Julienma

EXAMEN MEDIAN

(Documents de cours, TD autorisés)

Exercice 1 :

Une entreprise qui emploie 2 matières premières pour fabriquer 2 types d'articles a reçu commande de 8000 articles 1 et 7000 articles 2 .

Pour l'article 1 , deux méthodes de production sont possibles :
Dans la première méthode (procédé 1) , on utilise 6 tonnes de matière 1 et 1 tonne de matière 2 pour fabriquer 1000 articles et le coût est de 6 unités monétaires.
Dans la deuxième méthode (procédé 2), on utilise 3 tonnes de matière 1 et 2 tonnes de matière 2 pour fabriquer 1000 articles et le coût est de 8 unités monétaires.

Pour l'article 2 , il y a également deux méthodes de production :
Dans la première méthode (procédé 3), on utilise 2 tonnes de matière 1 et 3 tonnes de matière 2 pour fabriquer 1000 articles et le coût est de 4 unités monétaires.
Dans la deuxième méthode (procédé 4), on utilise 12 tonnes de matière 1 et 1 tonne de matière 2 pour fabriquer 1000 articles et le coût est de 6 unités monétaires.

Toutes ces méthodes ne sont pas exclusives et peuvent être utilisées en parallèle .

La production de cette entreprise est limitée par le tonnage disponible des matières 1 et 2, respectivement 116 tonnes et 70 tonnes .

On cherche une politique de production à coût minimal. En posant

x1= nombre de milliers d'articles 1 fabriqués avec le procédé 1,
x2= nombre de milliers d'articles 1 fabriqués avec le procédé 2,
x3= nombre de milliers d'articles 2 fabriqués avec le procédé 3,
x4= nombre de milliers d'articles 2 fabriqués avec le procédé 4,

donner une formulation du problème sous la forme d'un programme linéaire .
(ne pas chercher à le résoudre !)

Exercice 2 :

Soit t un nombre réel quelconque. On considère le programme linéaire (P_t) suivant :

$z(\max)=2x_1+x_2$

$x_1 + x_2 \leq 4$

$x_2 - x_1 \leq 2$

$x_1 \leq t+3$

$0 \leq x_1 \, , 0 \leq x_2$.

1) Résoudre (P_t) pour t=0 par la méthode primale du simplexe (2 itérations au maximum). On appellera I(0) la base optimale . Vérifier graphiquement le résultat obtenu.

TSVP →

2) Montrer qu'avec t quelconque, le tableau (noté T(t)) correspondant à la base I(0) est le suivant :

	x_1	x_2	$\underline{x}_1$	$\underline{x}_2$	$\underline{x}_3$	
x_1	1	0	0	0	1	t+3
x_2	0	1	1	0	-1	1-t
$\underline{x}_2$	0	0	-1	1	2	4+2 t
coût	0	0	-1	0	-1	z-7-t

3) Représenter graphiquement le problème et en déduire l'intervalle [a,b] (non nécessairement borné) dans lequel t doit se trouver pour que (Pt) ait une solution.
4) Donner l'intervalle [e,f] dans lequel t doit se trouver pour que la base I(0) soit optimale.
5) Tracer la fonction z (maximum) en fonction de t .
(NB : pour les questions 4 et 5 on fera les calculs sur les tableaux et on justifiera graphiquement a posteriori)

Exercice 3 :
On reprend le programme linéaire (P_t) de l'exercice précédent et on fixe t=0.
1) Donner le programme dual (D) associé à (P_0).
2) Donner le tableau dual optimal de (D). On précisera notamment les variables naturelles et les variables d'écart de (D) sur le tableau.

Exercice 4 :
On considère le programme linéaire en nombres entiers suivant :
max $2x_1 + x_2$
st $3x_1 - 5x_2 \leq 0$
$3x_1 + 5x_2 \leq 15$
$x_1 , x_2 \in \mathbb{N}$
Résoudre en utilisant la procédure de Dakin (on résoudra les PL graphiquement) en branchant prioritairement sur la variable x_1.

Exercice 5 :
Soit **P** une formulation linéaire en nombre entiers pour le problème du voyageur de commerce. Rappelons que ce problème est NP-difficile. Est-il possible de définir un algorithme pour résoudre **P** qui procède par la génération d'un nombre polynomial de coupes? Justifier votre réponse.