МА №4

Для нахождения м. Якоби необходимо вычислить частные производные f

$$J = \begin{pmatrix} \frac{df_1}{dx} & \frac{df_1}{dy} & \frac{df_1}{dz} \\ \frac{df_2}{dx} & \frac{df_2}{dy} & \frac{df_2}{dz} \end{pmatrix}$$

$f_1 = z + y + z$, $f_2 = xyz$

$$\frac{df_1}{dx} = 0 \qquad \frac{df_2}{dx} = yz$$

$$\frac{df_1}{dy} = 1 \qquad \frac{df_2}{dy} = xz$$

$$\frac{df_1}{dz} = 2 \qquad \frac{df_2}{dz} = xy$$

$$J = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ yz & xz & xy \end{pmatrix}$$ — матрица Якоби.

числовое значение в точке $v = (1, 2, 3)$ =

$$J(v) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 6 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

МА. №2

$$\frac{df}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}\cdot(\sqrt{x}+\sqrt{y})}$$

$$\frac{df}{dy} = \frac{1}{2\sqrt{y}\,(\sqrt{x}+\sqrt{y})}$$

левая часть ур-я:

$$x\cdot\frac{df}{dx} + y\frac{df}{dy} = \frac{x}{2\sqrt{x}(\sqrt{x}+\sqrt{y})} +$$

$$+ \frac{y}{2\sqrt{y}(\sqrt{x}+\sqrt{y})} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x\frac{df}{dx} + y\frac{df}{dy} = \frac{(x\sqrt{y} + y\sqrt{x})}{2(x+y+2\sqrt{xy})}$$

$$\Rightarrow x\sqrt{y} + y\sqrt{x} = \frac{(x\sqrt{y} + y\sqrt{x})(\sqrt{x}-\sqrt{y})}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} =$$

$$= \frac{x\sqrt{x} - y\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \frac{(x-y)\sqrt{x}}{\sqrt{x-y}}$$

$$x \frac{df}{dx} + y \frac{df}{dy} = \frac{x-y}{2\sqrt{x-y}}$$

$$x \frac{df}{dx} + y \frac{df}{dy} = \frac{x}{2\sqrt{x}\,(\sqrt{x}+\sqrt{y})} + \frac{y}{2\sqrt{y}\,(\sqrt{x}+\sqrt{y})}$$

$$= \frac{x-y}{2\sqrt{x-y}}$$

левая и прав совпадают $\Rightarrow$ выполнена.

$\lambda((u_1;v_1)+(u_2;v_2)) = \lambda(u_1u_2;v_1-v_2) =$

$= (u_1^\lambda u_2^\lambda; v_1^\lambda - v_2^\lambda) = \lambda(u_1;v_1) +$

$+ \lambda(u_2;v_2)$ и $(\lambda_1+\lambda_2)(u;v) =$

$= ((u^{\lambda_1}\cdot u^{\lambda_2}), (v^{\lambda_1}\cdot v^{\lambda_2})) = \lambda_1(u,v)+\lambda_2(u,v)$

а) $(u,v)+(0,0) = (u,v)$ $! \Leftrightarrow$

$\begin{cases} u\cdot 0 = u \\ v-0 = v \end{cases} \Rightarrow (0;v), \ v>0$

$\Rightarrow (0,1)$ - нулевой эл-т векторного пр-ва

б) $\underline{(u,v)}$

$(-u,v)$ - противоположный

$(u,v)+(-u,v) = (u\cdot(-u), v-v) = (0,0)$

что соотв. нулевому элементу векторного пр-ва

в) размерность $M=1$, т.к. любой вектор (u,v) может быть выражен через вектор.

~~(1, ln v)~~ $(1, \ln v/\ln u$, т.к. $(u,v) =$

$= (1, \ln v/\ln u)\cdot u^{\frac{1}{\ln u}}\cdot v^{\frac{1}{\ln u}}$.

Один из возможных базисов: из вектора

$(1, \ln 2)$, т.к. любой другой м.б. в виде линейной комбинации этого вектора

№ 3. Ассоциативность сложения.

1. $(u_1 \cdot u_2; v_1 - v_2) + (u_3; v_3 - v_4) + (u_4; v_4) =$

$= (u_1 \cdot u_2 \cdot u_3; (v_1 - v_2) - (v_3 - v_4)) + (u_4; v_4) =$

$= (u_1 \cdot u_2 \cdot u_3 \cdot u_4; (v_1 - v_2) - (v_3 - v_4) + v_4)$

$(u_1; v_1) + ((u_2 \cdot u_3; v_3 - v_4) + (u_4; v_4)) = (u_1; v_1) + (u_2 \cdot$
$\cdot u_3 \cdot u_4; v_1 - v_2)$

2) $(u_1; v_1) + (u_2; v_2) = (u_1 \cdot u_2; v_1 - v_2) = (u_2 \cdot u_1; v_2 - v_1) =$
$= (u_2; v_2) + (u_1; v_1)$

3) $(1; 0)$ является нейтральным элементом сложения, т.к. $(u; v) + (1; 0) = (u \cdot 1; v - 0) =$
$(u; v)$ для любого $(u; v)$ из M

4) $(-u; v)$ является противоположным для $(u; v)$, т.к. $(u; v) + (-u; v) =$
$= (u \cdot (-u); v - v) = (1; 0)$ для любого $(u; v)$ ~~из~~ $\in M$

5)

ЛА №7.

P – матрица перехода

$$P = \begin{pmatrix} \bar{e}_1 \text{ в базисе } e_1 & e_2 \\ \bar{e}_2 \text{ в базисе } e_1 & e_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} -2e_1 + 5e_2 = \bar{e}_1 \\ -e_1 + 2e_2 = \bar{e}_2 \end{cases} \Leftrightarrow \quad \begin{aligned} e_1 &= \frac{5}{3}\bar{e}_1 - \frac{1}{3}\bar{e}_2 \\ e_2 &= \frac{1}{3}\bar{e}_1 + \frac{1}{3}\bar{e}_2 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow P = \begin{pmatrix} \frac{5}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

$$B = P^{-1}AP$$

$$P^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{5}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} \frac{5}{3} & \frac{4}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{4}{3} \end{pmatrix}$$ – ответ