

# IA02 – Logique du premier ordre, quelques exercices complémentaires

---

## Exercice : Le chat Bichou (médián IA02 P21)

---

On considère le problème suivant.

1. Tous les chats du quartier mangent dans le plat de mon chien.
2. Aucun chat roux ne peut être autrement que rusé.
3. Le chat Bichou n'a jamais eu de panier.
4. Les compagnons d'errance de mon chien aiment tous les os à moelle.
5. Seuls les chats du quartier sont rusés.
6. Seuls ses compagnons d'errance mangent dans le plat de mon chien.
7. Les chats qui ne sont pas roux ont tous un panier.

On souhaite modéliser ce problème en logique du premier ordre. On utilisera les concepts `chat/1`, `du_quartier/1`, `roux/1`, `rusé/1`, `possède_panier/1`, `aime_les_os_à_moelle/1`, ainsi que les relations `mange_dans_le_plat_de/2`, `compagnon_errance/2` et les constantes `bichou` et `mon_chien`.

### Questions

1. Modéliser de chacune des phrases en logique du premier ordre.
2. Passer chaque formule sous forme normale (CNF), via par exemple un passage sous forme prénexe et sous forme de Skolem.
3. Montrer, en utilisant le principe de résolution, que Bichou aime les os à moelle.

## Exercice : La grippe (médián AI27 P21)

---

Considérons l'énoncé suivant :

- A. Les personnes qui ont la grippe doivent prendre du Tamiflu.
- B. Les personnes qui ont de la fièvre et qui toussent ont la grippe
- C. Ceux qui ont une température supérieure à  $38^{\circ}$  ont de la fièvre.
- D. Pierre tousse et a une température supérieure à  $38^{\circ}$ .
- E. Pierre doit prendre du Tamiflu

## Questions

1. Modélisez en logique du premier ordre l'énoncé ci-dessus en utilisant les prédicats suivants :
  - $\text{grippe}(x)$  :  $x$  a la grippe
  - $\text{prendre}(x, y)$  :  $x$  doit prendre  $y$ .
  - $\text{fièvre}(x)$  :  $x$  a de la fièvre.
  - $\text{tousse}(x)$  :  $x$  tousse.
  - $\text{temp}(x, t)$  :  $x$  a la température  $t$ .
  - $\text{sup}(x, y)$  :  $x$  est supérieur à  $y$ .
  - On utilisera également les constantes  $38$ ,  $\text{Pierre}$  et  $\text{Tamiflu}$ .
2. Mettre les phrases A. à D. sous forme normale conjonctive.
3. Montrer en utilisant les principes de résolution et de réfutation que E. est la conséquence logique des autres phrases de l'énoncé.

## Exercice : PIC et final en logique du premier ordre (final AI27 P22)

Si les étudiants ont assez de temps, alors ou bien ils étudient le final d'AI27, ou bien ils vont au PIC. S'ils ne réussissent pas leur final, c'est qu'ils n'ont pas étudié et qu'en plus ils n'ont pas eu de chance. Khaled n'a pas été au PIC, mais il n'a pas réussi son final.

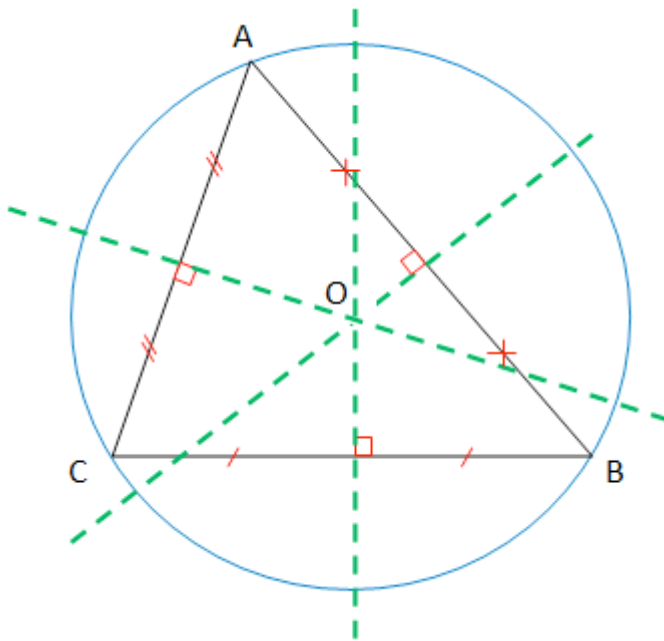
## Questions

1. Modéliser cet énoncé en logique du premier ordre. Commencer en explicitant le vocabulaire.
2. Mettre le problème sous forme normale.
3. Montrer que cet énoncé est cohérent en exhibant un modèle.

4. Montrer, en utilisant les principes de résolution et de réfutation, que Khaled n'a pas eu de temps et qu'il n'a pas eu de chance.

## Exercice : Triangles et médiatrices en logique du 1<sup>er</sup> ordre (median IA02 P22)

L'objectif de cet exercice est de démontrer que les médiatrices des côtés d'un triangle sont concourantes (c.-à.-d. elles passent toutes par un même point). Pour rappel, la médiatrice d'un segment  $[AB]$  est l'ensemble des points équidistants de  $A$  et de  $B$ .



### Modélisation

On utilisera les prédicats suivants :

- $\text{med}/3$ , tel que  $\text{med}(M, A, B)$  signifie que le point  $M$  appartient à la médiatrice du segment  $[AB]$ .
- $\text{eq}/2$ , tel que  $\text{eq}(X, Y)$  signifie que les nombres réels  $X$  et  $Y$  sont égaux.

Et la fonction suivante :

- $d/2$ , tel que  $d(A, B)$  dénote la distance entre les points  $A$  et  $B$ .

## Questions

1. Écrire en logique du 1<sup>er</sup> ordre une formule permettant de caractériser les points de la médiatrice d'un segment comme étant équidistants des extrémités de ce segment.
2. Écrire en logique du 1<sup>er</sup> ordre une formule permettant de décrire les propriétés du prédicat  $eq/2$  (réflexivité, transitivité, symétrie).
3. Écrire les précédentes formules sous forme normale conjonctive.
4. Démontrer que pour tout triangle  $ABC$ , si le point  $M$  appartient à la fois à la médiatrice de  $[AB]$  et à celle de  $[BC]$ , alors il appartient à celle de  $[CA]$ . On utilisera pour cela le principe de résolution.

## Exercice : Logique du premier ordre et modélisation (médian AI27 P22)

---

On considère l'énoncé suivant.

1. Marcus était une personne.
2. Marcus était un Pompéien.
3. Tous les Pompéiens étaient des Romains.
4. César était souverain.
5. Tous les Romains étaient fidèles à César ou le haïssaient.
6. Chacun est fidèle à quelqu'un.
7. Les Romains n'essayent d'assassiner que les souverains auxquels ils ne sont pas fidèles.
8. Marcus a essayé d'assassiner César.

## Questions

1. Modéliser les différentes phrases en logique du premier ordre. Commencer en explicitant le vocabulaire utilisé.
2. Mettre ces formules sous forme de clauses.
3. Déduire, en utilisant les principes de résolution et de réfutation, que Marcus haïssait César.