

## I Questions de cours

- 1 - Énoncer et démontrer la formule du binôme de Newton.
- 2 - Énoncer et démontrer les formules d'addition pour cosinus, sinus et tangente.
- 3 - Énoncer et démontrer les propriétés de la bijection réciproque (résultats sur la composition, la bijection et la monotonie).

## II Exercices sur la trigonométrie

### Exercice 1 :

- 1 - Donner la valeur de  $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$  et  $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$ .
- 2 - Résoudre l'équation  $\cos\left(2\theta + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- 3 - Résoudre l'inéquation  $\cos(\theta) \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

### Exercice 2 :

- 1 - Calculer à l'aide de radicaux  $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$  et  $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$ .
- 2 - Résoudre l'équation  $\sin(\theta) = \sin(2\theta)$ .
- 3 - Résoudre l'inéquation  $\sin(\theta) > \sin(2\theta)$ .

### Exercice 3 :

- 1 - Résoudre l'équation  $\sin(\theta) = \sqrt{3}\cos(\theta)$ .
- 2 - Résoudre l'équation  $\sin(\theta) = \cos(2\theta)$ .
- 3 - Résoudre l'inéquation  $\sin^2(\theta) \leq \frac{1}{2}$ .

## III Exercices sur la dérivabilité

### Exercice 4 :

Déterminer  $a, b \in \mathbb{R}$  tels que la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}^+$  par :

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & \text{si } x \in [0; 1] \\ ax^2 + bx + 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

soit dérivable en 1.

### Exercice 5 :

Démontrer que les courbes d'équation  $y = x^2$  et  $y = \frac{1}{x}$  admettent une unique tangente commune.

### Exercice 6 :

Démontrer que la fonction  $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}_+^*$  définie par :

$$f(x) = \frac{e^x + 2}{e^{-x}}$$

est bijective et donner sa bijection réciproque.

## IV Exercices sur le calcul algébrique

### Exercice 7 :

Montrer de deux manières que :

$$\forall x \in \mathbb{R}^+, \forall n \in \mathbb{N}, (1+x)^n \geq 1+nx$$

### Exercice 8 :

Soit  $n \geq 2$ .

Calculer la somme  $S = \sum_{k=2}^n \ln\left(\frac{k^2-1}{k^2}\right)$ .

### Exercice 9 :

Quel est le coefficient de  $x^4 y^8$  dans le développement de l'expression  $(3x - 7y)^{12}$  ?

### Exercice 10 :

Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , calculer  $\sum_{k=0}^n k \binom{n}{k}$ .