

Transmission redondante d'informations

Travaux Dirigés de AI20/LO22

Première partie

Le système étudié dans les trois premières parties est destiné à transmettre des données d'un ordinateur vers un autre ordinateur distant. Dans cette première partie, le système est composé de deux chaînes redondantes identiques émetteur / récepteur. L'émetteur et le récepteur d'une même chaîne sont reliés par une ligne de transmission dont on peut négliger les défaillances. Dans cette configuration, l'émetteur i ($i = 1$ ou 2) ne communique donc qu'avec le récepteur i .

On considère que les seuls modes de défaillance possibles des différents éléments conduisent à :

- Pour un émetteur, aucune émission possible : taux de défaillance constant λ_E .
- Pour un récepteur, aucune réception possible : taux de défaillance constant λ_R .

Le système est opérationnel dès lors qu'un dialogue est possible entre un émetteur et un récepteur.

1. Tracer le diagramme de succès de ce système de transmission et préciser de quel type de configuration il s'agit (parallèle, série, série-parallèle, parallèle-série, complexe).
2. Notant respectivement E_i et R_i les événements traduisant le bon fonctionnement de l'émetteur i et du récepteur i , donner les chemins de succès ou liens minimaux du système.
3. Notant respectivement $\overline{E_i}$ et $\overline{R_i}$ les événements traduisant la panne de l'émetteur i et du récepteur i , donner les coupes minimales du système en précisant leur ordre. Dans cette partie comme dans les suivantes, on cherchera les coupes minimales par simple lecture du diagramme sans chercher à utiliser l'algorithme donné en cours.
4. Considérant les événements panne de 3, tracer l'arbre de causes associé à l'événement sommet "Absence totale de transmissions". On introduira les événements intermédiaires "Absence de communication chaîne 1" et "Absence de communication chaîne 2".
5. Montrer que le traitement de la variable Booléenne associée à l'événement de sommet de 4 permet de retrouver les coupes minimales données en 3.
6. En utilisant les liens minimaux, calculer la fiabilité $R(t)$ du système à l'instant t , supposé non réparable en fonction des fiabilités r_E, r_R d'un émetteur et d'un récepteur, puis des taux de défaillance correspondants.
7. Montrer qu'on obtient le même résultat par un raisonnement direct utilisant les expressions de la fiabilité d'un système série et d'un système parallèle.
8. Utilisant l'expression de la fiabilité ainsi obtenue, calculer le temps moyen jusqu'à défaillance (MTTF) en fonction des taux de défaillance des différents composants. Quel est le gain sur le MTTF par rapport au MTTF d'une chaîne unique ?
9. Donner le comportement aux temps courts (petits devant les inverses des taux de défaillance) de la fonction fiabilité obtenue en 6 ou 7.
10. On cherche maintenant l'impact sur la fiabilité d'une maintenance périodique à tous les instants multiples d'une période T . A ces instants, sous réserve que le système soit toujours opérationnel, on procède à l'échange de tout composant pouvant être défaillant, la durée de l'intervention étant considérée comme négligeable. On suppose également que la durée T est petite devant les inverses de tous les taux de défaillance du système. Donner dans ces conditions le nouveau MTTF du système et montrer qu'il peut être rendu arbitrairement grand en choisissant de façon adéquate la périodicité des maintenances.

Deuxième partie

Dans cette deuxième partie, on remplace les deux lignes de transmission entre les émetteurs et les récepteurs par un système de transmission unique permettant tous les dialogues possibles entre un émetteur et un récepteur. Un émetteur quelconque peut cette fois être mis en relation avec un récepteur quelconque via le système de transmission. Ce système de transmission, plus complexe qu'une simple ligne, peut cette fois connaître des défaillances. On considèrera que le seul mode de défaillance possible est l'absence complète de transmission : taux de défaillance constant λ_T .

11. Tracer le nouveau diagramme de succès, préciser de quel type de configuration il s'agit et donner les liens et coupes minimaux (on notera respectivement T et \bar{T} les événements bon fonctionnement et panne du système de transmission).
12. Tracer l'arbre de défaillance correspondant (on introduira les événements "Absence d'émission", "Absence de réception" et "Absence de transmission") et montrer que son traitement Booléen permet de retrouver les coupes minimales.
13. En utilisant les coupes minimales, calculer la fiabilité du système supposé non réparable et montrer que l'on obtient le même résultat par un raisonnement direct.
14. Montrer que le comportement aux temps courts de la fiabilité est imposé par les défaillances du système de transmission, et en déduire que le MTTF avec maintenances fréquentes (période T courte devant tous les inverses de taux de défaillance) est cette fois limité par $\frac{1}{\lambda_T}$.

Troisième partie

Dans cette troisième partie, on conserve le système de transmission de la deuxième partie permettant tout dialogue entre un émetteur et un récepteur, mais on remet en plus les deux lignes à taux de défaillance négligeable utilisées dans la première partie entre émetteur i et récepteur i ($i = 1$ ou 2).

15. Tracer le diagramme de succès. De quel type de configuration s'agit-il cette fois ? Donner les liens et coupes minimaux.
16. Montrer que l'utilisation du théorème des probabilités totales permet de calculer la fiabilité du système supposé non réparable. On gardera l'expression obtenue sans chercher à la développer et on s'abstiendra de tout calcul de la fiabilité par une autre méthode utilisant liens ou coupes minimaux.

Quatrième partie

Cette partie se propose de généraliser un résultat du cours à propos des architectures série-parallèle et parallèle-série.

Dans le premier système (Série-parallèle), deux files identiques constituées des éléments $1, 2, \dots, n$ sont mises en parallèle. Les deux blocs désignés par i correspondent à deux éléments semblables de même fiabilité r_i .

Dans le second système (Parallèle-série) la redondance est construite au niveau de chaque élément :

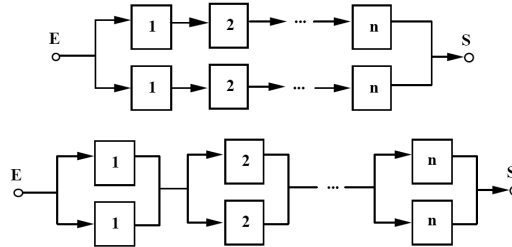


FIG. 1 – Diagrammes de fiabilité

17. Donner pour chaque architecture le nombre de liens minimaux et de coupes minimales.
18. Calculer les fiabilités R_S du système Série-parallèle et R_P du système Parallèle-série en fonction des fiabilités r_i des composants supposés tous indépendants.
19. En déduire la grandeur $D = \frac{R_P - R_S}{\prod_{i=1}^n r_i}$.
20. Montrer que D est positif si tous les r_i sont nuls, et que D est nul si tous les r_i sont égaux à 1.
21. Montrer qu'en tout point du domaine de définition ($0 \leq r_i \leq 1$), D est une fonction décroissante de tous les r_i et ne peut par conséquent pas devenir négative sur ce domaine. En déduire qu'à tout instant $R_P \geq R_S$.