ANÁLISIS NUMÉRICO III – 2023
Práctico N$^{\underline{o}}$ 3

Objetivos

- Introducir algunos métodos en diferencias finitas (y derivaciones) para la solución numérica de ecuaciones tipo parabólicas, hiperbólicas y elípticas.

1. Escriba un código para resolver el siguiente problema mediante el esquema de Crank-Nicolson y el Método de Líneas para comparar los resultados obtenidos:

$$\begin{gathered} u_t(t,x) = \beta u_{xx}(t,x) + f(t,x), \quad a < x < b, \quad t \geq 0 \\ u(x,0) = u_0(x), \quad u(a,t) = g_1(t), \quad u(b,t) = g_2(t). \end{gathered}$$

   Utilice $u(t,x) = cos(t)x^2 sen(\pi x)$ y $t_{final} = 1.0$ para testear los códigos. Para el problema semidiscreto utilice Runge-Kutta de orden 4.

2. Implemente y testee los esquemas UpWind y Lax-Wendroff para resolver la siguiente ecuación hiperbólica (con las dos condiciones iniciales):

$$\begin{gathered} u_t + u_x = 0, \quad -1 < x < 1, \quad t \geq 0 \\ u(x,0) = u_0(x); \end{gathered}$$

   con $u_0(x) = (x+1)e^{-x/2}$ y

$$u_0(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } -1/2 \leq x \leq 1/2, \\ 0 & \text{caso contrario,} \end{cases}$$

   con $t_{final} = 1$ con la siguiente condición de borde $u(-1,t) = 0$.

3. Implemente y testee los esquemas Lax-Wendroff dos pasos, Richtmyer y MacCormack para resolver la siguiente ecuación hiperbólicas (con las dos condiciones iniciales):

$$\begin{gathered} u_t + (\tfrac{u^2}{2})_x = 0, \quad -1 < x < 1, \quad t \geq 0 \\ u(x,0) = u_0(x); \end{gathered}$$

   con $u_0(x) = (x+1)e^{-x/2}$ y

$$u_0(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } -1/2 \leq x \leq 1/2, \\ 0 & \text{caso contrario.} \end{cases}$$

   con $t_{final} = 1$.

4. Resolver el problema de los ejercicios 2 y 3 utilizando un esquema espectral con matrices de diferenciación de Chebyshev.