

## LEÇON 220

### I - Résultats théoriques sur les EDO

#### 1) Définitions et propriétés [BR p. 11-17]

- def 1: EDO diff d'ordre  $n$
- solution
- résoudre
- prop 2: l'ordre  $n$  se ramène à l'ordre 1 p. 20
- prop 3: régularité des solutions
- def 4: IC de Cauchy
- prop 5: formulation du p de Cauchy
- def 6: solutions maximales et globales
- prop 7: global  $\Rightarrow$  max
- prop 8: la récurrence est fautive  $y' = y^2$

#### 2) Théorèmes généraux [BR]

- prop 10: Lemme de Grönwall différentiel p. 16-19
- prop 11: Lemme de Grönwall intégral (version valeur abs) p. 16-19
- def 12: bornement Lipschitzienne par rapport à un état p. 19
- th 13: Cauchy - Lipschitz local p. 19
- th 14: Cauchy - Lipschitz global p. 19

- ex 15:  $y' = t^2 e^{y^2}$
- th 16: suite de tol compact p. 10-11
- ex 17:  $y' = y^2$
- th 18: th des bouts
- prop 19: bornée  $\Rightarrow$  solutions sont globales
- ex 20: exercice 3.3

#### 3) Cas linéaire [BR] p. 25-31

- th 21: CL linéaire
- def 22: séparation homogène
- prop 23: structure de  $\mathcal{H}_h$
- ex 24: structure de  $\mathcal{Y}$
- def 25: systèmes, matrices fondamentales
- prop 26: forme des solutions
- ex 27: forme de solution IC Cauchy
- def 28: résolvante
- prop 29: résolvante du classe  $\mathcal{L}^p$

### LEÇON 221

- prop 30: formule de Duhamel
- th 31: résolution explicite dans le cas constant
- ex 32: résolution de  $\begin{cases} x' = x + 2xy \\ y' = 2x + y \\ x(1) = 2 \\ y(1) = 1 \end{cases}$

### II - Méthodes pratiques de résolution

#### 1) Résolution explicite dans le cas linéaire

- a) L'exact
- th 33: résolution d'une EDO 1 [Gau] p. 379
- ex 34:  $(t^2 + 1)y' = ty$  a par solutions  $x \mapsto \lambda \sqrt{1+x^2}$  p. 381-382

#### b) L'ordre 2

- th 35: Cas rel à coeff constant [BR] p. 43
- ex 36: ex 2.9
- th 37: Cas complexe

#### c) Bornation de la constante

- exemple 38: Explication [BR] p. 55
- ex 39: ex 2.8

#### 2) Méthodes numériques

##### a) Algorithme de l'ordre

- exemple 40: explication [BR] p. 112
- th 41: Recherche de solutions sous forme de série entière
- prop 41: explication
- ex 42: permet de vérifier l'équivalence entre 2 defs de exp [BR] p. 116
- ex 43: résolution de  $(t^2 + 1)y' + (2t + 1)y = 0$  p. 112
- ex 44: ex 16.2

##### b) Séparation des variables

- exemple 44: explication [BR] p. 121-123
- ex 45: exercice 4.4

#### 3) Méthodes numériques

- méthode 46: Euler explicite
- prop 47: cette méthode est convergente [BR] p. 32-33
- méthode 48: Euler implicite
- prop 49: cette méthode est convergente

### III - Étude qualitative des systèmes autonomes

#### 1) Définitions et propriétés [BR] p. 179-181

- def 50: équation autonome
- def 51: trajectoire
- def 52: ensemble de points
- def 53:  $\begin{cases} x' = y \\ y' = -x \end{cases}$  : dessin en anneau des champs de vecteurs

#### 2) Étude du cas $y' = -y$

- def 54: pt stationnaire
- prop 55: solution maximale par translation
- prop 56: idem mais plus fort
- def 57: courbes intégrales
- def 58: orbites
- def 59: point de pique

#### 3) Étude du cas $y' = -y$

- ex 58: intégrale première
- ex 59:  $y'' + y^3 = 0, \epsilon(4) = \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{4}y^4$
- prop 60: trajectoire contenue dans la courbe de niveau
- th 61: Étude du cas  $y' = Ay, A \in \mathbb{R}^2(\mathbb{R})$  [BR] p. 203-212

#### Forme des solutions dans les cas:

- 61:  $y \in \mathbb{R}$ , distincts } dernier en anneau
- 62:  $y \in \mathbb{R}$ , double } chacun des cas
- 63:  $y \in \mathbb{C}$  conjugués

#### 3) Recherche de solutions périodiques

- prop 64: solutions périodiques
- prop 65: cette courbe  $\Rightarrow$  solution périodique (ex 5.12)
- ex 66: périodicité du système de Lotka-Volterra
- ex 67:  $y' = Ay$  et périodiques  $\Rightarrow \text{Tr}(A) = 0, \det A > 0$