Grandeurs fondamentales de la sûreté de fonctionnement (suite)

Travaux Dirigés de AI20/LO22

Introduction : Ce TD a pour objectif de se familiariser, à partir de raisonnements simples, avec les grandeurs fondamentales de la sûreté de fonctionnement. Les résultats qui y seront donc établis seront dans une trés large mesure repris dans le cours.

1. On considère le système redondant à 2 composants identiques en redondance active de même λ constant. À partir de l'expression de sa fonction de fiabilité établie dans le TD n°1, trouver le MTTF correspondant. Commenter le résultat obtenu.
2. Effectuer le même calcul pour 3 composants. Généraliser le résultat (on exprimera le MTTF sous la forme d'une intégrale où intervient la défiabilité $1 - r$ du composant et on effectuera le changement de variable $u = 1 - r$). Commenter en comparant le gain sur le MTTF par rapport à un composant unique, et le volume de matériel supplémentaire.
3. On s'intéresse maintenant au système à voteur 2/3, composé de trois éléments de même λ constant : Il s'agit par conséquent du « véritable voteur »(voteur qui n'est ni un système sans redondance N/N, ni un système à redondance active 1/N) le plus simple. Ré-établir la fonction fiabilité en effectuant sur ce cas particulier le rainsonnement établi dans le cas général lors du TD n°1.
4. À partir de l'expression précédente, trouver l'expression du MTTF en fonction de λ et comparer au MTTF d'un composant unique.
5. Afin de comprendre l'origine du résultat (surprenant au premier abord) qui vient d'être obtenu trouver l'expression du comportement aux temps courts de la fiabilité. Montrer que la conséquence en est que la fiabilité du voteur est par conséquent aux temps courts nécessairement au dessus de celle du composant unique.
6. On s'intéresse maintenant au comportement aux temps long, montrer en ne conservant que le terme dominant de la fiabilité du voteur que sa valeur aux temps longs est nécessairement en dessous de celle du composant unique. Les deux courbes ont donc nécessairement un point de croisement pour une valeur particulière du temps. On tentera d'expliquer l'origine du point de croisement et on en cherchera les coordonées.
7. Afin de monter que l'existance de ce point de croisement est générale des véritables voteurs, on revient à l'expression générale de la fiabilité R du voteur p/n à n composants identiques de même fiabilité r. Montrer que pour $0 \leq r \leq 1, f(r) = R - r$ est toujours positive lorsque $p = 1$ et toujours négative lorsque $p = n$. Quelle est la signification de ces résultats ?
8. Donner en ne conservant que le terme dominant en r, le comportement de $R(r)$ au voisinage de $r = 0$. Que peut-on en déduire sur le comportement de $f(r) = R - r$ au voisinage de $r = 0$ dès lors que p est différent de 1 ?
9. On cherche maintenant le comportement au voisinage de $r = 1$. Dans ce but, on introduit la variable $x = 1-r$. En reprenant l'expression de $1 - R$ obtenue au TD n°1, donner en ne conservant que le terme dominant en x le comportement de $R(x)$ au voisinage de de $x = 0$. Que peut-on en déduire sur le comportement de $f(x) = R - r$ au voisinage de $x = 0(r = 1)$ dès lors que p est différent de n ?
10. Monter que ces résultats signifient que dès lors que p est différent de 1 et de n, $f(r)$ est positif au voisinage de $r = 1$ et négatif au voisinage de $r = 0$, et s'annule donc nécessairement pour r compris entre 0 et 1. Quelle est la conséquence de ce résultat sur la fiabilité comparée du système à voteur par rapport àcelle d'un composant unique ? Expliquer qualitativement le résultat obtenu.