

Examen médian de LO22 Semestre de printemps 2022

Lire attentivement ces instructions avant de commencer. Durée : 1h30

- Aucun document n'est autorisé. Les calculatrices ne sont pas autorisées.
- Les réponses doivent *uniquement* être portées sur la feuille de réponses fournie séparément qui sera la seule à rendre, les cases portées sur le sujet ne seront donc pas prises en compte (peuvent uniquement servir d'aide avant recopie au propre sur la feuille de réponses).
- Les cases correspondant aux réponses considérées comme bonnes doivent être **entièrement remplies** avec un stylo de préférence noir ou bleu. Les cases remplies par erreur peuvent être entièrement recouvertes (contour compris) de ruban ou de liquide correcteur blanc. Des exemplaires supplémentaires de feuille de réponse sont éventuellement disponibles auprès des surveillants en cas de corrections trop nombreuses.
- Toutes les questions ont une unique bonne réponse, tous les points de la question sont attribués si et seulement si uniquement cette bonne réponse est cochée. Aucun point n'est attribué si plusieurs réponses sont cochées.
- Commencez par écrire vos noms et prénoms dans la feuille de réponse.

tournez la page pour commencer

Exercice 1

On considère un voteur 2/3 dont les composants ne sont pas identiques de fiabilités r_1 , r_2 et r_3 .

Question 1

En considérant les différentes possibilités mutuellement exclusives dans lesquelles le système fonctionne et en développant les produits obtenus, donner la fiabilité de ce système.

- | | |
|---|--|
| <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 10px;"><input type="checkbox"/></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;">A</div> $r_1r_2 + r_1r_3 + r_2r_3$ </div> <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 10px;"><input type="checkbox"/></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;">C</div> $r_1r_2 + r_1r_3 + r_2r_3 + r_1r_2r_3$ </div> | <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 10px;"><input type="checkbox"/></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;">B</div> $r_1r_2 + r_1r_3 + r_2r_3 - 2r_1r_2r_3$ </div> <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 10px;"><input type="checkbox"/></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;">D</div> Aucune des trois premières réponses </div> |
|---|--|

Question 2

En considérant les différentes possibilités mutuellement exclusives dans lesquelles le système ne fonctionne pas, calculer la défiabilité de ce système (laissez l'expression sous la forme obtenue sans chercher à la développer).

- | | |
|---|--|
| <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 10px;"><input type="checkbox"/></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;">A</div> $r_1(1-r_2)(1-r_3) + r_2(1-r_1)(1-r_3) + r_3(1-r_1)(1-r_2) + (1-r_1)(1-r_2)(1-r_3)$ </div> <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 10px;"><input type="checkbox"/></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;">B</div> $r_1(1-r_2)(1-r_3) + r_2(1-r_1)(1-r_3) + r_3(1-r_1)(1-r_2)$ </div> <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 10px;"><input type="checkbox"/></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;">C</div> $(1-r_1)(1-r_2)(1-r_3)$ </div> | <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 10px;"><input type="checkbox"/></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;">D</div> Aucune des trois premières réponses </div> |
|---|--|

Question 3

En utilisant l'expression obtenue dans la question (2) et en considérant les ordres en t des différents termes, donner le développement aux temps courts de la fiabilité de ce voteur dans le cas où les taux de défaillance λ_1 , λ_2 , et λ_3 des trois composants sont constants.

- | | |
|--|---|
| <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 10px;"><input type="checkbox"/></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;">A</div> $1 - (\lambda_1\lambda_2 + \lambda_1\lambda_3 + \lambda_2\lambda_3)t + o(t)$ </div> <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 10px;"><input type="checkbox"/></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;">B</div> $1 - 2(\lambda_1\lambda_2 + \lambda_1\lambda_3 + \lambda_2\lambda_3)t + o(t^2)$ </div> | <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 10px;"><input type="checkbox"/></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;">C</div> $1 - (\lambda_1\lambda_2 + \lambda_1\lambda_3 + \lambda_2\lambda_3)t^2 + o(t^2)$ </div> <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 10px;"><input type="checkbox"/></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;">D</div> Aucune des trois premières réponses </div> |
|--|---|

Exercice 2

Lors de l'analyse de fiabilité des systèmes, il est essentiel de pouvoir identifier les composants qui jouent un rôle plus important que d'autres en terme de fiabilité. En pratique, cette identification se fait au moyen des facteurs d'importance, qui cherchent à mesurer l'effet du fonctionnement ou de la défaillance d'un composant sur la défaillance ou le fonctionnement du système complet. Le facteur d'importance de Birnbaum d'un composant i est défini à un instant t donné par :

$$I_i = R_S(i_{OK}) - R_S(i_{KO}) \quad (1)$$

où $R_S(i_{OK})$ et $R_S(i_{KO})$ désignent respectivement la fiabilité du système complet quand le composant i fonctionne et quand i est défaillant.

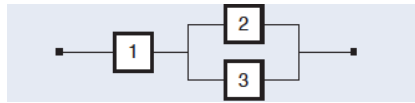


Figure 1: Bloc diagramme de fiabilité du système S_1

Question 4

On considère le système S_1 composé de trois composants 1, 2 et 3 dont les fiabilités respectives sont données par r_1 , r_2 et r_3 . Le facteur d'importance de Birnbaum du composant 3 est alors donné par :

- ☐ A $r_3(1 - r_1) + r_3(1 - r_2)$
☐ B $r_2(1 - r_1)$
☒ C $r_1(1 - r_2)$
☐ D Aucune des trois premières réponses

Question 5

En général, le facteur d'importance de Birnbaum d'un composant dépend de :

- ☐ A la structure du système
 ☐ B les fiabilités des composants
 ☒ C la structure du système et les fiabilités des composants
 ☐ D Aucune des trois premières réponses

Exercice 3

Partie I

Le système étudié dans ce problème est une automotrice ferroviaire constituée de deux voitures ayant chacune deux essieux moteurs. Les quatre moteurs sont supposés tous identiques. On notera r la fiabilité d'un moteur à l'instant t considéré et λ son taux de défaillance. On considère que l'automotrice peut se déplacer avec un moteur en panne quelle que soit sa position, ou avec deux moteurs en panne à condition qu'ils ne soient pas sur la même voiture, ce qui provoquerait une répartition des efforts de traction trop inhomogènes. En d'autres termes le système fonctionne dès lors qu'au moins un moteur par voiture fonctionne, ce qui amène à distinguer l'ensemble moteur de la voiture avant et l'ensemble moteur de la voiture arrière. On considère que les seuls modes de défaillance possibles des moteurs conduisent à ne pas fournir d'effort moteur : taux de défaillance constant λ .

Question 6

Préciser de quel type de configuration il s'agit :

- ☐ A configuration série
 ☐ B configuration parallèle
 ☐ C configuration série-parallèle
☒ D configuration parallèle-série

Question 7

A partir du taux de défaillance λ d'un moteur et du temps t , calculer la fiabilité Rm d'un ensemble moteur (voiture avant ou voiture arrière) et en déduire le temps moyen jusqu'à défaillance (MTTF) de cet ensemble moteur:

- ☒ A $MTTF = \frac{3}{2\lambda}$
 ☐ B $MTTF = \frac{1}{2\lambda}$
 ☐ C $MTTF = \frac{1}{\lambda}$
☐ D Aucune des trois premières réponses

Question 8

A partir de de la fiabilité r d'un moteur et les fiabilités Rm d'un ensemble moteur (voiture avant ou voiture arrière), donner la fiabilité R du système complet en fonction de r :

- ☐ A $R = 1 - (1 - r)^2$
☒ B $R = (1 - (1 - r)^2)^2$
☐ C $R = 1 - (1 - r)^3$
☐ D Aucune des trois premières réponses

Question 9

Donner le comportement aux temps courts (développement limité en fonction de $\lambda t \ll 1$ à l'ordre > 0 le plus bas) de la fiabilité R du système:

- ☐ A $1 - \lambda t + o(t)$
☐ B $1 - (\lambda t)^2 + o(t^2)$
☒ C $1 - 2(\lambda t)^2 + o(t^2)$
☐ D Aucune des trois premières réponses

Partie II

Dans la réalité, les études de dimensionnement ont montré que compte tenu des masses à déplacer, l'automotrice ne peut en fait continuer sa mission dans tous les cas de charge et de pente qu'avec un seul moteur défaillant. L'automotrice est donc considérée comme opérationnelle, dès lors qu'au moins trois moteurs sur les quatre fonctionnent.

Question 10

Préciser de quel type de configuration il s'agit :

- ☐ A configuration parallèle
☐ B configuration série-parallèle
☐ C configuration parallèle-série
☒ D Aucune des trois premières réponses

Question 11

Donner, en fonction de la fiabilité r d'un moteur, la fiabilité R du système:

- ☐ A $R = 4r^3 - 4r^4$
☒ B $R = 4r^3 - 3r^4$
☐ C $R = 1 - (1 - r)^4$
☐ D Aucune des trois premières réponses

Question 12

En utilisant le résultat précédent, donner l'expression de R en fonction du taux de défaillance λ et du temps t , et en déduire le temps moyen jusqu'à défaillance (MTTF) du système :

- ☐ A $MTTF = \frac{3}{12\lambda}$
 ☐ B $MTTF = \frac{5}{12\lambda}$
 ☒ C $MTTF = \frac{7}{12\lambda}$
☐ D Aucune des trois premières réponses

Question 13

Donner le comportement aux temps courts de la fiabilité du système (développement limité de R en fonction de $\lambda t \ll 1$ à l'ordre > 0 le plus bas).

- ☐ A $1 - \lambda t + o(t^2)$
 ☒ B $1 - 6(\lambda t)^2 + o(t^2)$
 ☐ C $1 - 12(\lambda t)^2 + o(t^2)$
☐ D Aucune des trois premières réponses

Question 14

Donner le comportement de la fiabilité du système aux temps longs ($R(r)$ à l'ordre le plus bas en $r \ll 1$, puis $R(t)$ correspondant).

- ☐ A $3e^{-2\lambda t}$
 ☒ B $4e^{-3\lambda t}$
 ☐ C $-3e^{-4\lambda t}$
☐ D Aucune des trois premières réponses

Question 15

On peut donc conclure que :

- ☐ A La courbe de R est au dessus de la courbe de Rm aux temps courts et aux temps longs.
☐ B La courbe de R est au dessus de Rm aux temps courts et elle est au dessous de Rm aux temps longs.
☐ C La courbe de R est au dessous de Rm aux temps courts et elle est au dessus de Rm aux temps longs.
☒ D La courbe de R est au dessous de Rm aux temps courts et aux temps longs.

CORRECTION

Feuille de réponses :

Nom et prénom :

.....

Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur cette feuille : les réponses données sur les feuilles précédentes ne seront pas prises en compte.

N'oubliez pas de porter le nom dans le cadre prévu à cet effet

Question 1 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D

Question 2 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D

Question 3 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D

Question 4 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D

Question 5 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D

Question 6 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D

Question 7 : ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D

Question 8 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D

Question 9 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D

Question 10 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D

Question 11 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D

Question 12 : ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D

Question 13 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D

Question 14 : ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D

Question 15 : ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D