Logique et structure discrètes : Exercices
LINGI1101

TP 6

1 Exercices

Exercice 1.
Pour chacune des affirmations suivantes, démontrez-la ou trouvez un contre-exemple.

1. $\neg\exists x\ \forall y\ p(x,y) \Longleftrightarrow \forall x, y\ \neg p(x,y)$
2. $\exists x\ p(x) \lor q(x) \Rightarrow (\exists x\ p(x)) \lor (\exists x\ q(x))$
3. $(\exists x\ p(x)) \land (\exists x\ q(x)) \Rightarrow \exists x\ p(x) \land q(x)$
4. $\forall x\ \exists y\ p(x,y) \Longleftrightarrow \exists x \forall y\ p(x,y)$
5. $(\exists x\ p(x)) \lor (\exists x\ q(x)) \Rightarrow \exists x\ p(x) \lor q(x)$

Exercice 2.
Mettez les formules suivantes en forme normale prenexe puis en forme normale de Skolem et finalement en forme clausale.

1. $(p(x) \lor \exists x\ q(x)) \Rightarrow \forall z\ r(z)$
2. $(\forall x\ (p(x) \Rightarrow q(x))) \land (\exists z\ p(z)) \land (\exists z\ (q(z) \Rightarrow r(t)))$
3. $\forall x\ (((\exists y\ r(x,y)) \land (\forall y\ \neg s(x,y)) \Rightarrow \neg(\exists y\ r(x,y) \land P)))$
4. $\neg\forall x\ \exists y\ f(u,x,y) \Rightarrow (\exists x\ \neg\forall y\ g(y,v) \Rightarrow h(x))$

Exercice 3.
Montrez avec l'algorithme de résolution que $p_1 \land p_2 \land p_3$ est une contradiction où

$$\begin{aligned} p_1 &\equiv \forall x\ p(x, f(x)) \Rightarrow q(x) \\ p_2 &\equiv \forall x\ \forall y\ p(f((x)), f(y)) \\ p_3 &\equiv \exists x\ \neg q(f(x)) \end{aligned}$$

Exercice 4.
Montrez avec l'algorithme de résolution que si $\forall x\ q(x) \Leftrightarrow p(x)$ et $\exists x\ \neg q(x)$ alors $\exists x\ \neg p(x)$.

Exercice 5.
Montrez avec l'algorithme de résolution que si $\forall x\ p(x) \Rightarrow q(x, y)$, $\forall x\ p(x) \vee r(x)$ et $\neg r(a)$ alors $\exists x\ q(a, x)$.