

# Resolveur de Taquin 3x3

## Structure:

- Les état qui sont des tableau 3x3 avec une case vide de coordonnées (ligne,colonne).
- Une file de priorité, contenant l'ensemble des états en frontières.
- ~~Un arbre binaire de recherche contenant l'ensemble des états exploré.~~

## Remarque:

- L'ensemble des état exploré ne nous sert pas dans notre programme, on expliquera plus tard pourquoi.
- Dans la file de priorité, les état sont accompagnés de leur chemin (ex: "BDBGGHGB") et de la valeur de la fonction d'évaluation  $f()=g()+h()$ .

## L'état initial:

Certains états ne sont pas résoluble (la moitié), il faut pouvoir arriver à l'état final.

Pour être sûr de partir d'un état qui a une solution, (et si l'état initial n'est pas donné) on va crée un état resoluble de la façon suivante:

- On prend l'état final  
0 1 2  
3 4 5  
6 7 X

- On fait bouger la case vide X **aléatoirement** un certain nombre de fois.

## Remarque:

*Plus on mélange, et plus l'état risque d'être compliqué à résoudre. Ce n'est pas un problème pour le taquin 3x3, par contre pour un taquin 4x4, 5x5, 6x6... plus on mélange moins notre programme a de chance d'arriver à le résoudre.*

## L'algorithme A\*et ses adaptations:

Dans les shémas suivant, l'état noir sera l'état qu'on l'on regarde (actuel) et la zone turquoise est la file de la frontière.

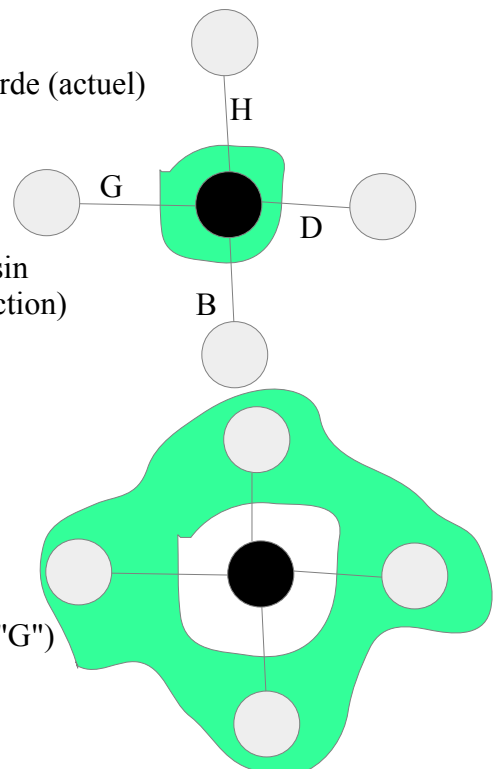
- Au départ, on prend l'état initial, et on regarde ses états voisin (il y a au maximum 4 états voisins, soit un dans chaque direction)

- L'état que l'on regardais est ensuite enlever de la frontière

- Et ses états voisins sont ajouter dans la frontière en respectant la priorité de la file, c'est à dire que **la tête de la file sera toujours l'état avec la plus petite valeur de  $f()=g()+h()$ .**

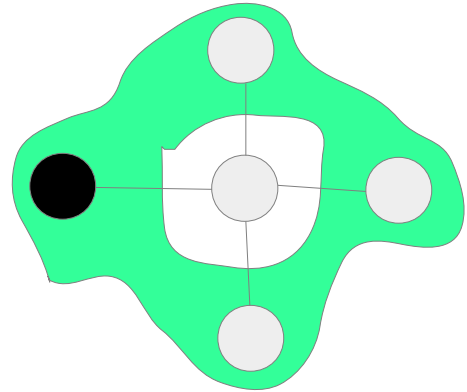
De plus, l'état est accompagné de sont chemin

(dans l'exemple, on prendra l'état de gauche avec le chemin "G")

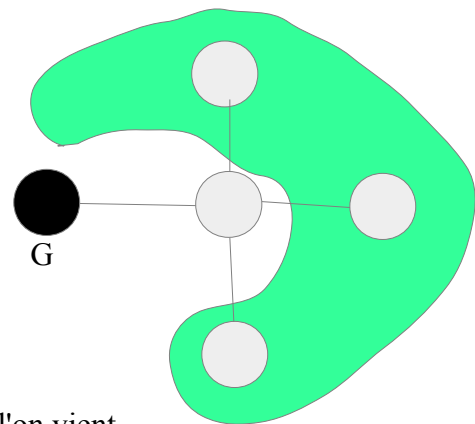


-Ensuite, TANT QUE l'état actuel n'est pas l'état résolu, on répétera les opérations suivantes:

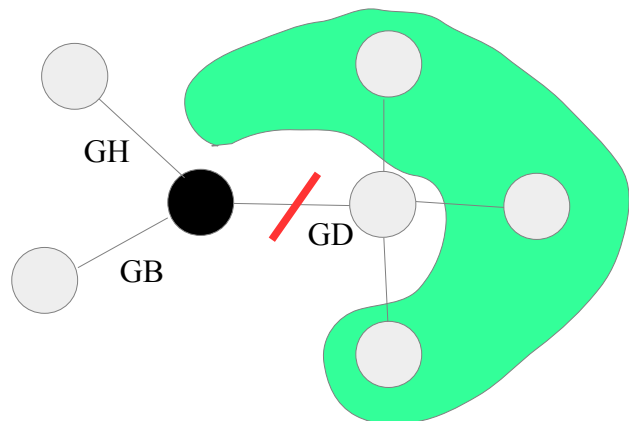
1) L'état actuel prend l'état de la tête de la file de priorité



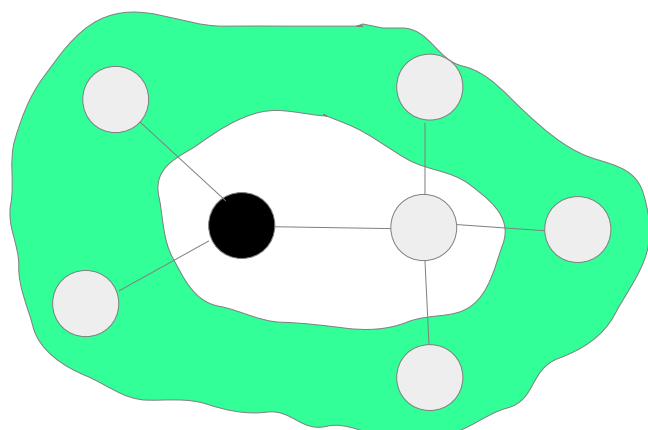
2) La tête (l'état actuel) est enlevée de la file (on retiendra en mémoire son état et son chemin)



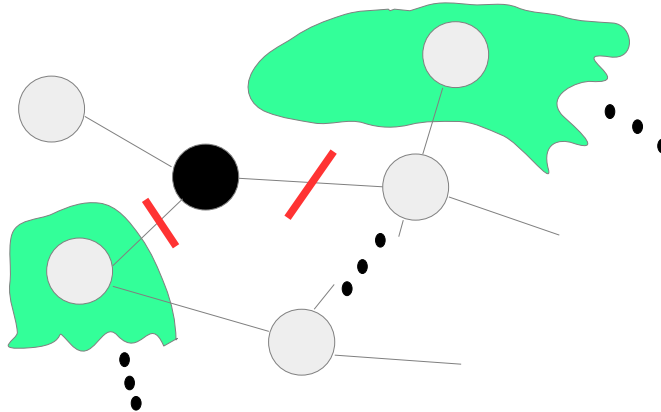
3) On regarde tout les états voisins SAUF celui d'où l'on vient (comme la dernière lettre du chemin est G, on regarde pas à D)



4) On met dans la frontière les voisins avec leurs chemins et leur valeur de  $f()$  (toujours avec la valeur de  $f()$  la plus petite en priorité)



4.bis) Si un état voisin est déjà dans la frontière, il ne sera pas ajouté à nouveau.  
C'est pour cela que l'on a pas besoin de connaître les états explorés. Il est impossible de se retrouver avec un état voisin exploré sans passer par la frontière, or comme leurs chemins sont enregistrés, ils savent d'où ils viennent et donc ne retournent pas sur un état exploré.



Si l'état final n'a pas été trouvé, retour à l'étape 1.

### La fonction d'évaluation:

$$f()=g()+h()$$

$g()$  correspond tout simplement à la longueur du chemin parcouru.

Lorsque l'on ajoute un état dans la frontière comme vu précédemment, on va ajouter la taille du chemin de l'état actuel + 1.

Par exemple, si l'état actuel a comme chemin "GBHHD", son voisin a comme valeur  $f()=6+h()$ .

### L'heuristique $h()$ :

C'est là que ça se complique, l'heuristique est une estimation du chemin qu'il reste à parcourir pour un état donné.

On peut prendre par exemple la distance de Manhattan, soit la somme de toutes les distances entre les cases de l'état actuel et l'endroit où elles se trouvent sur l'état final.

Par exemple, en comparant :

5 6 1	0 1 2
2 3 7	3 4 5
0 4 X	6 7 X

5 est à 3 cases de là où il devrait être.

6 est à 3 cases de là où il devrait être.

1 est à 1 case de là où il devrait être.

2 est à 3 cases de là où il devrait être.

3 est à 2 cases de là où il devrait être.

7 est à 2 cases de là où il devrait être.

0 est à 2 cases de là où il devrait être.

4 est à 1 case de là où il devrait être.

X est à 0 cases de là où il devrait être.

$$h()=3+3+1+3+2+2+2+1+0=17 \quad \text{Avec les distances de Manhattan!}$$

Cependant, il y d'autres heuristiques qui peuvent être plus efficaces.

En reprenant les autres heuristiques données dans le sujet on effectue quelques tests avec un tirage (aléatoire mais soluble) de 5 états:

1)     3 6 5  
       X 1 0  
       2 7 4

2)     6 7 1  
       0 3 2  
       X 4 5

3)     5 4 2  
       3 7 1  
       6 X 0

4)     6 7 1  
       0 5 3  
       4 2 X

5)     2 0 X  
       3 1 7  
       4 5 6

### **Heuristique 1**

Pour la case 0, on multiplie la distance de Manhattan par **36**

Pour la case 1, on multiplie la distance de Manhattan par **12**

Pour la case 2, on multiplie la distance de Manhattan par **12**

Pour la case 3, on multiplie la distance de Manhattan par **4**

Pour la case 4, on multiplie la distance de Manhattan par **1**

Pour la case 5, on multiplie la distance de Manhattan par **1**

Pour la case 6, on multiplie la distance de Manhattan par **4**

Pour la case 7, on multiplie la distance de Manhattan par **1**

Pour la case X, on multiplie la distance de Manhattan par **0**

**Et on divise le résultat par 4.**

- 1) 2465 états explorés, 37 déplacements
- 2) 128 états explorés, 20 déplacements
- 3) 1763 états explorés, 35 déplacements
- 4) 589 états explorés, 26 déplacements
- 5) 1538 états explorés, 30 déplacements

En moyenne: -1296,6 états explorés,  
-29,6 déplacements

### **Heuristique 2**

Pour la case 0, on multiplie la distance de Manhatttan par 8  
Pour la case 1, on multiplie la distance de Manhatttan par 7  
Pour la case 2, on multiplie la distance de Manhatttan par 6  
Pour la case 3, on multiplie la distance de Manhatttan par 5  
Pour la case 4, on multiplie la distance de Manhatttan par 4  
Pour la case 5, on multiplie la distance de Manhatttan par 3  
Pour la case 6, on multiplie la distance de Manhatttan par 2  
Pour la case 7, on multiplie la distance de Manhatttan par 1  
Pour la case X, on multiplie la distance de Manhatttan par 0

- 1) 760 états explorés, 41 déplacements
- 2) 2630 états explorés, 30 déplacements
- 3) 2375 états explorés, 41 déplacements
- 4) 2245 états explorés, 24 déplacements
- 5) 3485 états explorés, 34 déplacements

En moyenne: -2299 états explorés,  
-34 déplacements

### **Heuristique 3**

Pour la case 0, on multiplie la distance de Manhatttan par 8  
Pour la case 1, on multiplie la distance de Manhatttan par 7  
Pour la case 2, on multiplie la distance de Manhatttan par 6  
Pour la case 3, on multiplie la distance de Manhatttan par 5  
Pour la case 4, on multiplie la distance de Manhatttan par 4  
Pour la case 5, on multiplie la distance de Manhatttan par 3  
Pour la case 6, on multiplie la distance de Manhatttan par 2  
Pour la case 7, on multiplie la distance de Manhatttan par 1  
Pour la case X, on multiplie la distance de Manhatttan par 0

**Et on divise le resultat par 4.**

- 1) 14975 états explorés, 29 déplacements
- 2) 319 états explorés, 20 déplacements
- 3) 2666 états explorés, 25 déplacements
- 4) 733 états explorés, 24 déplacements
- 5) 5904 états explorés, 26 déplacements

En moyenne: -4919,4 états explorés,  
-24,8 déplacements

### **Heuristique 4**

Pour la case 0, on multiplie la distance de Manhatttan par 8  
Pour la case 1, on multiplie la distance de Manhatttan par 7  
Pour la case 2, on multiplie la distance de Manhatttan par 6  
Pour la case 3, on multiplie la distance de Manhatttan par 5  
Pour la case 4, on multiplie la distance de Manhatttan par 3  
Pour la case 5, on multiplie la distance de Manhatttan par 2  
Pour la case 6, on multiplie la distance de Manhatttan par 4  
Pour la case 7, on multiplie la distance de Manhatttan par 1  
Pour la case X, on multiplie la distance de Manhatttan par 0

- 1) 718 états explorés, 41 déplacements
- 2) 1312 états explorés, 36 déplacements
- 3) 431 états explorés, 35 déplacements
- 4) 1436 états explorés, 42 déplacements
- 5) 1382 états explorés, 28 déplacements

En moyenne: -1055,8 états explorés,  
-36,4 déplacements

### **Heuristique 5**

Pour la case 0, on multipli la distance de Manhanntan par **8**  
 Pour la case 1, on multipli la distance de Manhanntan par **7**  
 Pour la case 2, on multipli la distance de Manhanntan par **6**  
 Pour la case 3, on multipli la distance de Manhanntan par **5**  
 Pour la case 4, on multipli la distance de Manhanntan par **3**  
 Pour la case 5, on multipli la distance de Manhanntan par **2**  
 Pour la case 6, on multipli la distance de Manhanntan par **4**  
 Pour la case 7, on multipli la distance de Manhanntan par **1**  
 Pour la case X, on multipli la distance de Manhanntan par **0**

**Et on divise le resultat par 4.**

- 1) 11843 états explorés, 29 déplacements
- 2) 233 états explorés, 20 déplacements
- 3) 3996 états explorés, 25 déplacements
- 4) 827 états explorés, 24 déplacements
- 5) 4801 états explorés, 26 déplacements

En moyenne: -4340 états explorés,  
-24,8 déplacements

### **Heuristique 6** (distance de Mahattan vu précédement)

Pour la case 0, on multipli la distance de Manhanntan par **1**  
 Pour la case 1, on multipli la distance de Manhanntan par **1**  
 Pour la case 2, on multipli la distance de Manhanntan par **1**  
 Pour la case 3, on multipli la distance de Manhanntan par **1**  
 Pour la case 4, on multipli la distance de Manhanntan par **1**  
 Pour la case 5, on multipli la distance de Manhanntan par **1**  
 Pour la case 6, on multipli la distance de Manhanntan par **1**  
 Pour la case 7, on multipli la distance de Manhanntan par **1**  
 Pour la case X, on multipli la distance de Manhanntan par **0**

- 1) 16998 états explorés, 29 déplacements
- 2) 389 états explorés, 20 déplacements
- 3) 4210 états explorés, 25 déplacements
- 4) 1101 états explorés, 24 déplacements
- 5) 3809 états explorés, 26 déplacements

En moyenne: -5301,4 états explorés,  
-24,8 déplacements

### **Conclusion (Pour ce tirage):**

L'heuristique est plus 4 est la plus rapide.

Les heuristiques 3, 5 et 6 apporte des meilleurs solutions (5 étant la plus rapide des trois).

Tableau récapitulatif du tirage:

	H1	H2	H3	H4	H5	H6
Vitesse moyenne	1296,6	2299	4919,4	1055,8	4340	5301,4
Longueur moyenne	29,6	34	24,8	36,4	24,8	24,8
Ratio vit/long	43.8	67,6	198,36	29	175	213,8

*En ce qui concerne les Taquins 4x4, le programme fonctionne parfois seulement, cela dépend de la complexité de l'état initial.*

*Pour les 5x5 les solutions sont encore plus rares.*

*Pour les 6x6 encore plus etc ...*