

1.2.1 Dans un jeu de 52 cartes, on tire une carte au hasard. On définit les événements suivants :

$A \equiv$ “la carte tirée est un pique” ;

$B \equiv$ “la carte tirée est un valet” ;

$C \equiv$ “la carte tirée est un honneur” ;

$D \equiv$ “la carte tirée est un roi *ou* un coeur” ;

$E \equiv$ “la carte tirée est rouge” ;

$F \equiv$ “la carte tirée est une figure”

(les honneurs sont l’as, le roi, la dame et le valet, tandis que les figures sont le roi, la dame et le valet).

(a) Exprimez en extension les événements suivants : $E_1 = B \cap D$, $E_2 = B \cap C^*$, $E_3 = (A \cap B) \cup (D \cap B)$, $E_4 = (A \cup E)^* \cap B$, $E_5 = A \cap C \cap F^*$.

(b) Exprimez sur base des événements définis ci-dessus les événements suivants :

$G_1 \equiv$ “la carte tirée est le valet de pique” ;

$G_2 \equiv$ “la carte tirée est le roi de pique” ;

$G_3 \equiv$ “la carte tirée est un trèfle” ;

$G_4 \equiv$ “la carte tirée est le roi de trèfle” ;

$G_5 \equiv$ “la carte tirée est la dame de carreau”.

(c) Parmi les événements A, B, \dots, F , y en a-t-il qui sont incompatibles ?

2.2.2 On lance un dé équilibré dont trois faces sont peintes en blanc, deux en rouge et une en bleu . On s’intéresse à la couleur de la face supérieure du dé à l’équilibre.

(a) Décrivez l’ensemble des résultats possibles pour cette épreuve et donnez les probabilités correspondantes.

(b) Calculez la probabilité des événements suivants : $E_1 \equiv$ “la face est rouge *ou* bleue”, $E_2 \equiv$ “la face est blanche *ou* non rouge”, $E_3 \equiv$ “la face est rouge *ou* non blanche”, $E_4 \equiv$ “la face n’est pas bleue”.

2.3.6 Une étude des fichiers de la sécurité sociale montre qu’en 1993, 17% des personnes de moins de 70 ans ainsi que 75% des personnes âgées de 70 ans ou plus ont été vaccinées contre la grippe. On sait que les personnes de 70 ans ou plus représentent 12% de la population de cette région. Si l’on prend une personne au hasard, quelle est la probabilité pour qu’elle soit vaccinée ?

2.2.9 Un pépiniériste reçoit des graines de 3 origines A, B, C différentes dans les proportions 40%, 40%, 20%, respectivement. Le pouvoir germinatif de ces graines est de 0.80 pour A , 0.90 pour B et 0.75 pour C . Toutes les graines sont ensuite mélangées. Si une graine prise au hasard ne germe pas, quelle est la probabilité qu’elle soit d’origine A ?

2.2.13 Un lot de 20 pièces contient 5 pièces qui sont défectueuses. On en extrait successivement 3 pièces au hasard. Calculez la probabilité des événements suivants :

- (a) les trois pièces sont défectueuses ;
- (b) une des pièces au moins est non défectueuse ;
- (c) deux pièces au plus sont défectueuses ;
- (d) les trois pièces sont bonnes si l'on sait que la première l'est ;
- (e) les trois pièces sont bonnes si l'on sait que l'une au moins est bonne.

Envisagez le cas d'un tirage sans remise et le cas d'un tirage avec remise.

2.2.16 Tartarin a invité ses amis Marius et Olive à une partie de chasse dans les Alpilles où le lapin se fait rare. Ils se disent tous de grands chasseurs mais on peut estimer que leur chance d'atteindre un lapin est respectivement égale à 0.6, 0.5 et 0.5. Lorsqu'un lapin est débusqué, les trois chasseurs tirent simultanément et indépendamment sur l'animal.

- (a) Si nos trois amis rencontrent un lapin, quelle est la probabilité pour qu'ils puissent le déguster ?
- (b) Un lapin est repéré ; ils tirent et le lapin tombe foudroyé. Quelle est la probabilité que le lapin ait été touché : (i) par Tartarin ? (ii) par Tartarin seul ?
- (c) Après avoir relevé l'animal, on constate qu'il a été atteint par un seul des chasseurs. Marius prétend être le champion. Quelle est la probabilité que son affirmation soit correcte ?