

Cours de mathématiques de 6ème

Année 2021 - 2022

Sommaire

Chapitre 1 - Nombres entiers et nombres décimaux	3
Partie I - Nombres entiers	3
Partie II - Nombres décimaux	3
a) Écriture décimale	3
b) Fraction décimale	4
c) Système International (SI)	4
Chapitre 2 - Rappels de géométrie	5
Partie I - Point, (demi-)droite, segment	5
Partie II - Cercle, centre, milieu	5
Partie III - Droites parallèles et perpendiculaires	6
Chapitre 3 - Fractions et divisions	7
Partie I - Division	7
a) Division euclidienne	7
b) Division décimale	7
c) Multiplier et diviser par 1, 10, 100, 1000, etc.	7
Partie II - Fraction	7
a) Concept	7
b) Égalité de fractions	8
c) Prendre la fraction d'une quantité	8
Faits en classe	10
Exercices	10
Chapitre 4 - Angles	14
Chapitre 5 - Repérage et comparaison	15
Chapitre 6 - Addition, soustraction, multiplication	16
Chapitre 7 - Cercle, milieu et médiatrice	17
Chapitre 8 - Symétrie axiale	18
Chapitre 9 - Conversion de durées	19
Chapitre 10 - Proportionnalité	20
Chapitre 11 - Triangles	21
Chapitre 12 - Enchaînement d'opérations	22
Chapitre 13 - Quadrilatères	23
Chapitre 14 - Périmètres	24
Chapitre 15 - Tableaux et diagrammes	25
Chapitre 16 - Aires	26
Chapitre 17 - Échelle et vitesse	27

Chapitre 1

Nombres entiers et nombres décimaux

I - Nombres entiers

Vocabulaire :

Un chiffre est un symbole qui représente une quantité dépendante de sa position. Il en existe 10 :
0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9

Illustration :

Dans les nombres 123, 132 et 231, le symbole « 2 » représente des quantités différentes. Dans 123, « 2 » est le chiffre des dizaines, donc il représente 20. Dans 231, « 2 » est le chiffre des centaines, il représente ainsi la quantité 200.

Milliards			Million			Miller			Unité		
centaine de milliards	dizaine de milliards	milliards	centaine de millions	dizaine de millions	millions	centaine de milliers	dizaine de milliers	milliers	centaines	dizaines	unités

Pour écrire des grands nombres, on utilisera les noms suivants (du plus petit au plus grand) : milliers, millions, milliards, billons, billards, ...

Propriété :

Il est possible de décomposer un nombre afin de mettre en évidence la quantité représenté par chacun des chiffres qui le composent.

Exemples :

Prenons le nombre 34567

- 3 est le chiffre des dizaines de milliers, donc il représente $3 \times 10000 = 30000$
- 4 est le chiffre des milliers, il représente $4 \times 1000 = 4000$
- 5 est le chiffre des centaines, il représente $5 \times 100 = 500$
- 6 est le chiffre des dizaines, il représente $6 \times 10 = 60$
- 7 est le chiffre des unités, il représente $7 \times 1 = 7$

Finalement, $34567 = 3 \times 10000 + 4 \times 1000 + 5 \times 100 + 6 \times 10 + 7 = 30000 + 4000 + 500 + 60 + 7$

II - Nombres décimaux

a) Écriture décimale

Définition :

Un nombre est qualifié de décimal lorsqu'il peut s'écrire avec un nombre fini de chiffres après la virgule.

Exemples :

1,5 est un nombre décimal mais 1,333... n'est pas un nombre décimal.

Vocabulaire :

La partie entière d'un nombre décimal est située à gauche de la virgule, la partie décimale est située à droite de la virgule.

Exemples :

34,7898 : sa partie entière est 34 et sa partie décimale est 0,7898 donc $34,7898 = 34 + 0,7898$.

b) Fraction décimale

Définition :

Une fraction décimale est une fraction dont le dénominateur est égal à 1, 10, 100, 1 000, etc.

Propriété :

Tout nombre décimal peut être décomposé selon ses chiffres en utilisant des fractions décimales.

Exemples :

0,7324 = 7/10 + 3/100 + 2/100 + 4/10000

32,45 = 3 × 10 + 2 × 1 + 4/10 + 5/100

c) Système International (SI)

Milliards			Million			Miller			Unité			Millièmes			Millionièmes			Milliardièmes		
		giga			méga			kilo	hecto	déca		déci	centi	milli			micro			nano
		G			M			k	h	da		d	c	m			μ			n
centaine de milliards	dizaine de milliards	milliards	centaine de millions	dizaine de millions	millions	centaine de milliers	dizaine de milliers	milliers	centaines	dizaines	unités	dixièmes	centièmes	millièmes	dix-millièmes	cent-millièmes	millionièmes	dix-millionièmes	cent-millionièmes	milliardièmes

Remarque :

Attention aux majuscules et aux minuscules, elles sont importantes. 1 Mℓ signifie 1 mégalitre (1 million de litres) mais 1 mℓ est un millilitre, c’est-à-dire un millième de litre.

rien

Chapitre 2

Rappels de géométrie

I - Point, (demi-)droite, segment

Définition :

Un plan est une surface plane illimitée.

Définition :

Un point est la représentation d'une position sur un plan.

Définition :

Une droite est une ligne qui se prolonge à l'infini.

Remarque :

On la trace à la règle

Notation :

Le nom d'une droite s'écrit entre parenthèses. Par exemple, on écrira « la droite (d) ».

- Si un point C appartient à la droite (d), on écrira $C \in (d)$.
- Si un point Z n'appartient pas à la droite (d), on écrira $Z \notin (d)$.
- Si deux points M et N appartiennent tous les deux à la droite (d), on pourra aussi appeler cette droite (MN) .

Définition :

Un segment relie deux points sur un plan par le chemin le plus court possible.

Notation :

Le nom d'un segment s'écrit avec ses deux extrémités entre crochets. Par exemple : $[AB]$.

Définition :

La demi-droite part d'une extrémité (un point), passe par un deuxième point et se prolonge à l'infini dans un sens uniquement.

Notation :

Cela s'écrit avec un crochet et une parenthèse. Le crochet est à côté de l'extrémité, c'est-à-dire le point par lequel on ne peut pas la prolonger.

II - Cercle, centre, milieu

Définition :

Un cercle est un ensemble de points situés à égale distance d'un point nommé le centre de ce cercle.

Notation :

Le cercle (\mathcal{C})

Vocabulaire :

Le rayon d'un cercle est la distance séparant le centre du cercle avec un point du cercle.

Le diamètre est la distance entre deux points du cercle, lorsque leur segment passe par le centre du cercle.

Vocabulaire :

Le milieu d'un segment est l'unique point de ce segment à équidistance de ses deux extrémités

Exemple :

M milieu de $[AB]$ est équivalent à $MA = MB \wedge M \in [AB]$

III - Droites parallèles et perpendiculaires

Définition :

Dans un plan, deux droites sont parallèles lorsqu'elles ne se croisent jamais, autrement dit qu'il n'existe pas de point d'intersection entre les deux droites.

Définition :

Dans un plan, deux droites sont perpendiculaires lorsqu'elles se coupent en formant un angle droit.

Définition :

Dans un plan, deux droites sont dites sécantes lorsqu'il existe un point d'intersection entre les deux droites, autrement dit elles se croisent mais ne sont pas nécessairement perpendiculaires.

Propriété :

Si deux droites sont parallèles alors toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

Notation :

Si $(d) // (e)$ et $(d) \perp (f)$ alors $(e) \perp (f)$.

Propriété :

Si deux droites sont perpendiculaires alors toute droite parallèle à l'une est perpendiculaire à l'autre.

Notation :

Si $(d) \perp (e)$ et $(e) // (f)$ alors $(d) \perp (f)$.

aaa

Chapitre 3

Fractions et divisions

I - Division

a) Division euclidienne

Tableau des critères de divisibilité

Divisible par 2	Le chiffre des unités est pair
Divisible par 3	La somme des chiffres est dans la table de multiplication de 3
Divisible par 4	Le nombre formé par les deux derniers chiffres est dans la table de 4
Divisible par 5	Le chiffre des unités est 0 ou 5
Divisible par 9	La somme des chiffres est dans la table de multiplication de 9
Divisible par 10	Le chiffre des unités est 0.

b) Division décimale

Une division décimale se termine lorsqu'on obtient un reste nul (= 0).

Remarque :

Il n'est pas possible de diviser par 0.

c) Multiplier et diviser par 1, 10, 100, 1000, etc.

Pour multiplier un nombre par 1, 10, 100, 1000, etc., on décale la virgule vers la droite d'un nombre de chiffres égal au nombre de zéros dans 1, 10, 100, 1000, etc.

Exemples :

- $34,567 \times 100 = 3\,456,7$ (on décale la virgule de 2 chiffres vers la droite)
- $39 \times 10\,000 = 390\,000$ (on décale la virgule de 4 chiffres vers la droite)

Pour diviser un nombre par 1, 10, 100, 1000, etc., on décale la virgule vers la gauche d'un nombre de chiffres égal au nombre de zéros dans 1, 10, 100, 1000, etc.

Exemples :

- $34,567 / 100 = 0,345\,67$ (on décale la virgule de 2 chiffres vers la gauche)
- $39 / 10\,000 = 0,003\,9$ (on décale la virgule de 4 chiffres vers la gauche)

Remarque :

Les symboles de divisions sont $/$: \div

II - Fraction

a) Concept

Définition :

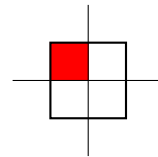
Une fraction est un quotient. Il s'écrit avec un trait de fraction séparant deux nombres entiers : le numérateur (au dessus du trait de fraction) et le dénominateur (en dessous du trait de fraction), qui doit être non nul.

Exemples :

$\frac{2}{3}$ est une fraction mais $\frac{2,2}{3}$ n'est pas une fraction.

Définition :

Lorsqu'on divise l'unité en un certain nombre de morceaux de même taille, un de ces morceaux est une fraction de l'unité.



Exemple :

Dans le carré ci-contre, un des morceaux représente la quantité $\frac{1}{4}$.

Définition :

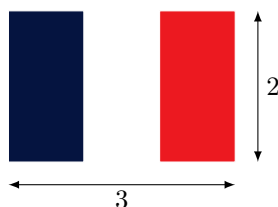
Soient k et n deux nombres entiers (n non nul).

Coupons un ensemble en n parts égales et sélectionnons k morceaux partageant une caractéristique commune.

La proportion (aussi appelé la fréquence) de cette caractéristique dans cet ensemble sera de $\frac{k}{n}$.

Exemples :

- Dans le drapeau de la République Française, il y a 3 morceaux. Parmi ces morceaux, 1 seul est bleu. La proportion de bleu dans le drapeau tricolore est donc de $\frac{1}{3}$.



- Dans une classe de 35 élèves, il y a 17 filles. Donc la proportion de filles dans la classe est de $\frac{17}{35}$.
- 100 personnes sont interrogées pour un sondage. 26 veulent voter pour le candidat A à la prochaine élection. La proportion d'électeurs potentiels du candidat A est de $\frac{26}{100} = 26\%$.

b) Égalité de fractions

Définition :

Deux fractions sont égales lorsque les divisions qu'elles représentent ont le même quotient.

Exemple :

$\frac{3}{4}$ et $\frac{6}{8}$ sont égales car $3 \div 4 = 0,75$ et $6 \div 8 = 0,75$.

Propriété :

Lorsque l'on multiplie le numérateur et le dénominateur d'une fraction par le même nombre, on obtient une fraction égale à celle d'origine.

Exemple :

$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ car je peux multiplier en haut et en bas par 2.

$$\begin{array}{ccc} & \times 2 & \\ \curvearrowright & & \curvearrowright \\ \frac{3}{4} & = & \frac{6}{8} \\ \curvearrowleft & & \curvearrowleft \\ & \times 2 & \end{array}$$

c) Prendre la fraction d'une quantité

Définition :

Prendre la fraction d'une quantité, c'est multiplier cette quantité par la fraction.

Méthode 1 :

Écrire le résultat de la division que représente la fraction sous forme décimale, puis effectuer la multiplication.

Exemple :

Pour calculer $\frac{1}{4}$ de 30 ℓ , on écrit d'abord la fraction sous forme décimale $\frac{1}{4} = 0,25$, puis on effectue la multiplication $0,25 \times 30\ell = 7,5\ell$.

Méthode 2 :

Multiplier la quantité et le numérateur de la fraction, puis effectuer la division que représente la fraction.

Exemple :

Pour calculer $\frac{3}{4}$ de 30ℓ , on multiplie d'abord la quantité et le numérateur $\frac{3 \times 30}{4} = \frac{90}{4}$, puis on effectue la division $90 \div 4 = 22,5\ell$.

Exercice 1 :

Recopier et compléter

- (a) $7 \times ? = 21$ donc ? est un diviseur de 21
- (b) $3 \times ? = 33$ donc ? est un diviseur de 33
- (c) $8 \times ? = 56$ donc ? est un diviseur de 56
- (d) $5 \times ? = 45$ donc ? est un diviseur de 45

Exercice 2 :

Recopier et compléter

- (a) $9 \times ? = 81$ donc 81 est un multiple de ?
- (b) $2 \times ? = 16$ donc 16 est un multiple de ?
- (c) $6 \times ? = 42$ donc 42 est un multiple de ?
- (d) $7 \times ? = 49$ donc 49 est un multiple de ?

Exercice 3 :

Voici une liste de nombres entiers :

5 ; 12 ; 20 ; 27 ; 36 ; 50 ; 72 ; 75 ; 200

Parmi ces nombres, lesquels sont :

- (a) divisibles par 2 ?
- (b) multiples de 5 ?
- (c) divisibles par 10 ?
- (d) multiples de 3 ?

Exercice 4 :

Compléter le tableau avec O (oui) ou N (non)

est divisible par...	2	3	4	5	9
92					
120					
387					
645					
3276					
65274					

Exercice 5 :

Quel est la valeur du chiffre manquant (\square)...

- (a) dans 7 65 \square pour que le nombre soit divisible par 3 et 5 ?
- (b) dans 1 53 \square pour que le nombre soit divisible par 3 et 2 ?
- (c) dans 11 11 \square pour que le nombre soit divisible par 5 et 9 ?

Exercice 6 :

Compléter la phrase, puis calculer

Pour multiplier un nombre par 10, je décale la virgule _____

Pour multiplier un nombre par 10 000, je décale la virgule _____

(a) $1811.0 \times 10 =$ _____

(e) $0.87 \times 100 =$ _____

(b) $2683.0 \times 10000 =$ _____

(f) $521.7 \times 1 =$ _____

(c) $12.40999 \times 10000 =$ _____

(g) $7.14499 \times 1 =$ _____

(d) $0.786 \times 10000 =$ _____

(h) $503.2 \times 1000 =$ _____

Exercice 7 :

Compléter la phrase, puis calculer

Pour diviser un nombre par 10, je décale la virgule _____

Pour diviser un nombre par 1000, je décale la virgule _____

(a) $97.67/10000 =$ _____

(e) $0.41379/100 =$ _____

(b) $7.719/1 =$ _____

(f) $0.53769/100 =$ _____

(c) $31.12999/1 =$ _____

(g) $3996.0/10000 =$ _____

(d) $872.79999/1000 =$ _____

(h) $8715.0/1 =$ _____

Exercice 8 :

[Exercice 64 p.53] Compléter chaque égalité

(a) $504 : \text{_____} = 50,4$

(d) $200 : \text{_____} = 0,02$

(b) $1,25 : 100 = \text{_____}$

(e) $12,05 \times \text{_____} = 1205$

(c) $\text{_____} : 10 = 0,06$

(f) $\text{_____} : 1000 = 4,08$

Exercice 9 :

[Exercice 63 p.53]

(a) Lors d'une course de VTT, Aline a parcouru 24 *km* en effectuant 10 tours de circuit. Quelle est la longueur d'un tour de circuit ?

(b) En mettant 10 ficelles de même longueur bout à bout, on obtient une longueur de 6,5 *m*. Quelle est la longueur de chaque ficelle ?

(c) 100 boîtes de conserve identiques pèsent 54 *kg*. Quelle est la masse d'une boîte ?

(d) Un carton de 1000 stylos identiques coûte 900€. Quel est le prix d'un stylo ?

Exercice 10 : (★)(★)

En s'aidant d'une demi-droite graduée ou d'une écriture décimale, trouver tous les nombres égaux dans la liste ci-dessous.

$$\frac{12}{15} \quad 0,75 \quad \frac{3}{4} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{6}{7} \quad \frac{15}{20} \quad \frac{8}{10} \quad 0,8$$

Exercice 11 : (★)

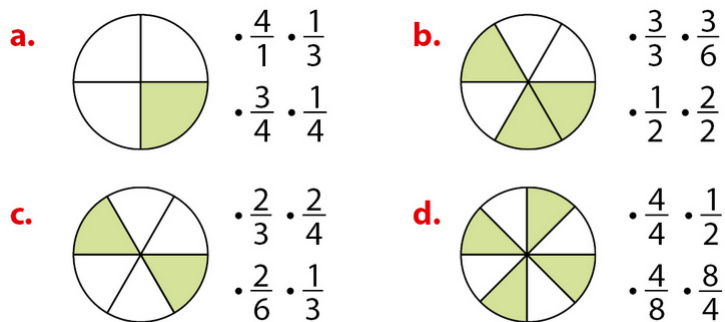
Lonnie et Cyril doivent justifier que les fractions $\frac{6}{8}$ et $\frac{9}{12}$ sont égales.

(a) Lonnie : « Je calcule les deux quotients ». Procéder comme Lonnie.

(b) Cyril : « J'utilise une demi-droite graduée. » Graduer une demi-droite en prenant 24 petits carreaux comme unité. Expliquer le procédé de Cyril.

Exercice 12 : (★)

Chaque figure est partagée régulièrement. Dans chaque cas, recopier la (ou les) fraction(s) qui donne(nt) la fraction du disque représentée par la partie colorée.



Exercice 13 : (★)

Dans une boîte, il y a 12 boules vertes et 6 boules bleues.

- Écrire sous forme de fraction la proportion de boules vertes dans la boîte.
- Écrire sous forme de fraction la proportion de boules bleues dans la boîte.
- On ajoute 2 boules rouges et 3 boules vertes
 - Quelle est la nouvelle proportion de boules rouges ?
 - Quelle est la nouvelle proportion de boules bleues ?

Exercice 14 : (★)

Sur son téléphone, Cléa a téléchargé 240 chansons au format MP3.

Parmi elles, 84 sont des chansons françaises.

Quelle est la proportion de chansons françaises sur son téléphone portable ? L'exprimer sous forme de fraction.

Exercice 15 : (★)

Compléter les égalités de fractions suivantes

(a) $\frac{6}{8} = \frac{6 : \dots}{8 : 2} = \frac{\dots}{\dots}$ (b) $\frac{10}{25} = \frac{10 : \dots}{25 : 5} = \frac{\dots}{\dots}$ (c) $\frac{9}{12} = \frac{9 : \dots}{12 : \dots} = \frac{\dots}{4}$ (d) $\frac{42}{14} = \frac{42 : 14}{14 : \dots} = \frac{\dots}{\dots}$

Exercice 16 : (★)

Déterminer le numérateur manquant afin que les deux fractions soient égales

(a) $\frac{8}{5} = \frac{\dots}{45}$ (b) $\frac{2}{3} = \frac{\dots}{15}$ (c) $\frac{1}{6} = \frac{\dots}{18}$ (d) $\frac{8}{12} = \frac{\dots}{3}$ (e) $\frac{6}{10} = \frac{\dots}{5}$ (f) $\frac{12}{27} = \frac{\dots}{9}$

Exercice 17 : (★)

Compléter le tableau suivant

Inspiré de l'exercice 55 p.69

Nombre	Double	Moitié	Tiers	Triple	Quart	Dixième
12						
	60					
		9				
			8			
				450		
					100	
						$\frac{2}{10}$

Exercice 18 : (★)

Inspiré de l'exercice 56 p.69

Nina a lu les trois cinquièmes de son manga.

- Nina a-t-elle lu plus ou moins de la moitié de son manga ?
- Le manga de Nina comprend 200 pages. Combien de pages Nina a-t-elle lues ? (On peut s'aider d'un schéma)

Exercice 19 : (★)

Inspiré de l'exercice 59 p.69

Les $\frac{3}{5}$ du corps humain sont constitués d'eau. Noah pèse 45 kg.

- (a) Quelle fraction du corps humain n'est pas constituée d'eau ?
- (b) Calculer la masse du corps de Noah qui n'est pas constituée d'eau.

Chapitre 4

Angles

Chapitre 5

Repérage et comparaison

Chapitre 6

Addition, soustraction, multiplication

Chapitre 7

Cercle, milieu et médiatrice

Chapitre 8

Symétrie axiale

Chapitre 9

Conversion de durées

Chapitre 10

Proportionnalité

Chapitre 11

Triangles

Chapitre 12

Enchaînement d'opérations

Chapitre 13

Quadrilatères

Chapitre 14

Périmètres

Chapitre 15

Tableaux et diagrammes

Chapitre 16

Aires

Chapitre 17

Échelle et vitesse

Chapitre 18

Solides et volumes