Aide-Mémoire Matrices

$$\begin{vmatrix}
1 & -1 & & \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 & & \\ & & 2 & & \end{vmatrix} \begin{vmatrix}
1 & -1 \\ 0 & 2 & & \\ & & 2 & & \end{vmatrix} \begin{vmatrix}
1 & -1 \\ 0 & 2 & & \\ & & 2 & & \end{vmatrix}$$

▶ Pour obtenir des matrices *de plus petite taille*, plus condensées, voire les utiliser en mode « *inline* », on dispose de l'environnement \begin{smallmatrix}..\end{smallmatrix} du package *amsmath*.

On peut aussi utiliser la commande \scalebox[coeff]{..}:

▶ Positionnement vertical des colonnes : par défaut, les environnements précédents centrent les colonnes des matrices. ceci peut produire des effets pas toujours agréables à l'œil. On peut via les commandes La redéfinir un tableau ou alors utiliser les environnements \begin{matrix*} \begin{pmatrix*} \begin{pmatrix*} \begin{smallmatrix*}...du package mathtools qui permettent de choisir l'alignement interne aux colonnes. La commande est \begin{pmatrix*} [type] où type est n'importe quel type de positionnement valide dans l'environnement array comme r 1 c.

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$$
 \quad \left\{\text{begin}\{\text{pmatrix}\}\{\text{lr}\] 2 \& -3 \\ -1 \& 4 \\ \text{end}\{\text{pmatrix}\}\}\}

► *L'écartement des colonnes* est géré automatiquement par L'EX qui adapte la largeur au contenu. On peut néanmoins combiner un \phantom avec un \\[negatif] pour donner sa propre taille.

```
\begin{pmatrix}
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\
3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\
4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\
5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\
6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6
\end{pmatrix}
```

```
\newcommand{\aaa}
{\hphantom{\hspace{1cm}}}
\setstretch{2}
\begin{pmatrix}

1&1&1&1&1&1 \\
2&2&2&2&2&2 \\
3&3&3&3&3&3 \\
4&4&4&4&4&4 \\
5&5&5&5&5&5 \\
6&6&6&6&6&6 \\[-0.7cm]
\aaa&\aaa&\aaa&\aaa&\aaa
```

Les matrices de taille $(n \times n)$ nécessitent l'usage de pointillés. Dans La sont prédéfinis les commandes **\dots \vdots \dots** mais il manque la diagonale inverse. On peut la trouver dans de divers packages mathématiques. Sinon, on peut tout simplement se créer la macro **\newcommand{\revdots}{\reflectbox{\$\dots\$}}.** A noter aussi, lu sur le web, la commande inverse basée sur la formule de **\ddots** donnée p.359 dans « *The TeXbook* » de D. Knuth.

```
\newcommand{\revdots}{\mathinner
      {\mkern1mu\raise1pt\vbox{\kern7pt\hbox{.}}
      \mkern2mu\raise4pt\hbox{.}
      \mkern2mu\raise7pt\hbox{.}\mkern1mu}
}
```

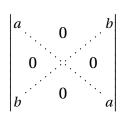
Je m'en suis d'ailleurs inspiré aussi, pour réaliser un \croixdots qui m'a servi juste pour dessiner le classique déterminant « *en croix* » donné en calcul à mes élèves (Il y a bien sûr le problème de la parité...) :

```
\mexcommand{\croixdots}{%
  \mathinner{
    \mkern1mu\raise7pt\vbox{\kern7pt % Utile ?
    \hbox{.}}
    \mkern-5mu % fait de visu....
    \raise1pt\vbox{\hbox{.}}
    \mkern2mu\raise4pt\hbox{.}}
    \mkern2mu\raise1pt\hbox{.}}
    \mkern-5mu % fait de visu....
    \raise7pt\vbox{\hbox{.}}
    \mkern1mu
    } %
}
```

```
\begin{vmatrix} a & 0 & \dots & \dots & 0 & b \\ 0 & a & \ddots & & \ddots & b & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & & \ddots & \vdots \\ 0 & b & \ddots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ b & 0 & \dots & \dots & 0 & a \end{vmatrix}
```

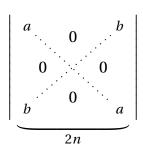
```
\begin{vmatrix}
a & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & b \\
0 & a & \ddots & & \revdots & b & 0 \\
\vdots & \ddots & \revdots & \revdots & \vdots \\
\vdots & & \revdots & \revdots & \vdots \\
\vdots & & \revdots & \vdots \\
\vdots & \revdots & \revdots & \vdots \\
0 & b & \revdots & & \ddots & a & 0 \\
b & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & a
\end{vmatrix}
```

On peut dessiner une matrice nettement plus jolie (et plus condensée) avec TikZ: Il y a deux méthodes, celle « à *l'ancienne* », où on tatonne pour les pointillés :



```
\node(A)at(0,0){$ \begin{vmatrix}
a&\hphantom{\hspace{1.5cm}}&b
\\[1.5cm]
b&&a
\end{vmatrix}$};
\draw[loosely dotted,thick](-1,0.8)--(1,-0.8);
\draw[loosely dotted,thick](1,0.8)--(-1,-0.8);
\foreach \i/\j in \{0/.8,0/-.8,.8/0,-.8/0}
\node[scale=1.2] at (\i,\j){$0$};
```

La deuxième méthode, beaucoup plus efficace et dans le style de TikZ, est d'utiliser en préambule le chargement du package *usetikzlibrary{matrix}* puis la commande \matrix[matrix of nodes], voire même \matrix[matrix of math nodes] qui permet l'utilisation directe du mode maths dans les cellules (nodes) de la matrice. Cette commande permet de joindre les nœuds de façon méthodique et évite le tâtonnement (comme plus haut) dans les pointillés. On donne un nom à la matrice, dans l'exemple c'est *M*, puis on repère chaque noeud (cellule/élément) par M-i-j. Il suffit ensuite d'utiliser les traditionnels « *anchors* » des nodes qui sont north south west north east...Dernière option, le choix des « *délimiteurs* », options left delimiter right delimiter et même below delimiter above delimiter:

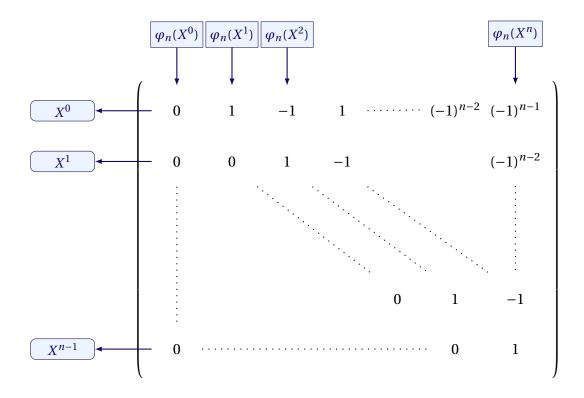


```
\matrix(M) [matrix of math nodes, left delimiter=|, right delimiter=|,
column sep=2cm, row sep=1.7cm, below delimiter=| ]
{    a & b \\
    b & a \\ };
\node[below=2mm] at (M.south) {$2n$};
\draw[loosely dotted,thick](M-1-1.south east)--(M-2-2.north west);
\draw[loosely dotted,thick](M-1-2.south west)--(M-2-1.north east);
\foreach \pos in {(0,.8),(0,-.8),(.8,0),(-.8,0)}
    \node[scale=1.2] at \pos {$0$};
```

► A noter la commande \bordermatrix pour « border » une matrice à gauche. Il y a aussi \bordermatrix*{..} pour border à droite et pour utiliser d'autres « parenthèses » comme [.] ou {.} on utilise la syntaxe \bordermatrix[{[]}] { ... } et \bordermatrix[\{\}] { ... }

```
f(e_1) f(e_2)
e_1 \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}
```

Là-encore, on peut réaliser des choses plus jolies avec TikZ, et cela prend peu de temps, juste le temps de comprendre comment fonctionne le positionnement et les styles :



```
\newcommand{\aaa}{\hphantom{\hspace{1.1cm}}}
\matrix(M) [matrix of math nodes, left delimiter=(, right delimiter=),
 nodes={minimum size=1.2cm, scale=1.1}] %row sep=0.1cm,
0 \& 0 \& 1 \& -1 \& \&
                                & (-1)^{n-2} \
  \aaa&\aaa&\aaa&\aaa&\aaa&\aaa&\aaa
                 &0&
    & &
           &
  0 & &
           &
                 & &
                        0
                                &
                                   1
};
\tikzset{fleche/.style={thick,bleunuit,>=latex}};
\tikzset{image/.style={above,draw,thin,minimum height=2em,fill=bleuciel!15}};
\tikzset\image2/.style=\left,draw,thin,minimum\width=5em,fill=bleuciel\frac{15}{,rounded\corners\}\};
\tikzset{pointille/.style={loosely dotted,thick}};
\foreach \i/\j in \{1/0,2/1,5/n-1\}
  \draw[fleche, ->](M-\i-1.west)--++(-1.5,0) \ node[image2]{$X^{i}}};
%\draw[fleche2](M-1-1.north)--++(0,1)\ node[image] {$\phi_1(1)$};
\foreach \i/\j in \{1/0,2/1,3/2,7/n\}
  \draw[fleche, <-](M-1-\i.north)--++(0,1) \ node[image] { \phi_n(X^{\{i\}})} ;
\draw[pointille] (M-2-2.south east) -- (M-4-5.north west);
\draw[pointille] (M-2-3.south east) -- (M-4-6.north west);
\draw[pointille] (M-2-4.south east) -- (M-4-7.north west);
\mathbf{draw}[pointille] (M-2-1.south) -- (M-5-1.north);
\draw[pointille] (M-5-1.east) -- (M-5-6.west);
\mathbf{draw}[pointille] (M-2-7.south) -- (M-4-7.north);
\mathbf{draw}[pointille] (M-1-4.east) -- (M-1-6.west);
```

▶ Pour écrire des *matrices par blocs*, deux exemples :

$$\begin{pmatrix}
I_n & J & 0 \\
0 & A & 0 \\
\hline
0 & 0 & I_n
\end{pmatrix}$$

```
\left (\begin{array}{c|c|c}
I_n & J & 0 \\
\hline
0 & A & 0 \\
\hline
0 & 0 & I_n
\end{array}\right)
```

```
\left(\begin{array}{c|cccc}
1 & 2 & & & & & \\
-1 & 0 & & & & & \\
& & 1 & 2 & -2 & \\
0 & 0 & -1 & 1 & \\
& & 1 & 0 & -2 & \\
\end{array}\right)
```

```
\left (\begin{array}{c@{}c}
\begin{array}{|cc|}
\hline

1 & 2 \\ -1& 0 \\
\hline
\end{array}
& 0 \\
0 & \begin{array}{|ccc|}
\hline

1 & 2 & -2 \\
0 & -1 & 1 \\
1 & 0 & -2 \\
\hline
\end{array}
\end{array}
\end{array}
```

La même matrice avec TikZ, et c'est pas vraiment plus long à taper:

$$\begin{pmatrix}
\begin{bmatrix}
1 & 2 \\
-1 & 0
\end{bmatrix} & 0 \\
0 & \begin{bmatrix}
1 & 2 & -2 \\
0 & -1 & 1 \\
1 & 0 & -2
\end{bmatrix}$$

20 novembre 2011. Cet aide-mémoire a été rédigé par Benoit Caritey. Pour tout commentaire ou amélioration, vous pouvez lui envoyer un mail à l'adresse \boxtimes bcaritey@free.fr