

[IA02] TD 4 – logique du premier ordre : sémantique et modélisation

Information	Valeur
Auteur	Sylvain Lagrue (sylvain.lagrue@utc.fr (mailto:sylvain.lagrue@utc.fr))
Licence	Creative Common CC BY-SA 3.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0)
Version document	2.0.5

Exercice 1 ☆

Traduire en français (pas en charabia pseudo-mathématique) les formules logiques suivantes.

Formule 1 :

$\forall x (E(x) \rightarrow (\exists y(C(y) \wedge \exists z(M(z) \wedge T(x, y, z))))))$

- $E(x)$: x est un étudiant
- $C(y)$: y est un cours
- $M(z)$: m est un mauvais enseignant
- $T(x, y, z)$: x suit le cours y enseigné par z

Formule 2 :

$\forall x \forall y \forall z \forall t ((T(t) \wedge C(x, t) \wedge C(y, t) \wedge C(z, t) \wedge D(x, y) \wedge D(x, z) \wedge D(y, z)) \rightarrow G(f(g(x), g(y)), g(z)))$

- $T(x)$: x est un triangle
- $C(x, y)$: x est un côté de y
- $D(x, y)$: x est différent de y
- $G(x, y)$: x est plus grand que y
- $f(x, y)$: somme de x et de y
- $g(x)$: longueur de x

Exercice 2 ☆ ☆

On considère le langage L tel que :

- $C = \{a, b\}$ (symboles de constantes)
- $F = \{f\}$ (symboles de fonctions)
- $P = \{p\}$ (symboles de prédicats)
- $V = \{x, y\}$ (symboles de variables)

Soit l'interprétation I telle que :

- $D = \{1, 2\}$
- $I_c(a) = 1, I_c(b) = 2$

- $I_c(f)(1) = 2, I_c(f)(2) = 1$
- $I_c(p)(2, 1) = F, I_c(p)(2, 2) = F, I_c(p)(1, 2) = V, I_c(p)(1, 1) = V$

Établir la valeur de vérité des formules suivantes.

1. $p(a, f(a))$
2. $p(b, f(b))$
3. $\forall x \forall y p(y, x)$
4. $\forall x \forall y p(y, x) \rightarrow p(f(x), f(y))$

Exercice 3 ☆ ☆ ☆

Traduire les phrases suivantes en logique des prédicats.

- A. Toutes les voitures ont exactement un propriétaire.
- B. Certains étudiants ont une voiture.
- C. Certains étudiants n'ont pas de voiture.

Soit $I = (D, I_c, I_v)$ avec $D = \{a, b\}$ telle que :

- $I_c(voiture) = f_v$ tel que si $x = a$ alors $f_v(x) = V$ sinon $f_v(x) = F$
- $I_c(etudiant) = f_e$ tel que si $x = b$ alors $f_e(x) = V$ sinon $f_e(x) = F$
- $I_c(possede) = f_p$ tel que si $x = b$ et $y = a$ alors $f_p(x, y) = V$ sinon $f_p(x, y) = F$

Calculer $I(A), I(B)$ et $I(C)$

Exercice 4 ☆ ☆ ☆ ☆

Traduire les énoncés suivants en logique des prédicats.

1. Tous les hommes sont méchants.
2. Seulement les hommes sont méchants.
3. Il existe des hommes méchants.
4. Il existe un homme qui n'est pas méchant.
5. Il n'existe pas d'homme méchant.
6. Il existe un homme qui aime toutes les femmes.
7. Chaque chat connaît un chien qui le détecte.
8. Tous les poissons, sauf les requins, sont gentils avec les enfants.
9. Tous les oiseaux ne peuvent pas voler.
10. Chaque personne aime quelqu'un et personne n'aime tout le monde, ou bien quelqu'un aime tout le monde et quelqu'un n'aime personne.
11. Il y a des gens que l'on peut rouler tout le temps et quelquefois on peut rouler tout le monde, mais on ne peut pas rouler tout le monde à chaque fois.
12. N'importe qui peut apprendre la logique s'il travaille assez.