Ingeniería Electrónica y Telecomunicaciones

Probabilidad y Variable Aleatoria

Docente Rolando Linares Delgado

Laboratorio 02

Entregado el 01/07/2023

Camila Valentina Salazar Zúñiga

Semestre IV

2023-1

"La alumna declara haber realizado el presente trabajo de acuerdo a las normas de la Universidad Católica San Pablo"

____

Laboratorio 02

Ejercicios distribucion Gamma y Weibull

1. Sea $T \sim \Gamma(4, 0.5)$.

a) Determine μ_T.

b) Determine σ_T.

c) Determine $P(T \leq 1)$.

d) Determine $P(T \geq 4)$.

Si $T \sim \Gamma(r, \lambda)$ y r es un entero positivo, la función de distribución acumulativa de T está dada por

$$F(x) = P(T \leq x) = \begin{cases} 1 - \sum_{j=0}^{r-1} e^{-\lambda x} \frac{(\lambda x)^j}{j!} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases} \tag{4.44}$$

$T = \Gamma(4, 0.5)$

$r = 4 \ , \ \lambda = 0.5$

a) $\mu_T = \frac{4}{0.5} = \boxed{8}$

b) $\sigma_T^2 = \frac{4}{(0.5)^2} = \boxed{16}$

$\sigma_T = \sqrt{16} = 4$

c) $P(T \leq 1) = P(X \geq 4) \rightarrow X \sim \text{Poisson}(0.5)$

$= 1 - \sum_{j=0}^{3} e^{-0.5} \cdot \frac{(0.5)^j}{j!}$

$\boxed{= 0.00175}$

d) $P(T \geq 4) = 1 - P(T \leq 3)$

$P(T \leq 3) = P(X \geq 4)$

$= 1 - \sum_{j=0}^{3} e^{-1.5} \cdot \frac{(1.5)^j}{j!}$

$= 0.0656$

$\rightarrow 1 - P(T \leq 3) = 1 - 0.0656 = \boxed{0.9344}$

```
#Problema 1
r<-4
lamda<-0.5
e<-2.71828
j<-0:(r-1)
#a) Esperanza
Esp<-4/0.5
Esp
#b) Desv Estandar
varianza<-4/(0.5**2)
Desv<-sqrt(varianza)
Desv
#c) P(T<=1) = P(x>=4)
x<-1
sumProb<-(e**(-lamda*x))*(((lamda*x)**j)/factorial(j))
P<-1-sum(sumProb)
P
#d) P(T>=4) = 1-P(T<=3)
    #P(T<=3) = P(x>=4)
x<-3
#sumProb<-P(x>=4)
sumProb<-(e**(-lamda*x))*(((lamda*x)**j)/factorial(j))
#P<-1-(1-P(x>=4))
P<-1-(1-sum(sumProb))
P
```

```
> #Problema 1
> r<-4
> lamda<-0.5
> e<-2.71828
> j<-0:(r-1)
> #a) Esperanza
> Esp<-4/0.5
> Esp
[1] 8
> #b) Desv Estandar
> varianza<-4/(0.5**2)
> Desv<-sqrt(varianza)
> Desv
[1] 4
> #c) P(T<=1) = P(x>=4)
> x<-1
> sumProb<-(e**(-lamda*x))*(((lamda*x)**j)/factorial(j))
> P<-1-sum(sumProb)
> P
[1] 0.001751287
> #d) P(T>=4) = 1-P(T<=3)
>     #P(T<=3) = P(x>=4)
> x<-3
> #sumProb<-P(x>=4)
> sumProb<-(e**(-lamda*x))*(((lamda*x)**j)/factorial(j))
> #P<-1-(1-P(x>=4))
> P<-1-(1-sum(sumProb))
> P
[1] 0.9343585
```

2. La duración, en años, de un tipo de motor eléctrico pequeño operando en condiciones adversas se distribuye exponencialmente con $\lambda = 3.6$. Cada vez que falla un motor, es reemplazado por otro del mismo tipo. Determine la probabilidad de que menos de seis motores falle dentro de un año.

$$P(T \leq 1) = P(X < 6) \qquad r = 6$$

$$= \sum_{j=0}^{5} e^{-3,6} \cdot \frac{3,6^j}{j!} \qquad \lambda = 3.6$$

$$\boxed{= 0.84412}$$

```
#Problema 2
r<-6
lamda<-3.6
e<-2.71828
j<-0:(r-1)
#P(T<=1)
x<-1
sumProb<-(e**(-lamda*x))*(((lamda*x)**j)/factorial(j))
P<-sum(sumProb)
P
```

23:18 (Top Level)

Console | Terminal | Background Jobs

R 4.3.1 · ~/

```
> #Problema 2
> r<-6
> lamda<-3.6
> e<-2.71828
> j<-0:(r-1)
> #P(T<=1)
> x<-1
> sumProb<-(e**(-lamda*x))*(((lamda*x)**j)/factorial(j))
> P<-sum(sumProb)
> P
[1] 0.8441206
```

3. Sea $T \sim$ Weibull(0.5, 3).

a) Determine μ_T.

a) Determine σ_T.

a) Determine $P(T < 1)$.

a) Determine $P(T > 5)$.

a) Determine $P(2 < T < 4)$.

$\alpha = 0.5$

$\beta = 3$

a) $\mu_T = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{0.5}!\right) = \frac{2}{3} = 0.6667$

b) $\sigma_T^2 = \frac{1}{3^2}\left\{\left(\frac{2}{0.5}\right)! - \left[\left(\frac{1}{0.5}\right)!\right]^2\right\}$

$\sigma_T^2 = \frac{20}{9}$

$\sigma_T = \sqrt{\frac{20}{9}} = \frac{2\sqrt{5}}{3} = 1.4907$

c) $P(T<1) = 1 - e^{-(3)^{0.5}}$

$= 0.8231$

d) $P(T>5) = 1 - P(T \le 5)$

$= 1 - (1 - e^{-(3\cdot 5)^{0.5}})$

$= 1 - (0.9792)$

$= 0.0208$

e) $P(2<T<4) = P(T \le 4) - P(T \le 2)$

$= (1 - e^{-(3\cdot 4)^{0.5}}) - (1 - e^{-(3\cdot 2)^{0.5}})$

$= 0.9687 - 0.9137$

$= 0.055$

```
#Problema 3
alfa<-0.5
beta<-3
#a) Media
Esp<-(1/beta)*(factorial(1/alfa))
Esp
#b) Desv Estandar
varianza<-(1/beta**2)*(factorial(2/alfa)-(factorial(1/alfa)**2))
Desv<-sqrt(varianza)
Desv
#c) P(T<1)
x<-1
Prob1<-1-e**(-(beta*x)**alfa)
Prob1
#d) P(T>5) = 1-P(T<=5)
x<-5
P<-1-e**(-(beta*x)**alfa)
Prob2<-1-P
Prob2
#e) P(2<T<4)
p1<-1-e**(-(beta*4)**alfa)
p2<-1-e**(-(beta*2)**alfa)
Prob3<-p1-p2
Prob3
```

```
> #Problema 3
> alfa<-0.5
> beta<-3
> #a) Media
> Esp<-(1/beta)*(factorial(1/alfa))
> Esp
[1] 0.6666667
> #b) Desv Estandar
> varianza<-(1/beta**2)*(factorial(2/alfa)-(factorial(1/alfa)**2))
> Desv<-sqrt(varianza)
> Desv
[1] 1.490712
> #c) P(T<1)
> x<-1
> Prob1<-1-e**(-(beta*x)**alfa)
> Prob1
[1] 0.8230786
> #d) P(T>5) = 1-P(T<=5)
> x<-5
> P<-1-e**(-(beta*x)**alfa)
> Prob2<-1-P
> Prob2
[1] 0.02079629
> #e) P(2<T<4)
> p1<-1-e**(-(beta*4)**alfa)
> p2<-1-e**(-(beta*2)**alfa)
> Prob3<-p1-p2
> Prob3
[1] 0.05503659
```

5. En el artículo "Parameter Estimation with Only One Complete Failure Observation" (W. Pang, P. Leung y colaboradores, en *International Journal of Reliability, Quality, and Safety Engineering*, 2001:109-122), se modela la duración, en horas, de cierto tipo de cojinete con la distribución de Weibull con parámetros $\alpha = 2.25$ y $\beta = 4.474 \times 10^{-4}$.

a) Determine la probabilidad de que un cojinete dure más de 1 000 horas.

b) Determine la probabilidad de que un cojinete dure menos de 2 000 horas.

$\alpha = 2.25$

$\beta = 4.474 \times 10^{-4}$

a) $P(T > 1000) = 1 - P(T \leq 1000)$

$= 1 - \left(1 - e^{-(4.474 \times 10^{-4} \times 1000)^{2.25}}\right)$

$= 0.8490$

b) $P(T < 2000)$

$= 1 - e^{-(4.474 \cdot 10^{-4} \cdot 2000)^{2.25}}$

$= 0.5410$

```
#Problema 4
alfa<-2.25
beta<-4.474*(10**(-4))
#a) P(T>1000)
x=1000
P<-1-e**(-(beta*x)**alfa)
Prob<-1-P
Prob
#b) P(T>2000)
x<-2000
Prob2<-1-e**(-(beta*x)**alfa)
Prob2
```

74:4 (Top Level)

Console Terminal Background Jobs

R 4.3.1 · ~/

```
> #Problema 4
> alfa<-2.25
> beta<-4.474*(10**(-4))
> #a) P(T>1000)
> x=1000
> P<-1-e**(-(beta*x)**alfa)
> Prob<-1-P
> Prob
[1] 0.8489912
> #b) P(T>2000)
> x<-2000
> Prob2<-1-e**(-(beta*x)**alfa)
> Prob2
[1] 0.5410084
```