse nel 1964 quando M. Gell-Mann e G. Zweig proposero indipendentemente l' ipotesi che tutti gli adroni sono composti di tre costituenti basici che Gell-Mann chiamo' **quark**. Il nome cosi' stravagante era tratto dalla ormai famosa citazione “ Three quarks for Muster Mark” contenuta nella novella di James Joyce “Finnegan's wake”.

In questo schema:

- I barioni sono formati da tre quark *u*, *d*, e *s* quarks (*up*, *down*, *strange*)
- I mesoni da coppie quark-antiquark
- I quark hanno spin $\frac{1}{2}$ e carica frazionaria $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$ con segno opportuno

I tre quark *u*, *d* e *s* formano un tripletto che e' una rappresentazione **fondamentale** del gruppo. I quark sono fermioni di spin $\frac{1}{2}$ quindi, secondo la teoria di Dirac, esistono gli stati coniugati di carica, gli antiquark.

I quark si possono presentare in una forma vettoriale ed allora le loro combinazioni sono le somme dei vettori:



- Non era pero' chiaro se il tutto fosse:
“ a mathematical convenience, or reality “

Simmetrie e Multipletti (1)

★ Abbiamo visto, come conseguenza della conservazione dello spin isotopico nelle interazioni forti, che gli stati adronici si raggruppano in multipletti con spin isotopico totale determinato. Inoltre all' interno di ogni multipletto i diversi stati sono contraddistinti dal valore di I_3 .

In assenza di effetti che rompono la simmetria, i membri di ogni multipletto sono degeneri in massa. Le interazioni Elettromagnetiche, NON rispettando la simmetria di isospin, rimuovono la degenerazione in massa dando differenze di massa al livello del per cento nei multipletti di isospin.

Gli operatori di isospin commutano con la Hamiltoniana H delle interazioni forti e, quindi, ANCHE con gli operatori che a loro volta commutano con l' Hamiltoniana forte. In particolare tra questi con gli operatori **Momento Angolare e Parità**.

Come conseguenza: **TUTTI** i membri di un multipletto di isospin hanno **LO STESSO SPIN e LA STESSA PARITÀ** !

L' hamiltoniana delle interazioni forti e' inoltre invariante rispetto alle rappresentazioni unitarie di $SU(2)$. I numeri quantici che individuano i componenti dei multipletti saranno tanti quanti sono i generatori che, commutando tra di loro, possono essere diagonalizzati simultaneamente. Tale numero e' il **"rango"** del gruppo. **Nel caso di $SU(2)$ il rango e' 1 e si diagonalizza I_3 .** Valendo inoltre:

$$[I_k; I_l] = i\epsilon_{klm} I_m$$

Ognuno dei generatori commuta con:

$$I^2 = I_1^2 + I_2^2 + I_3^2$$

★ Quindi I^2 , ovviamente hermitiano, puo' essere diagonalizzato contemporaneamente a I_3 e quindi i suoi autovalori, con quelli di I_3 , possono **"etichettare"** i vettori di stato e quindi , le particelle. Da questo deriva la possibilita' di raggruppare gli stati di una particella in multipletti con un dato valore di I . All' interno di ogni multipletto gli operatori saranno rappresentati da matrici $(2I + 1) \times (2I + 1)$. Nel linguaggio della teoria dei gruppi si dice che esse realizzano **" delle Rappresentazioni Irriducibili "** di dimensione $(2I + 1) \times (2I + 1)$ del gruppo di trasformazioni.

Simmetrie e Multipletti (2)

- ★ Possiamo generalizzare quanto detto per l' isospin: se realizziamo che l' hamiltoniano e' invariante rispetto a qualche tipo di trasformazione, allora:
- i) si cerca un gruppo di simmetria opportuno,
 - ii) si individuano le sue rappresentazioni irriducibili da cui ricavare i possibili multipletti,
 - iii) si verifica se questi descrivono effettivamente gli stati fisici esistenti.

Questo suggerì l' idea che i barioni ed i mesoni si raggruppassero in due ottetti composti di multipletti di spin isotopico.

Dovrebbe quindi esserci anche un gruppo di simmetria per l' hamiltoniana delle interazioni forti che contenga gli ottetti e decupletti mostrati nelle figure appena mostrate. In realta', essendo le differenze di massa tra i membri dei multipletti di circa il 20%, la simmetria e' "**rotta**" cioe' approssimata.

Poiche' i membri dell' ottetto sono caratterizzati **da due Numeri quantici Additivi**, il gruppo di simmetria va cercato tra quelli di rango = 2: cioe' tali che due dei generatori commutino tra di loro. Siamo interessati alle "**rappresentazioni irriducibili**": tali che da un membro qualsiasi di un multipletto si possono ottenere

- ★ tutti gli altri mediante le trasformazioni del gruppo.

La rappresentazione non banale, diversa quindi dal singoletto, di dimensione piu' bassa viene chiamata rappresentazione fondamentale.

Nella simmetria SU(3) i generatori sono otto e di questi DUE sono DIAGONALI:
uno e' associato a I_3 l' altro a Y.

Le rappresentazioni FONDAMENTALI sono dei TRIPLETTE. Da esse si ricavano i multipletti:

$$3 \otimes 3^* = 1 + 8;$$

$$3 \otimes 3 \otimes 3 = 1 + 8 + 8 + 10$$

- ★ Nel seguito ci limiteremo a riportare i punti essenziali di SU(3) che permettano di capire le rappresentazioni degli adroni nei vari multipletti. Per una trattazione completa rimandiamo a Burcham and Jobes, capitolo 10 pagina 324.

SU(3)



Come abbiamo ricordato, la simmetria degli stati di isospin e' chiamata SU(2) e i generatori della simmetria sono le tre matrici di Pauli di cui una e' diagonale. Per riprodurre anche i numeri quantici delle particelle strane, oltre alla conservazione dell' isospin occorre introdurre la conservazione della stranezza.

Nella simmetria SU(3) i generatori sono otto e di questi DUE sono diagonali: uno e' associato alla terza componente dell' isospin e l' altro all' ipercarica. I generatori sono "Le Matrici di Gell-Mann":

$$T_i = \frac{1}{2} \lambda_i \quad \text{Dove:} \quad \lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$



Possiamo controllare che $U = 1 + i\epsilon \cdot \frac{\lambda}{2} = 1 + \frac{i}{2} \sum_{j=1}^8 \epsilon_j \lambda_j$ e' una matrice unitaria con $\det U = 1$ (di ordine ϵ^2)



DUE tra le λ_j sono **DIAGONALI**:

\Rightarrow I multipletti di SU(3) sono caratterizzati da **DUE Numeri Quantici Additivi**.
(confrontato al solo I_3 di SU(2))



Notiamo anche che $\sum_{j=1}^8 \lambda_j^2 = \frac{16}{3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ e' diagonale.

SU(3)

- ◆ La scelta convenzionale dei numeri quantici additivi e' data da:

$$\hat{T}_3 = \frac{1}{2}\lambda_3 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{Y} = \frac{1}{\sqrt{3}}\lambda_8 = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$I_3 =$ isospin

$Y =$ hypercharge

- ◆ Gli autostati sono i vettori di base. La scelta della base e' :

$$u = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad d = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad s = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Nota Bene: Se SU(3) e' una simmetria dell' interazione adronica:

- TUTTE le particelle a interazione adronica si rappresentano come combinazione di questi stati;
- TUTTE le grandezze conservate sono operatori diagonali in questa rappresentazione.

◆ Per i quark:

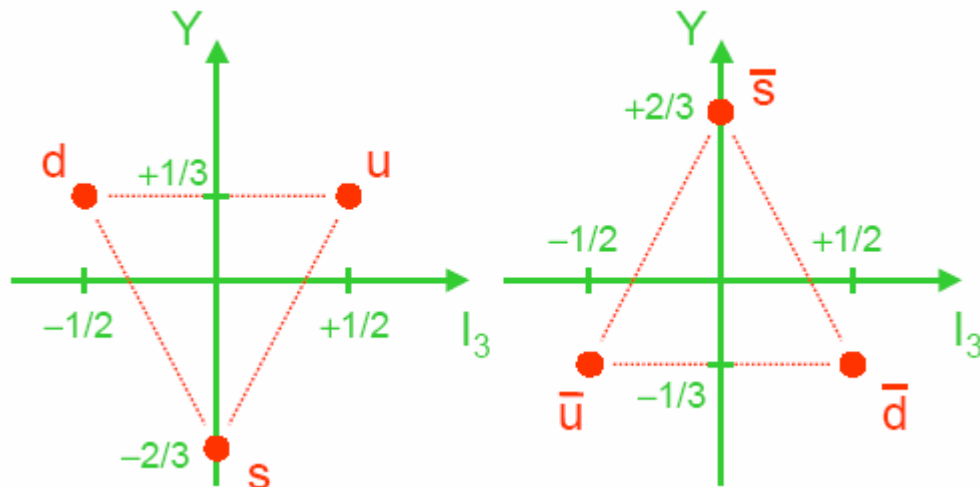
$$\begin{array}{lll} T_3 u = +\frac{1}{2}u & T_3 d = -\frac{1}{2}d & T_3 s = 0 \\ Y u = +\frac{1}{3}u & Y d = +\frac{1}{3}d & Y s = -\frac{2}{3}s \end{array}$$

Per gli anti-quark abbiamo segni opposti:

$$\begin{array}{lll} T_3 \bar{u} = -\frac{1}{2}\bar{u} & T_3 \bar{d} = +\frac{1}{2}\bar{d} & T_3 \bar{s} = 0 \\ Y \bar{u} = -\frac{1}{3}\bar{u} & Y \bar{d} = -\frac{1}{3}\bar{d} & Y \bar{s} = +\frac{2}{3}\bar{s} \end{array}$$

Modello Statico a Quark

◆ Rappresentazione grafica degli stati di quark e anti-quark:

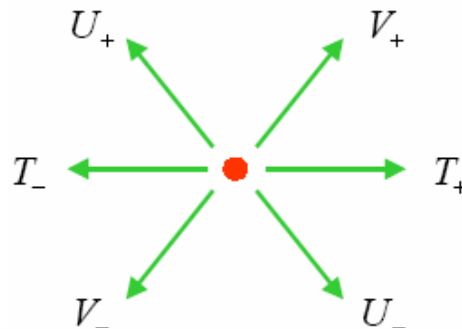


◆ Possiamo definire degli operatori “ladder” per muoverci da uno stato all’ altro:

$$T_{\pm} = T_1 \pm iT_2$$

$$U_{\pm} = T_6 \pm iT_7$$

$$V_{\pm} = T_4 \pm iT_5$$



◆ Per Esempio:

$$V_+ = T_4 + iT_5 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{i}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$V_+|u\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$V_+|d\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$V_+|s\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = |u\rangle$$

⇒ Analogamente per gli anti-quark **MA** con cambiamento di segno:

$$V_+|\bar{u}\rangle = -|\bar{s}\rangle$$

$$V_+|\bar{d}\rangle = 0$$

$$V_+|\bar{s}\rangle = 0$$

Modello Statico a Quark

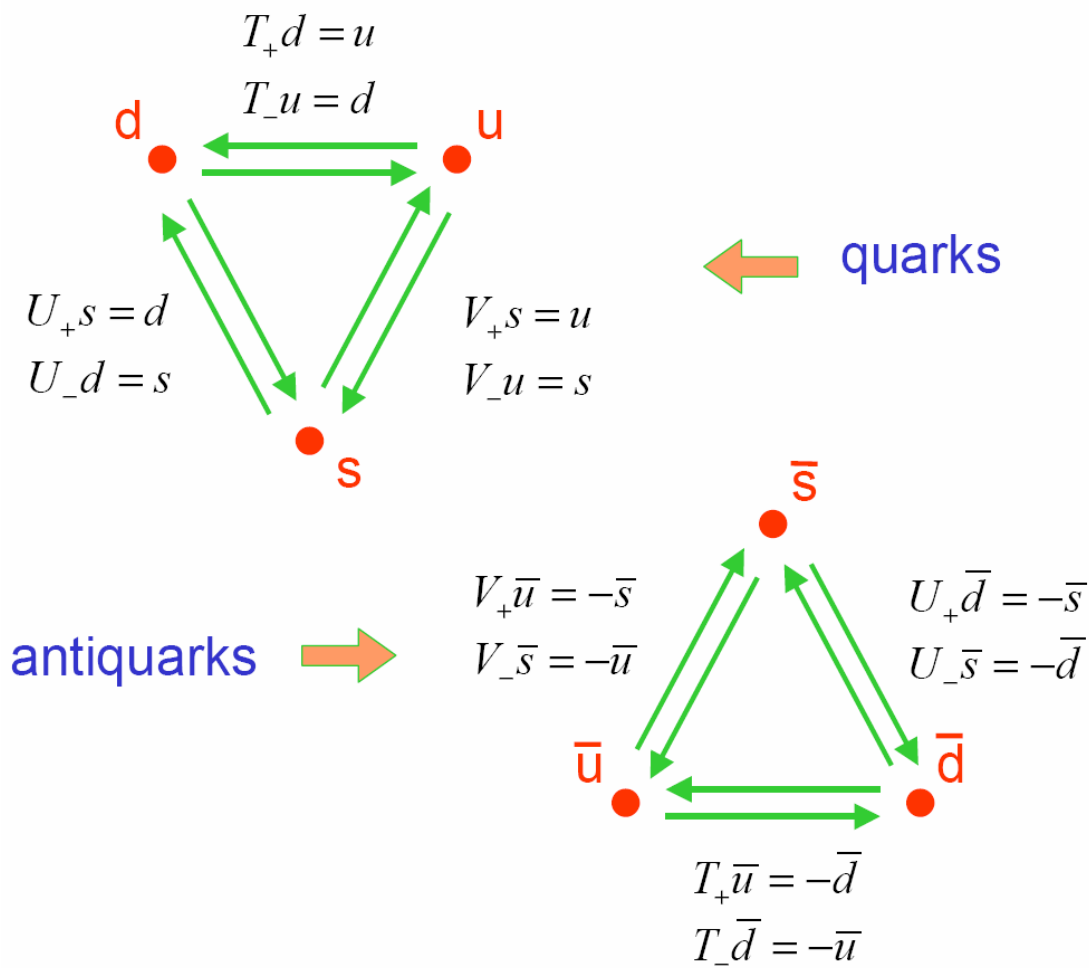


Tabella 14.1

I numeri quantici di quark e antiquark leggeri: B = numero barionico, J = spin, I = isospin, I_3 = terza componente dell'isospin, S = stranezza, Q/e = carica.

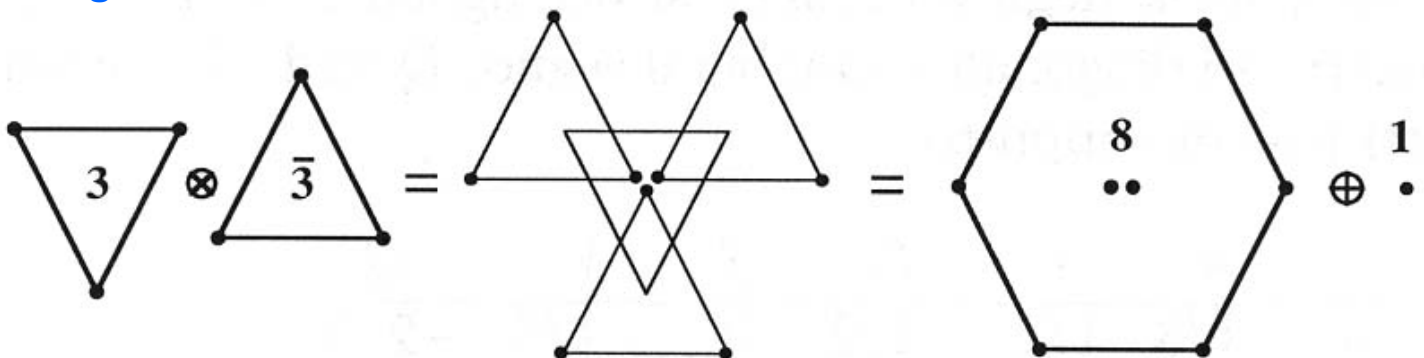
	B	J	I	I_3	S	Q/e
u	+1/3	1/2	1/2	+1/2	0	+2/3
d	+1/3	1/2	1/2	-1/2	0	-1/3
s	+1/3	1/2	0	0	-1	-1/3
\bar{u}	-1/3	1/2	1/2	-1/2	0	-2/3
\bar{d}	-1/3	1/2	1/2	+1/2	0	+1/3
\bar{s}	-1/3	1/2	0	0	+1	+1/3

Mesoni e Barioni nel modello a quark

- I mesoni sono costituiti da una coppia quark-antiquark ed accoppiati in onda s, p, d etc. Hanno spin intero e numero barionico nullo;
- i barioni sono costituiti da tre quark $q_1 q_2 q_3$. Hanno spin semi-intero e numero barionico $B=+1$;
- gli antibarioni sono costituiti da tre antiquark ed hanno numero barionico $B=-1$.

◆ Mesoni

Le combinazioni q-antiq sono 9 e formano un ottetto ed un singoletto la cui rappresentazione grafica e' data in figura.



I mesoni pseudoscalari ($J^P=0^-$) hanno q-qbar accoppiati in onda s e con spin opposti.

Costruzione Grafica dell' ottetto dei mesoni

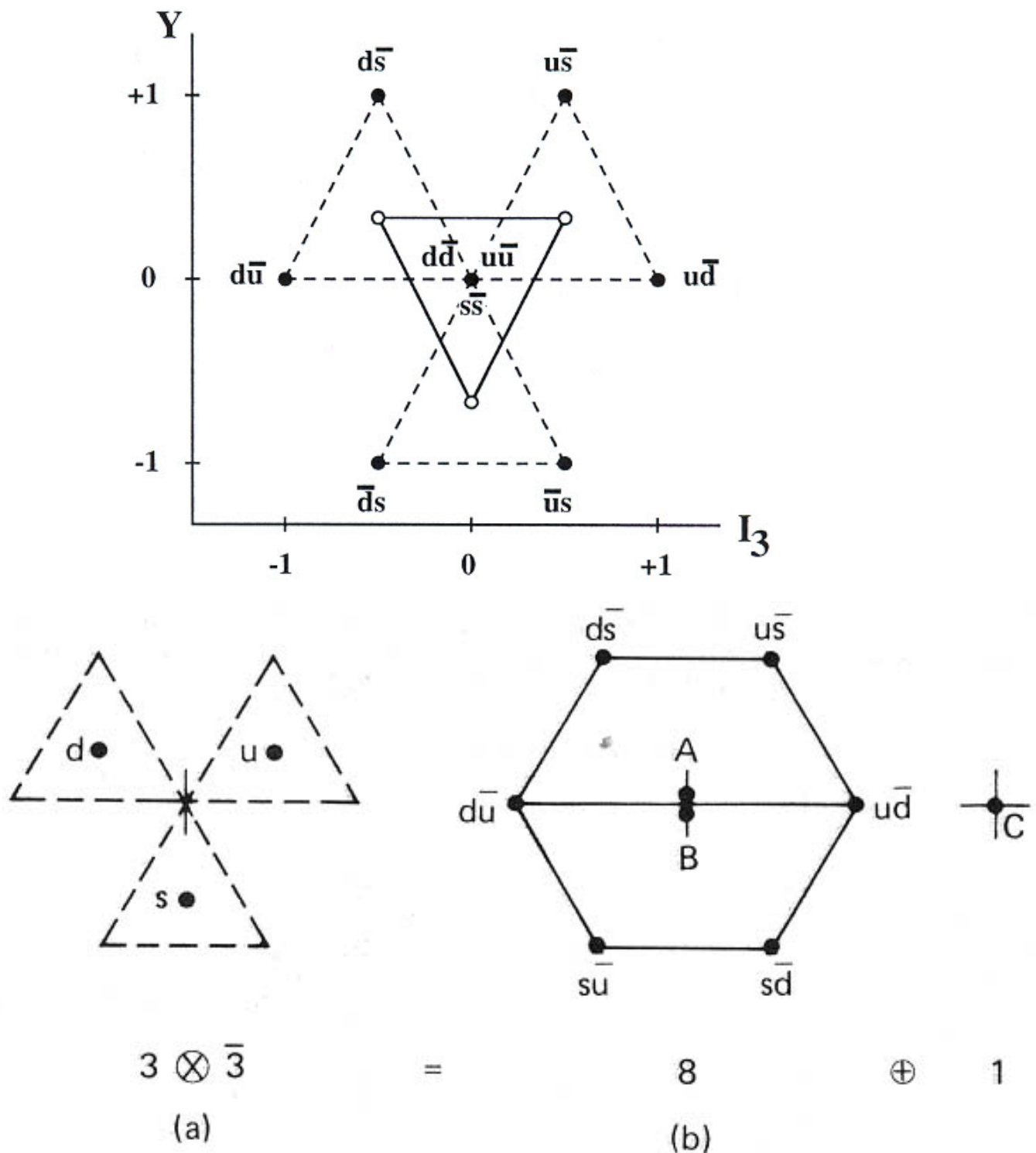
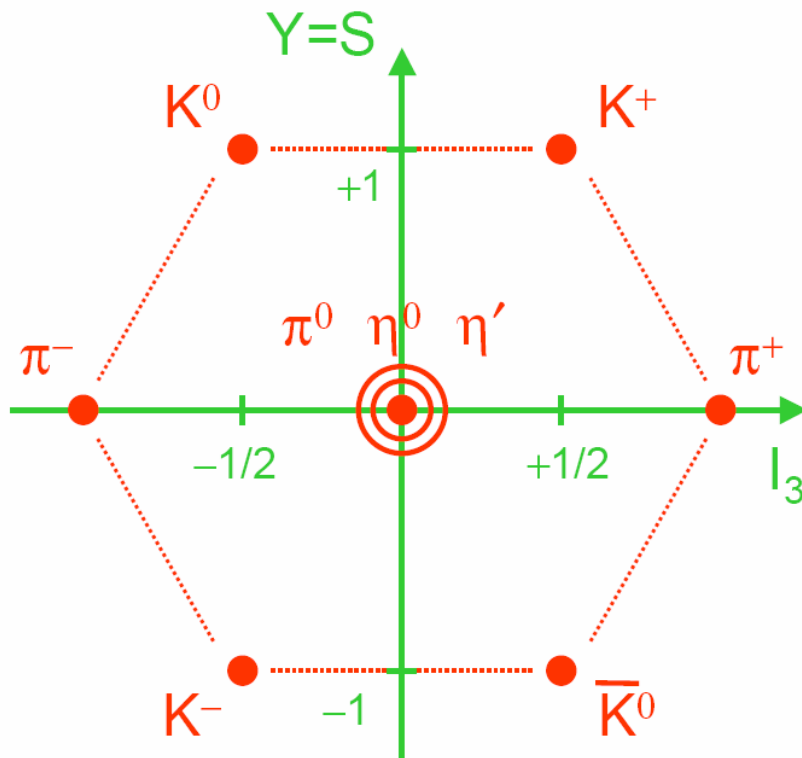


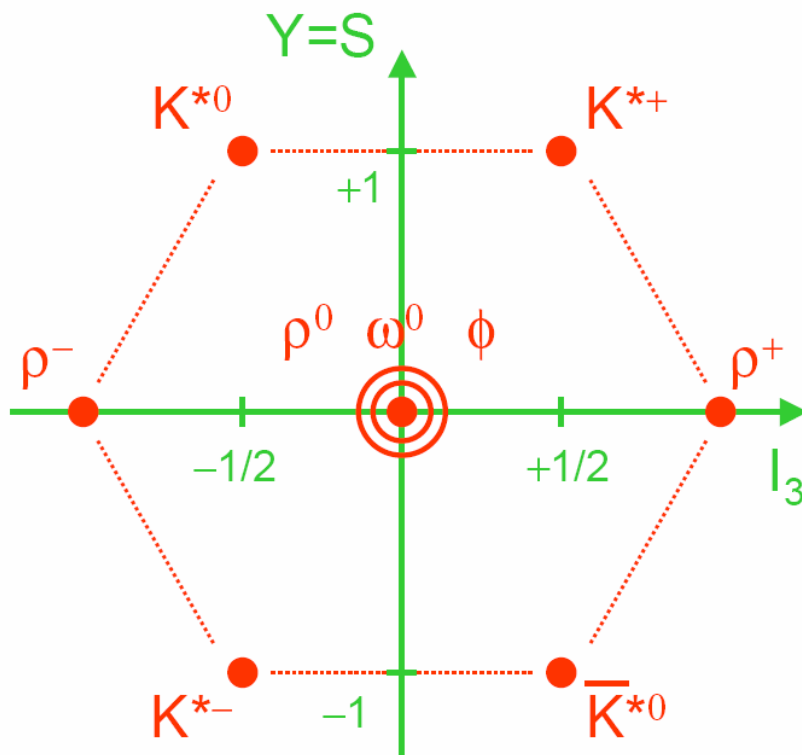
Fig. 2.5 The quark content of the meson nonet, showing the $SU(3)$ decomposition in the I_3, Y plane.

I Mesoni Leggeri



$$\underline{J^{PC} = 0^{-+}}$$

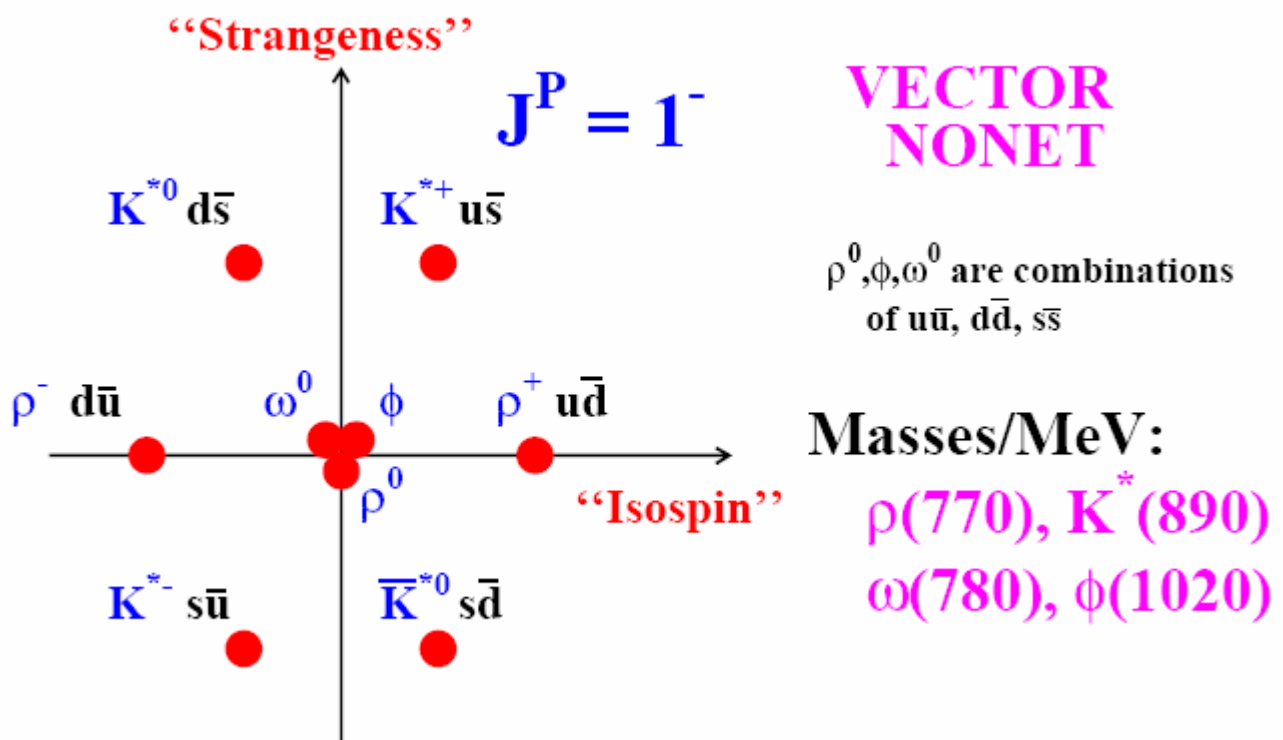
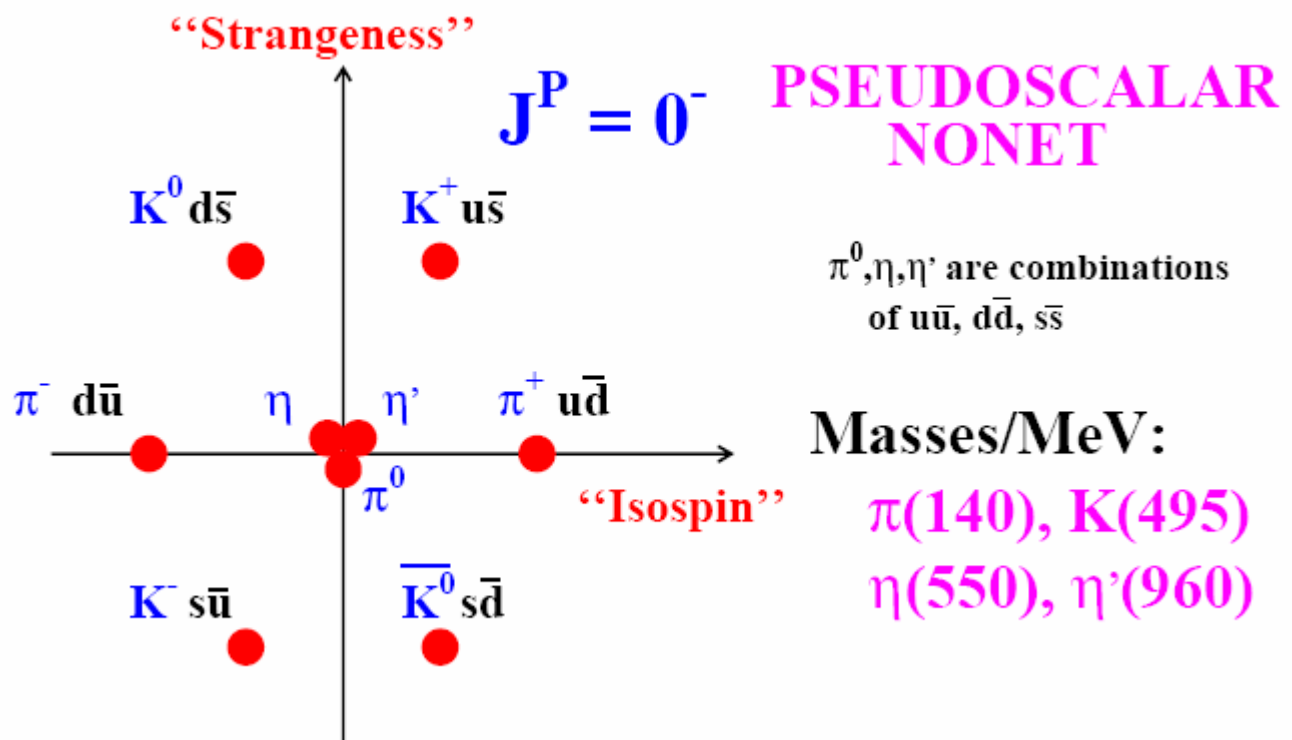
(pseudoscalar
nonet)



$$\underline{J^{PC} = 1^{-}}$$

(vector nonet)

Light Mesons



♦ I Barioni

I barioni sono combinazioni $q_1 q_2 q_3$. Combinando due quark si ottiene $3 \otimes 3 = 6 \oplus \bar{3}$. Combinando questi con il terzo quark ($6 \otimes 3 = 10 \oplus 8$, $\bar{3} \otimes 3 = 8 \oplus 1$) si ottiene un decupletto, due rappresentazioni equivalenti di ottetto e un singoletto

$$3 \otimes 3 \otimes 3 = 10 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 1$$

L'ottetto rappresenta i barioni di spin $1/2$. I tre quark hanno momento angolare orbitale $\ell = 0$ e la somma degli spin $J = 1/2$ ($\uparrow\uparrow\downarrow$). Ci sono due stati uds , con $Q = 0$, $I_3 = 0$, $Y = 0$: Σ^0 è uno stato di isospin $I = 1$ simmetrico ed è simmetrico anche per lo scambio $u \leftrightarrow d$, mentre il singoletto di isospin Λ^0 è antisimmetrico. Il decupletto rappresenta gli stati dei barioni con spin $3/2$. In questo caso i tre quark hanno spin paralleli ($\uparrow\uparrow\uparrow$). Il singoletto rappresenta un barione simile a Λ^0 con spin $3/2$.

Costruzione Grafica dell' ottetto e decuplettodei barioni. Fig 1

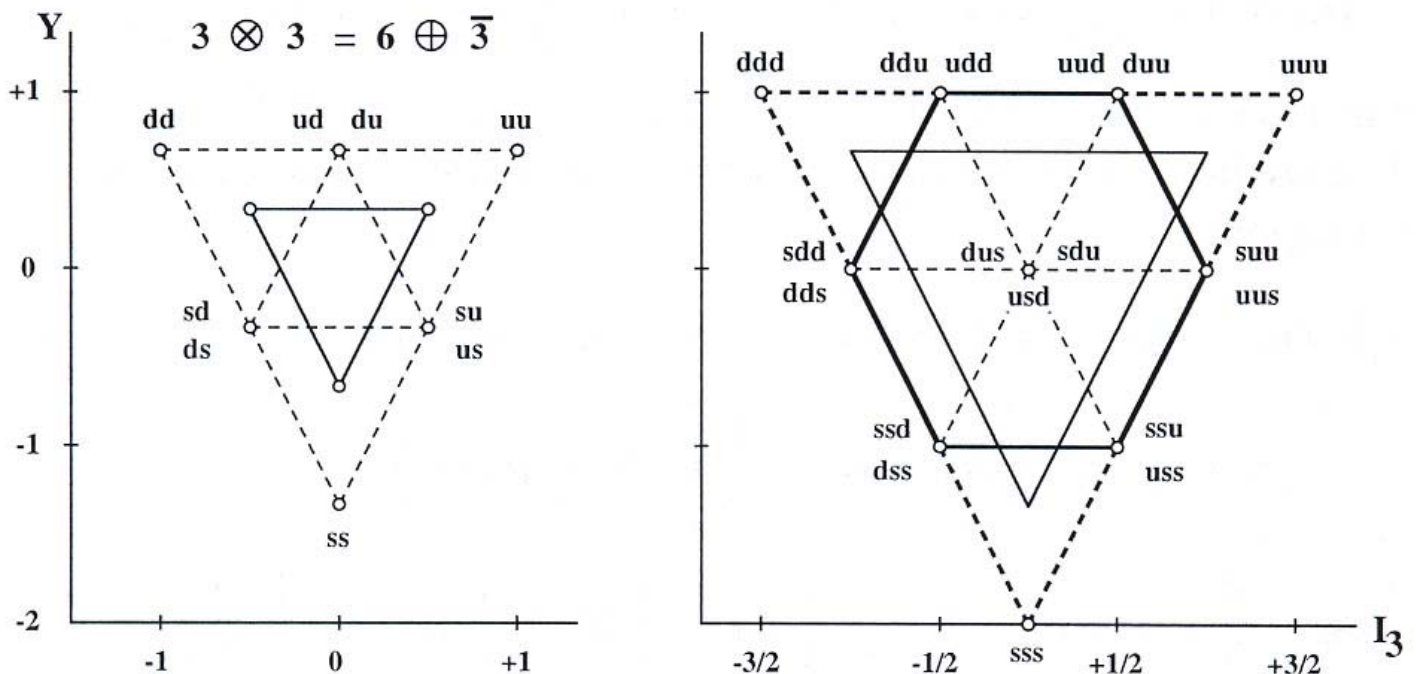
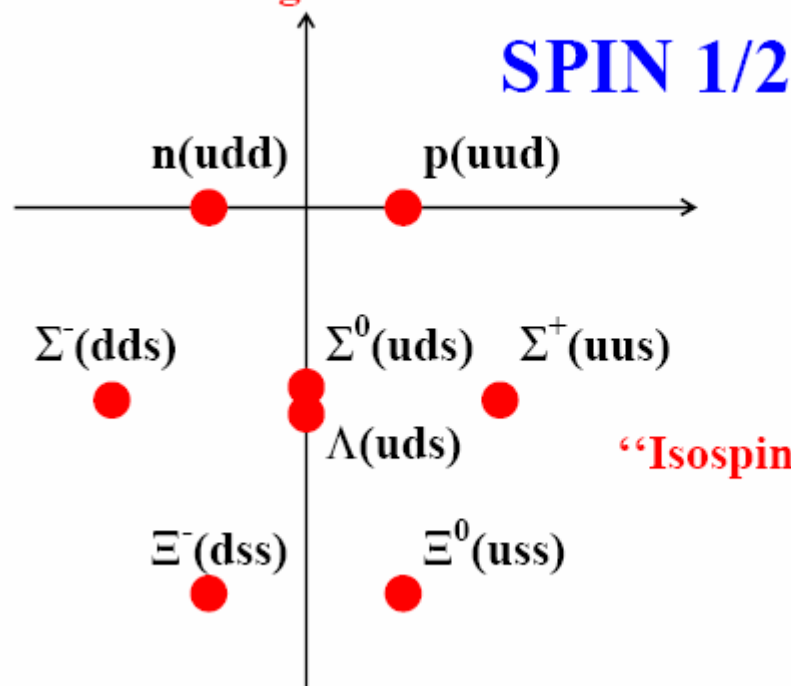


Fig 1

Ottetto e Decupletto dei Barioni

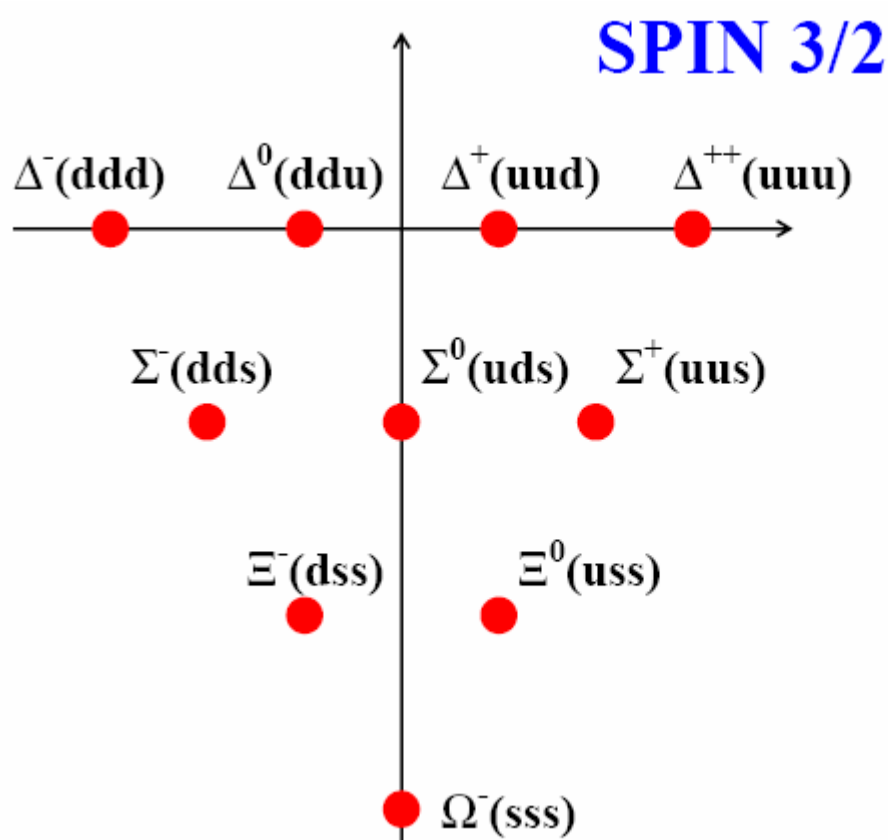
$$S = Y - B \text{ "Strangeness"}$$



940 MeV

1190 MeV
1115 MeV

1320 MeV



1230 MeV

1385 MeV

1530 MeV

1670 MeV

Si abbia un sistema composto da una Σ^- ed un protone. Scrivere la funzione d'onda del sistema in termini degli stati di isospin totale del sistema e calcolare la probabilità di trovare il sistema in uno stato di spin isotopico totale $\frac{1}{2}$

• La Σ^- ha $I=1$ e $I_3=-1$, mentre il protone ha $I=1/2$ e $I_3 = +1/2$, combinando insieme i due stati si può avere come isospin totale $\frac{1}{2}$ oppure $\frac{3}{2}$ e come terza componente $-1/2$.

$$|\Sigma^- p\rangle = \sqrt{\frac{1}{3}} \left| \frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle - \sqrt{\frac{2}{3}} \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle$$

• la probabilità di trovare il sistema in uno stato di isospin totale $\frac{1}{2}$ è di $\frac{2}{3}$

Il barione Λ decade in protone $- \pi^-$ oppure in neutrone $- \pi^0$. Nel decadimento il quark s della Λ si trasforma in un quark u del nucleone, quindi il suo isospin forte varia di $\frac{1}{2}$. Assumendo che nel decadimento della Λ questa regola di selezione venga rispettata e trascurando altre correzioni, qual è il rapporto che ci si aspetterebbe tra il B.R. in $p - \pi^-$ rispetto a quello in $n - \pi^0$?

Il nucleone ha isospin $\frac{1}{2}$ mentre il pione ha isospin 1, quindi un nucleone più un pione possono dare isospin totale uguale a $\frac{1}{2}$ oppure $\frac{3}{2}$. La Λ ha isospin zero, quindi nella funzione d'onda del sistema nucleone-pione occorre prendere in considerazione soltanto la componente con isospin $\frac{1}{2}$, per la regola di selezione $\Delta I = 1/2$

$$p + \pi^- = \left| \frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right\rangle + |1; -1\rangle = -\sqrt{\frac{2}{3}} \left| \frac{1}{2}; -\frac{1}{2} \right\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}} \left| \frac{3}{2}; -\frac{1}{2} \right\rangle$$

$$n + \pi^0 = \left| \frac{1}{2}; -\frac{1}{2} \right\rangle + |1; 0\rangle = \sqrt{\frac{1}{3}} \left| \frac{1}{2}; -\frac{1}{2} \right\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}} \left| \frac{3}{2}; -\frac{1}{2} \right\rangle$$

La probabilità di transizione è proporzionale al quadrato della funzione d'onda:

$$\frac{B.R.(\Lambda \rightarrow p + \pi^-)}{B.R.(\Lambda \rightarrow n + \pi^0)} = \frac{\left| \langle p + \pi^- | \frac{1}{2}; -\frac{1}{2} \rangle \right|^2}{\left| \langle n + \pi^0 | \frac{1}{2}; -\frac{1}{2} \rangle \right|^2} = \frac{\cancel{2}^2 \cancel{3}}{\cancel{1}^2 \cancel{3}} = 2$$

I valori sperimentali sono: $B.R.(\Lambda \rightarrow p + \pi^-) = 63.9\%$; $B.R.(\Lambda \rightarrow n + \pi^0) = 35.8\%$

$$\frac{B.R.(\Lambda \rightarrow p + \pi^-)}{B.R.(\Lambda \rightarrow n + \pi^0)} = \frac{63.9}{35.8} = 1.78$$

Probabilmente vi è un contributo di ordine superiore con $\Delta I = 3/2$

Il K_S^0 può decadere in due pioni carichi oppure in due pioni neutri. Trovare il rapporto tra il B.R. del decadimento in pioni neutri rispetto a quello in pioni carichi. Si ricorda che per ragioni di simmetria lo stato finale deve avere isospin totale zero

Nei decadimento deboli con $\Delta S=1$ si ha $\Delta I=1/2$, quindi dato che il K ha $I=1/2$, lo stato finale dei due pioni deve avere $I=0$ oppure $I=1$. La funzione d'onda dei due pioni deve essere simmetrica rispetto allo scambio delle due particelle, quindi dato che essi hanno spin zero e si trovano in uno stato di momento angolare $l=0$, anche la parte di isospin deve essere simmetrica, quindi $I=0$.

Utilizzando i coefficienti di Clebsh-Gordan si ha:

$$|0; 0\rangle = +\sqrt{\frac{1}{3}} |1, +1; 1, -1\rangle - \sqrt{\frac{1}{3}} |1, 0; 1, 0\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}} |1, -1; 1, +1\rangle =$$

$$\text{Di conseguenza abbiamo: } = +\sqrt{\frac{1}{3}} \pi^+ \pi^- - \sqrt{\frac{1}{3}} \pi^0 \pi^0 + \sqrt{\frac{1}{3}} \pi^- \pi^+$$

$$\text{I valori sperimentali sono: } \frac{B.R. (K_S^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^0)}{B.R. (K_S^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-)} = \frac{|\langle \pi^0 \pi^0 | 0; 0 \rangle|^2}{|\langle \pi^+ \pi^- | 0; 0 \rangle|^2} = \frac{1}{2}$$

$$B.R. (K_S^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^0) = 30.7\% \quad ; \quad B.R. (K_S^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-) = 69.2\%$$

$$\frac{B.R. (K_S^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^0)}{B.R. (K_S^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-)} = \frac{30.7}{69.2} = 0.44$$

Probabilmente vi è un contributo di ordine superiore con $\Delta I=3/2$

Dedurre attraverso quali canali di isospin possono avvenire le seguenti due reazioni:

a) $K^- + p \rightarrow \Sigma^0 + \pi^0$; b) $K^- + p \rightarrow \Sigma^+ + \pi^-$
 Nel caso in cui il canale dominante sia quello con isospin 0 per entrambe le reazioni, trovare il rapporto tra le sezioni d'urto σ_a/σ_b

Ricordiamo l'isospin totale e la terza componente delle particelle coinvolte nella reazione e scriviamo lo stato iniziale ed i due stati finali in termini degli autostati di isospin utilizzando i coefficienti di Clebsch-Gordan.

$$K^- = |I = \frac{1}{2}; I_3 = -\frac{1}{2}\rangle ; p = |I = \frac{1}{2}; I_3 = \frac{1}{2}\rangle \quad \longrightarrow \quad K^- + p = +\sqrt{\frac{1}{2}} |1; 0\rangle - \sqrt{\frac{1}{2}} |0; 0\rangle$$

$$\Sigma^0 = |I = 1; I_3 = 0\rangle ; \pi^0 = |I = 1; I_3 = 0\rangle \quad \longrightarrow \quad \Sigma^0 + \pi^0 = +\sqrt{\frac{2}{3}} |2; 0\rangle - \sqrt{\frac{1}{3}} |0; 0\rangle$$

$$\Sigma^+ = |I = 1; I_3 = 1\rangle ; \pi^- = |I = 1; I_3 = -1\rangle \quad \longrightarrow \quad \Sigma^+ + \pi^- = +\sqrt{\frac{1}{6}} |2; 0\rangle + \sqrt{\frac{1}{2}} |1; 0\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}} |0; 0\rangle$$

Di conseguenza la reazione a) può avvenire soltanto attraverso il canale di isospin totale 0, mentre la reazione b) può avvenire attraverso il canale con isospin 0 ed anche con isospin 1.

Nel caso in cui il canale dominante sia quello con isospin 0 per entrambe le reazioni, allora il rapporto tra le sezioni d'urto è pari al rapporto dei quadrati dei coefficienti di C.G. dell'autostato di isospin 0 nei due stati finali:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_b} = \frac{\left| \langle \Sigma^0 + \pi^0 | 0; 0 \rangle \right|^2}{\left| \langle \Sigma^+ + \pi^- | 0; 0 \rangle \right|^2} = \frac{\left| -\sqrt{\frac{1}{3}} \right|^2}{\left| \sqrt{\frac{1}{3}} \right|^2} = 1$$