ANNALES CRPE
Algorithmie et programmation
(Corrections à la fin)

PE2-20-PG1

Voici deux programmes de calcul, le premier est codé avec le logiciel Scratch :

<u>Programme A</u>

<u>Programme B</u>

- Choisir un nombre.
- Ôter 4 à ce nombre.
- Effectuer le produit du résultat obtenu par le double du nombre de départ.

1. Vérifier que le nombre 10, appliqué au programme A, permet d'obtenir 20.

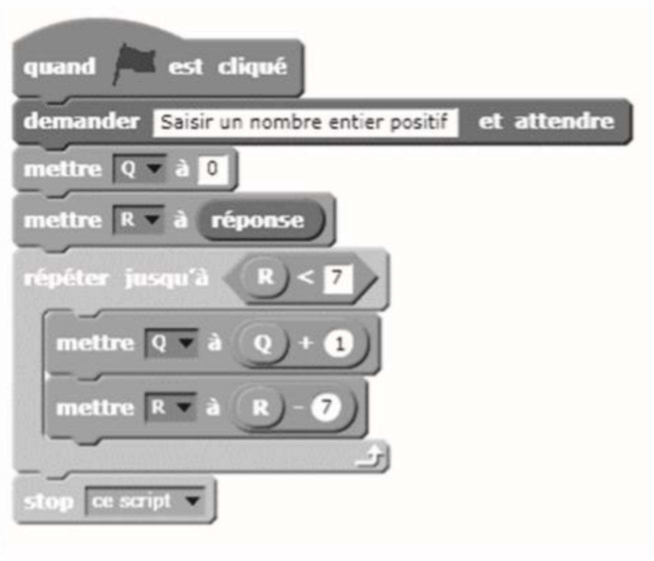
2. Quel résultat obtient-on, en appliquant le nombre 5,2 au programme B ?

3. En appliquant un même nombre de départ, les programmes A et B peuvent-ils donner un résultat identique ?

4. Déterminer le ou les nombre(s) que l'on doit choisir au départ pour obtenir 0 comme résultat avec le programme A.

PE2-20-PG7

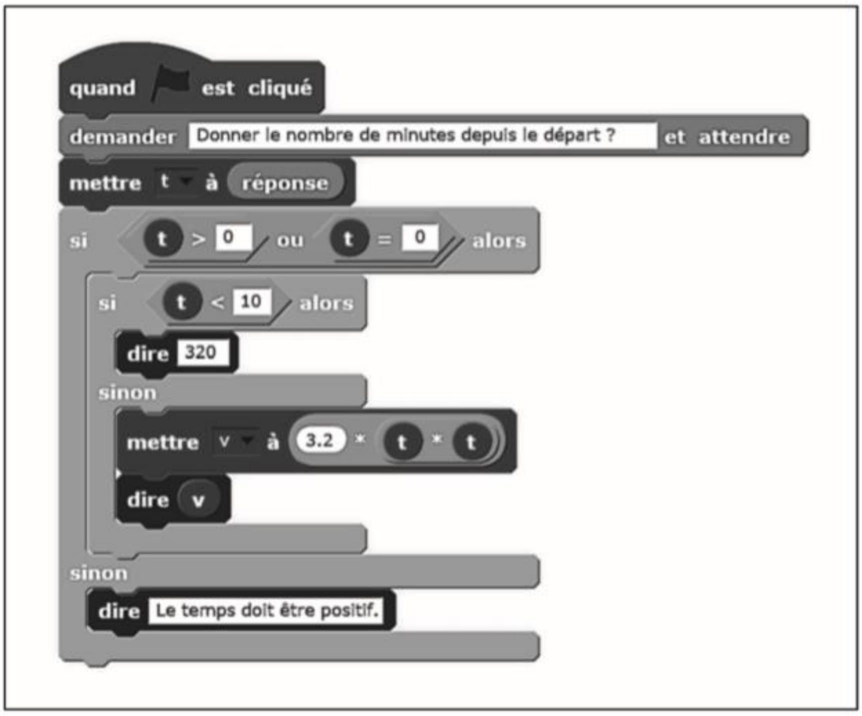
On considère le programme Scratch suivant :



1. Si l'utilisateur saisit le nombre 17, quelles seront les valeurs des variables Q et R en fin d'exécution ?
2. Que représentent, par rapport au nombre saisi par l'utilisateur, les valeurs des variables Q et R obtenues en fin d'exécution ?
3. En déduire les valeurs des variables Q et R obtenues en fin d'exécution lorsque l'utilisateur saisit le nombre 2020.

PE2-20-PG5

Un élève a écrit le programme suivant :



a. Si l'utilisateur du programme entre le nombre 6, quelle est la réponse donnée en retour ?

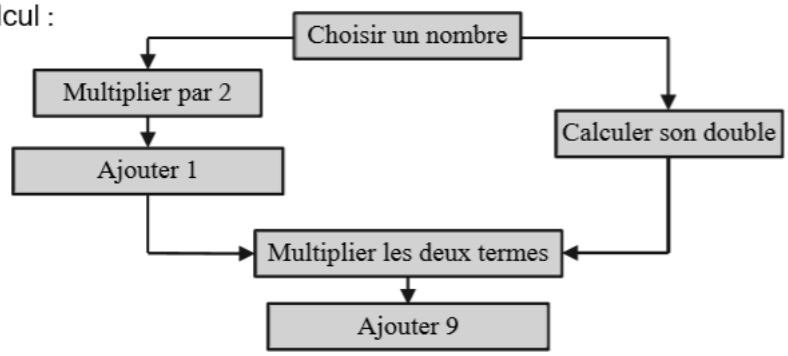
b. Si l'utilisateur du programme entre le nombre 15, quelle est la réponse donnée en retour ?

c. L'élève souhaitait écrire un programme calculant la vitesse du train en fonction du temps depuis le départ. Quelle est son erreur ?

d. Proposer une correction du programme pour qu'il donne la réponse attendue quel que soit le nombre entré.

PE2-20-PG4

1. Voici un programme de calcul :

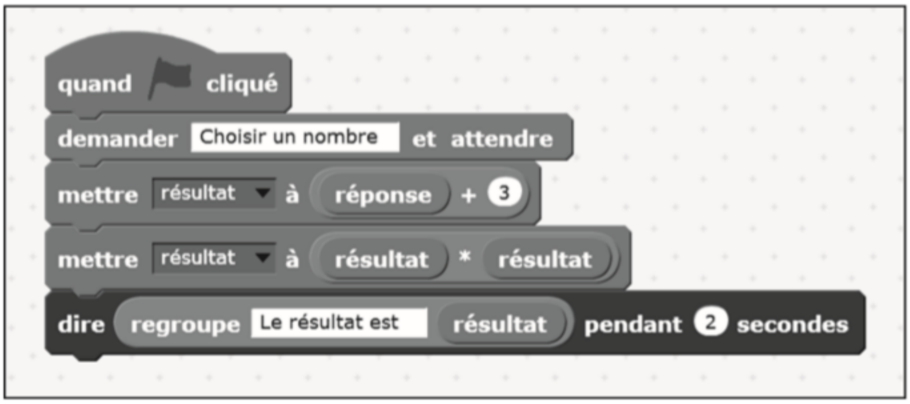


a. Effectuer le programme de calcul en choisissant 2 comme nombre de départ et montrer qu'on obtient 29.

b. Quel résultat obtient-on en choisissant $\frac{2}{3}$ comme nombre de départ ?

c. Exprimer le résultat obtenu avec ce programme de calcul en prenant x comme nombre de départ.

2. On teste un autre programme de calcul avec le logiciel Scratch :



a. Effectuer le programme de calcul en choisissant 2 comme nombre de départ et montrer qu'on obtient 25.

b. Quel résultat obtient-on en choisissant 1,5 comme nombre de départ ?

c. Exprimer le résultat obtenu avec ce programme de calcul en prenant x comme nombre de départ.

3. Déterminer pour quelle(s) valeur(s) de x les deux programmes donnent le même résultat. Justifier la réponse.

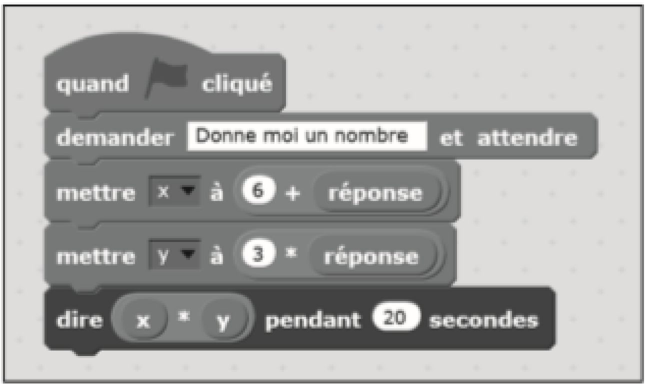
PE2-20-PG3

Le programme ci-dessous a été écrit avec le logiciel Scratch.

1. Montrer que si l'utilisateur rentre le nombre 5 alors le lutin va dire 165 pendant 20 secondes.

2. Que va dire le lutin pendant 20 secondes si l'utilisateur rentre le nombre $2 + \frac{7}{10}$?

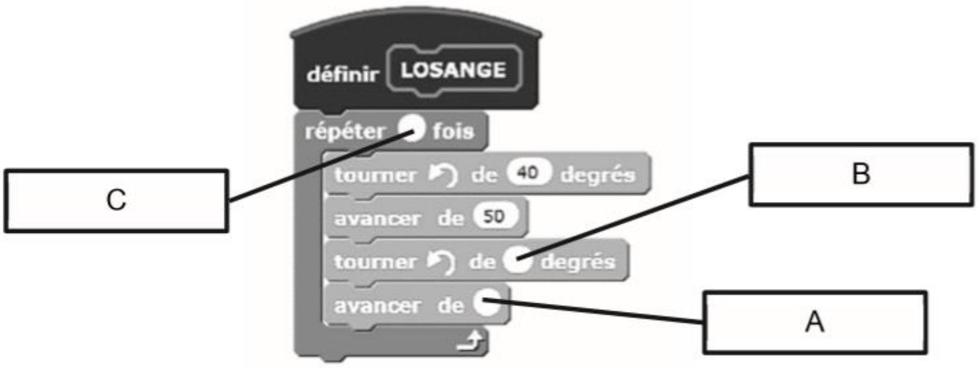
3. Quels nombres ont pu être rentrés dans « réponse » si le lutin dit : « 0 » pendant 20 secondes ?



PE2-20-PG6

1. Le bloc ci-dessous, réalisé sous Scratch, permet de dessiner un losange. Trois nombres A, B et C ont été effacés.

   a. Expliquer pourquoi le nombre A est 50.
   b. Justifier que le nombre B est 140.
   c. Déterminer la plus petite valeur possible pour le nombre C en expliquant.



2. Voici trois figures et trois scripts écrits sous Scratch à l'aide du bloc précédent. Dans chacune des trois figures, le point marqué représente le point de départ du lutin. Associer à chaque figure le script qui permet de l'obtenir, aucune justification n'est attendue.

Figure 1

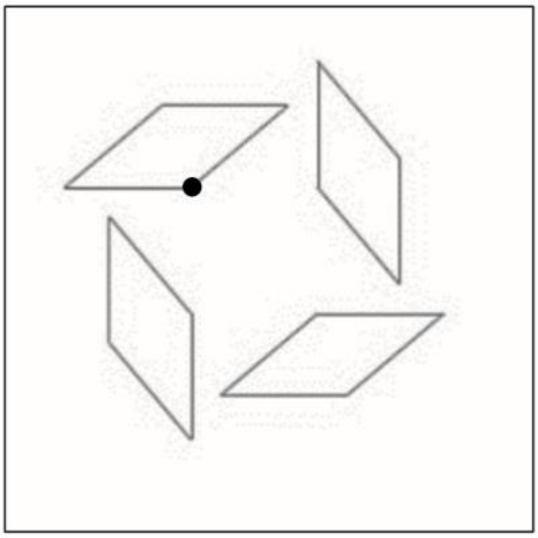


Figure 2

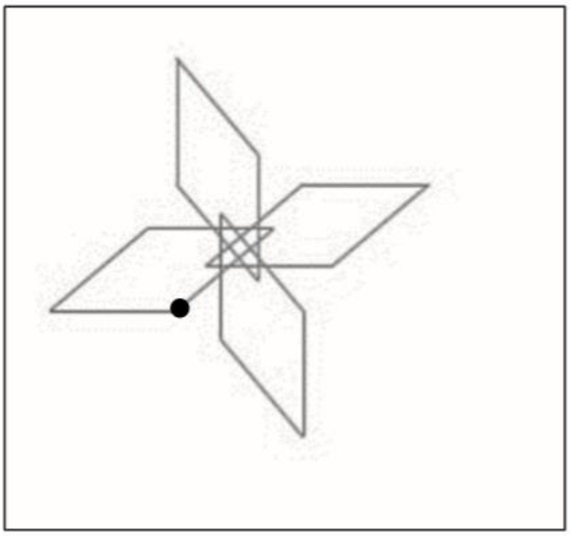
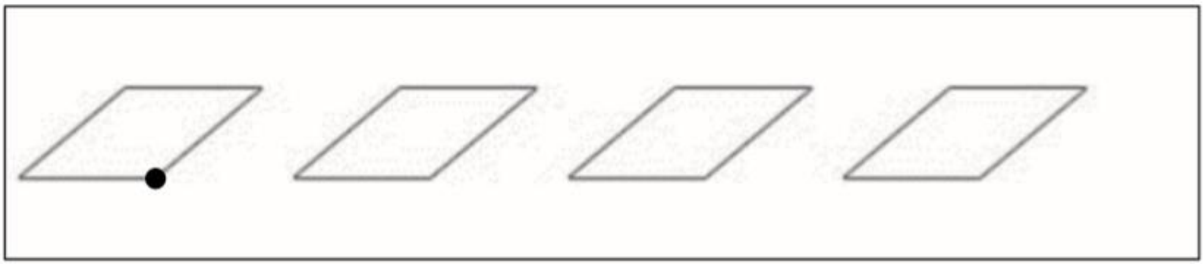


Figure 3



Script A :

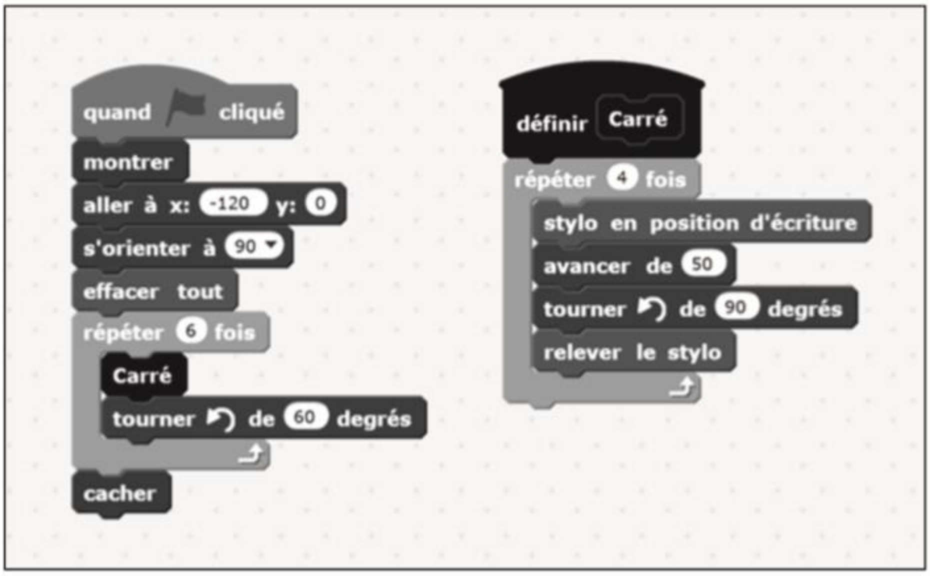
Script B :

Script C :

On rappelle :

PE2-20-PG2

Pour réaliser la rosace ci-contre, on a défini un motif « Carré » et on a utilisé le programme ci-dessous.



1. Combien de motifs « Carré » composent la rosace ?
2. Quelle transformation géométrique permet de passer d'un motif « Carré » au motif « Carré » suivant ?
3. Clément souhaite modifier le programme pour que la rosace soit composée de 10 motifs comme ci-dessous.

Quelles modifications doit-il apporter au programme ?

4. Iness souhaite obtenir la figure ci-dessous où chaque motif est espacé de 10 pixels.

Par quelle instruction doit-elle remplacer l'instruction « tourner ↶ de 60 degrés » pour obtenir cette nouvelle figure ?

CORRECTIONS

En jaune : ce qu'il est nécessaire d'écrire lorsque l'on vous demande : « justifiez »
En vert : mes commentaires personnels pour apporter des précisions supplémentaires

PE2-20-PG1 correction

1. En appliquant le nombre 10 au programme A, on obtient les résultats successifs suivants :

Ligne 3 : réponse = 10, donc a = 10
Ligne 4 : a=10, donc b=10 - 6=4
Ligne 5 : b=6, donc c=6 x 6=36
Ligne 6 : c=36, donc d=36 - 16=20
Ligne 7 : on expose le contenu de la variable d, à savoir 20, ce qu'il fallait montrer

2. En appliquant le nombre 5,2 au programme B, on obtient les résultats successifs suivants :

Ligne 1 : nombre de départ =5,2
Ligne 2 : 5,2 - 4= 1,2 = résultat intermédiaire 1
Ligne 3 : cette ligne revient à faire le calcul ci-dessous
(résultat intermédiaire 1) x (nombre de départ x 2) = 1,2 x 5,2 x 2 = 1,2 x 10,4 = 12,48

(si le calcul mental est difficile, penser à la distributivité : (a+b) (c+d)=ac+ad+bc+bd
Donc 1,2 x 10,4= (1+0,2) x (10+0,4) = (1 x 10) + (1 x 0,4) + (0,2 x 10) + (0,2 x 0,4)
= 10 + 0,4 + 2 + 0,08 = 12,48

3. Le programme A est réductible à une équation du second degré à 1 inconnue. Si l'on nomme X notre nombre de départ, il vient :

Ligne 3 : a=X
Ligne 4 : b = a – 4 = X – 4
Ligne 5 : c = b x b = (X-4) x (X-4)
Ligne 6 : d = c – 16 = [(X-4) x (X-4)] – 16 = $(\boldsymbol{x}-\mathbf{4})^{\mathbf{2}}-\mathbf{16}$
= $\boldsymbol{x}^{\mathbf{2}}-\mathbf{8}\boldsymbol{x}+\mathbf{16}-\mathbf{16}=\boldsymbol{x}^{\mathbf{2}}-\mathbf{8}\boldsymbol{x}$
(car $[\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}]^{\mathbf{2}}=[\boldsymbol{a}^{\mathbf{2}}-\mathbf{2}\boldsymbol{a}\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^{\mathbf{2}}]$)

Le programme B est quant à lui réductible à une équation du second degré à 1 inconnue. Si l'on nomme X notre nombre de départ, et a le résultat intermédiaire, il vient :

Ligne 2 : a = X – 4
Ligne 3 : a . 2X
Or, comme a= X – 4, il vient :
a . 2X = (X – 4) . 2X = $\mathbf{2}\boldsymbol{x}^{\mathbf{2}}-\mathbf{8}\boldsymbol{x}$

On chercher donc à savoir quand :

$$x^2 - 8x = 2x^2 - 8x$$

$$\Leftrightarrow$$

$$x^2 = x^2 + x^2$$

$$\Leftrightarrow$$

$$x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Les programmes A et B peuvent donc donner un résultat identique dans un et unique cas, lorsque le nombre de départ est 0.

4. Comme mentionné précédemment, le programme A est réductible à une équation du second degré à 1 inconnue. Si l'on nomme X notre nombre de départ, il vient :

Ligne 3 : a=X

Ligne 4 : b = a – 4 = X – 4

Ligne 5 : c = b x b = (X-4) x (X-4)

Ligne 6 : d = c – 16 = [(X-4) x (X-4)] – 16

En définitif, si l'on souhaite obtenir 0 comme résultat, cela revient à poser l'équation :

[(X-4) x (X-4)] – 16 = 0 (Equation 1)

$$\Leftrightarrow$$

[(X-4) x (X-4)]=16

$$\Leftrightarrow$$

$x^2 - 8x + 16$=16 (car $[a - b]^2 = [a^2 - 2ab + b^2]$)

$$\Leftrightarrow$$

$x^2 - 8x$=0

$$\Leftrightarrow$$

X(X – 8) =0

$$\Leftrightarrow$$

X =0 ou x=8 (ce qui se vérifie immédiatement dans l'équation 1)

Le nombre choisit au départ du programme A doit donc être 0 ou 8 si l'on souhaite obtenir 0 comme résultat.

PE2-20-PG1 fin de correction

PE2-20-PG7 correction

1. En appliquant le nombre 17 au programme, on obtient les résultats successifs suivants :

Ligne 3 : Q = 0

Ligne 4 : R = 17

Ligne 5 (boucle répéter) : R > 7, la condition n'est donc pas vérifiée, le programme rentre dans la boucle

Ligne 6, premier tour de boucle : Q=Q+1=0+1=1

Ligne 7, premier tour de boucle : R=R - 7=17 - 7=10

Fin de boucle, ligne 5 : R>7, la condition n'est donc pas vérifiée, le programme rentre dans la boucle

Ligne 6, second tour de boucle : Q=Q+1=1+1=2

Ligne 7, second tour de boucle : R=R-7=10 – 7=3

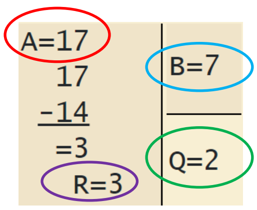
Fin de boucle, ligne 5 : R<7, la condition est respectée, le programme sort de la boucle

Ligne 8 : le programme s'arrête

En fin de programme, lorsque l'utilisateur saisit le nombre 17, les variables Q et R auront pour valeurs : Q=2 ; R=3

2. Ici la question peut être ambigüe, il faut « voir », que le programme retourne implicitement le Quotient et le Reste d'une division euclidienne par 7… Il n'y a pas d'astuce pour arriver à cette conclusion, l'exercice a pour vocation de tester la capacité de l'examiné à reconnaitre une méthode de calcul classique (ici, la division euclidienne) dans un algorithme, et réciproquement.

Ces variables contiennent le quotient (variable Q) et le reste (variable R) de la division euclidienne de 17 par 7.

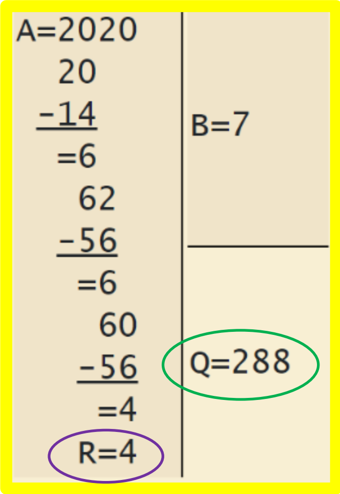


Dividende = (diviseur x quotient) + reste

17 = (7 x 2) + 3

3. Ici il suffit alors de poser la division euclidienne de 2020 par 7, cette question supposait donc la bonne compréhension de la précédente question…

Posons la division euclidienne de 2020 par 7 :



Finalement, en fin de programme, lorsque l'utilisateur saisit le nombre 2020, les variables Q et R auront pour valeurs :

<u>Q = 288 ; R = 4</u>

PE2-20-PG7 fin de correction

PE2-20-PG5 correction

1. En appliquant le nombre 6 au programme, on obtient les résultats successifs suivants :

Ligne 3 : t = 6

Ligne 4 (boucle conditionnelle) : t=6>0, la condition est vérifiée, le programme rentre dans la boucle et applique la première action

Ligne 5 (boucle conditionnelle) : t=6<10, la condition est vérifiée, le programme rentre dans la boucle et applique la première action

Le programme s'arrête en affichant « 320 »

2. En appliquant le nombre 15 au programme, on obtient les résultats successifs suivants :

Ligne 3 : t=15

Ligne 4 (boucle conditionnelle) : t=15>0, la condition est vérifiée, le programme rentre dans la boucle et applique la première action

Ligne 5 (boucle conditionnelle) : t=15>10, la condition n'est pas vérifiée, le programme rentre dans la boucle et applique donc la seconde action

Ligne 7 : v=3,2 x t x t = 3,2 x 15 x 15 = 720

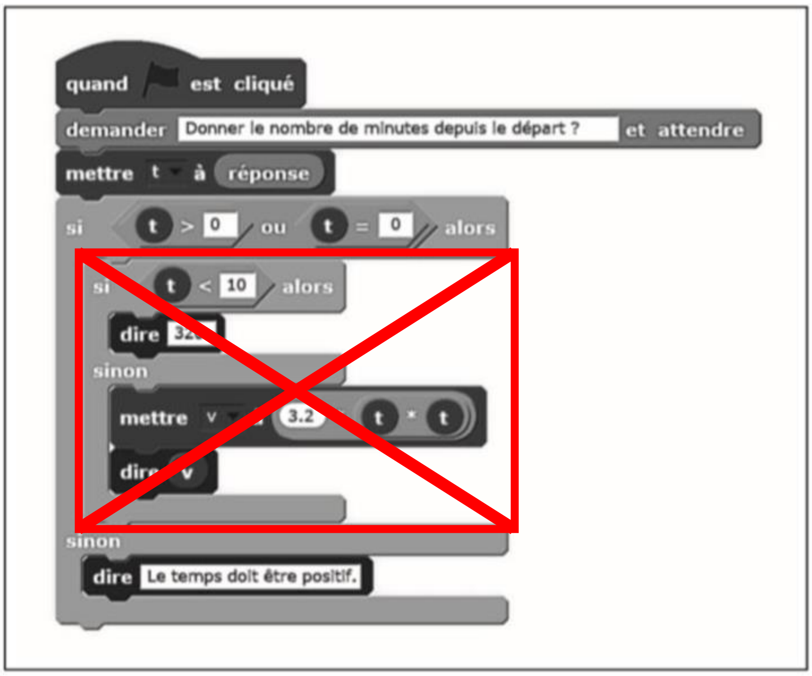
Ligne 8 : le programme s'arrête en affichant la valeur de la variable t, c'est-à-dire « 720 »

3. On rappelle que la vitesse (v) est donnée par la formule :

$$\boldsymbol{vitesse(v) = \frac{distance(d)}{temps(t)}}$$

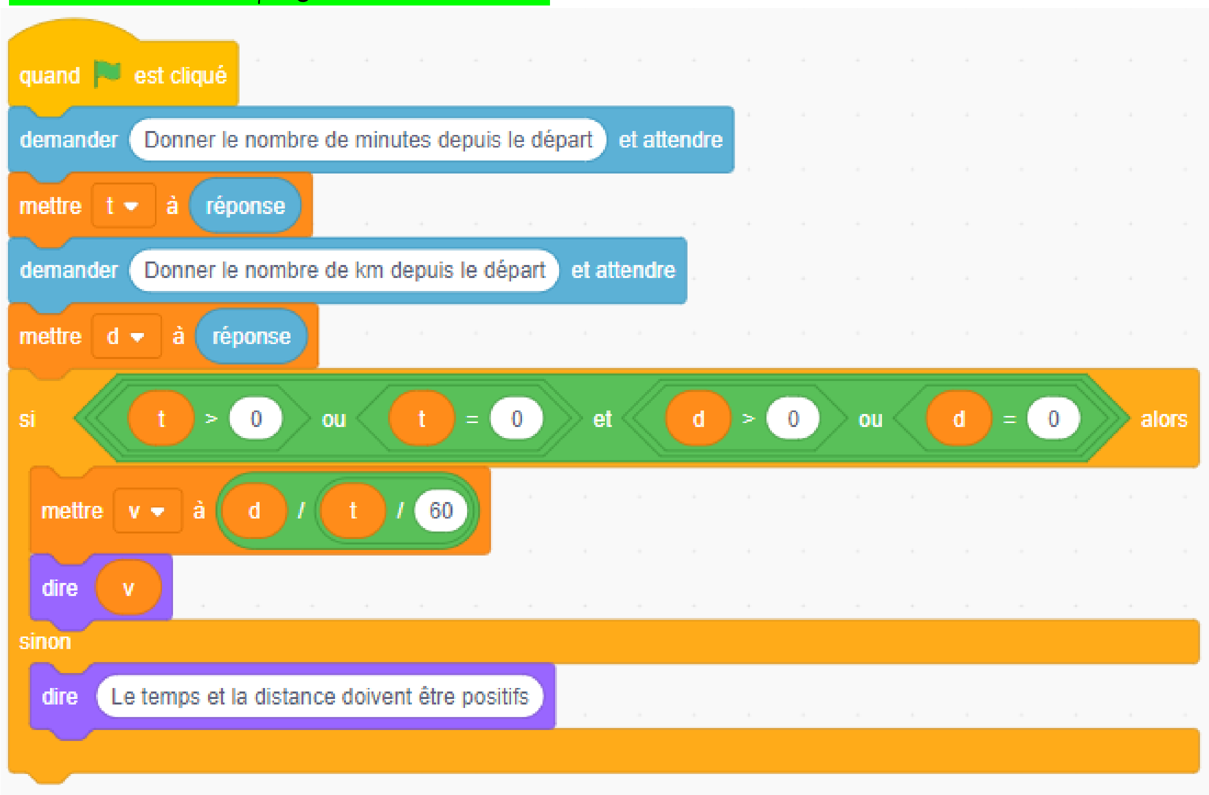
La principale erreur de l'élève est de ne pas tenir compte de la distance parcourue par le train, or une vitesse s'exprime toujours selon le rapport d'une distance sur un temps.

4. Une correction possible est :



Quand « drapeau » est cliquée
Demander « Donner le nombre de minutes depuis le départ ? » et attendre
    Mettre t à REPONSE
Demande « Donner le nombre de km depuis le départ ? » et attendre
    Mettre d à REPONSE
Si (t>0 ou t=0) ET (d> 0 ou d=0) alors
    Mettre v = d / (t / 60)
    dire v
Sinon
    Dire « Le temps et la distance doivent être positifs »

En scratch, un tel programme s'écrirait :



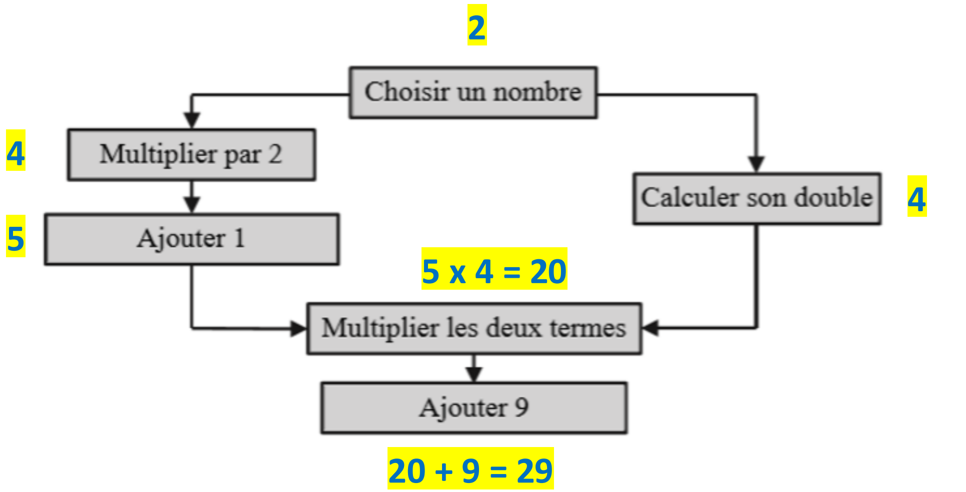
C'est un exercice plutôt difficile pour plusieurs raisons :

1. On peut être déconcerté par ce que l'élève a écrit, s'interroger notamment sur la raison du « 320 » ou « 3.2 », qui sont en fait probablement une conversion mal placée : pour convertir des m/s en km/h il faut multiplier les n.m/s par 3,6, d'où le 3,2 peut être, qui serait une confusion ?
2. La consigne « proposer une correction peut être déroutante, mais attention : il suffit ici de proposer une correction en écrivant le programme en langage parlé, ne pas se laisser perturber par l'absence du logiciel scratch. Attention également à bien mentionner que la distance doit, comme le temps, être un nombre positif.

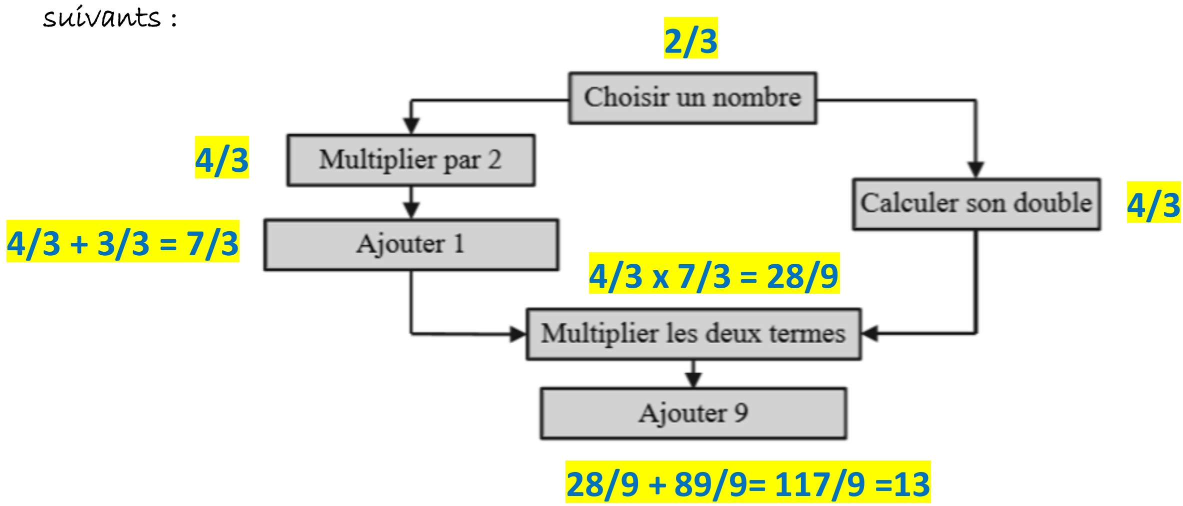
PE2-20-PG5 fin de correction

PE2-20-PG4 correction

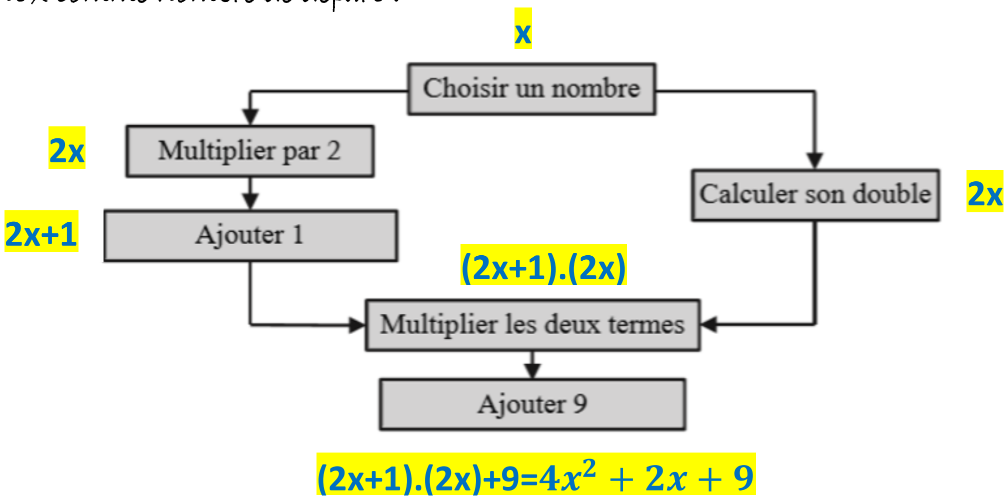
1.a En appliquant le nombre 2 au programme, on obtient les résultats successifs suivants :



1.b En appliquant le nombre 2/3 au programme, on obtient les résultats successifs suivants :



1.c Le programme suivant est réductible à une équation du second degré à une inconnue, en posant x comme nombre de départ :



2.a En appliquant le nombre 2 au programme, on obtient les résultats successifs suivants :

Ligne 3 : résultat = 2 + 3 = 5

Ligne 4 : résultat = résultat x résultat = 5 x 5

Ligne 5 : le programme s'arrête en affichant le contenu de la variable résultat, c'est-à-dire « 25 »

2.b En appliquant le nombre 1,5 au programme, on obtient les résultats successifs suivants :

Ligne 3 : résultat = 1,5 + 3=4,5

Ligne 4 : résultat = résultat x résultat = 4,5 x 4,5 = 20.25

Ligne 5 : le programme s'arrête en affichant le contenu de la variable résultat, c'est-à-dire « 20,25 »

2.c Le programme suivant est réductible à une équation du second degré à une inconnue, en posant x comme nombre de départ :

Ligne 3 : résultat = x + 3

Ligne 4 : résultat = résultat x résultat = (x +3) (x+3)=$\boldsymbol{x^2+6x+9}$

(car $\boldsymbol{(a+b)^2=a^2+2ab+b^2}$)

3. Les deux programmes sont respectivement réductibles à une équation du second degré à une inconnue. La première équation est :

$$\boldsymbol{4x^2+2x+9}$$

Et la seconde :

$$\boldsymbol{x^2+6x+9}$$

On cherche à déterminer à quel moment les deux programmes donneront le même résultat, c'est-à-dire quand :

$$\boldsymbol{4x^2+2x+9=x^2+6x+9}$$
$$\Leftrightarrow$$
$$\boldsymbol{4x^2+2x=x^2+6x}$$
$$\Leftrightarrow$$
$$\boldsymbol{4x^2-x^2+2x-6x=0}$$
$$\Leftrightarrow$$
$$\boldsymbol{3x^2-4x=0}$$
$$\Leftrightarrow$$
$$\boldsymbol{x(3x-4)=0}$$
$$\Leftrightarrow$$
$$\boldsymbol{x=0\ OU\ x=\frac{4}{3}}$$

Dans le premier et le second programme, lorsque le nombre entré sera 0, le résultat sera le même : 9 Dans le premier et le second programme, lorsque le nombre entré sera 4/3, le résultat sera le même : 169/9

PE2-20-PG4 de correction

PE2-20-PG3 correction

1. En appliquant le nombre 5 au programme, on obtient les résultats successifs suivants :

Ligne 2 : réponse = 5

Ligne 3 : X = 6 + réponse = 6 +5 = 11

Ligne 4 : y =3 x réponse = 3 x 5 = 15

Ligne 5 : dire « X x y », c'est-à-dire 11 x 15 = « 165 »

2. En appliquant le nombre 2 + 7/10 au programme, on obtient les résultats successifs suivants :

Ligne 2 : réponse = 2 + 7/10

Ligne 3 : X = 6 + réponse = 6 + 2 + 7/10

Ligne 4 : y = 3 x réponse = 3 x (2+7/10)

Ligne 5 : X x y = (6 + 2 + 7/10).(3 x (2+7/10))

= (80/10+7/10).(60/10+21/10)

=87/10 x 81/10 =7047/100

3. Ce programme est réductible à une équation du second degré à une inconnue. Si l'on pose a=nombre de départ, il vient :

Ligne 2 : réponse=a

Ligne 3 : x=6+a

Ligne 4 : y=3a

Ligne 5 : X . y = (6+a).3a=$\mathbf{3a^2 + 18a}$

On souhaite savoir avec quel nombre de départ le programme retournera « 0 », c'est-à-dire quand :

$$\mathbf{3a^2 + 18a = 0}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\mathbf{a(3a + 18) = 0}$$

$$\Leftrightarrow$$

a=0 ou a=-18/3

Les deux nombres qui ont pu être rentrés dans le programme sont donc 0 ou -18/3

PE2-20-PG3 fin de correction

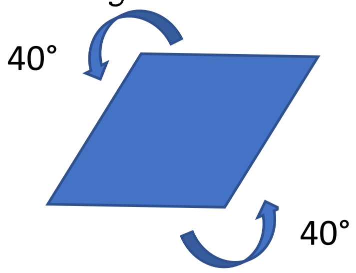
PE2-20-PG6 correction

1.a.b. Rappelons les propriétés du losange :
Pour tout quadrilatère non croisé d'un pan euclidien, on a les propositions équivalentes suivantes :

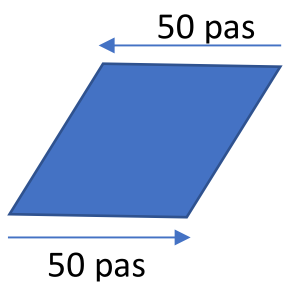
1. Ce quadrilatère est une losange
2. Ce quadrilatère a ses quatre côtés de même longueur et ses quatre sommets distincts.
3. Les diagonales de ce quadrilatère se coupent en leur milieu.

Ce quadrilatère a deux angles aigus et deux angles obtus et : Un angle aigu + un angle obtu $= 180°$

La première action du programme (ligne 3) correspond à l'un des angles <u>OBTUS intérieurs</u> du losange :



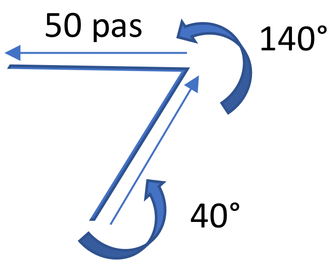
La seconde action du programme (ligne 4) correspond à tracer l'un des côtés du losange :



La troisième action (ligne 5) doit ainsi correspondre à l'un des angles AIGUS intérieurs, en particulier un angle de 140° car angle obtus + angle aigu = 180°, or angle aigu = 40°.

La quatrième action (ligne 6) enfin, doit correspondre au tracé d'un nouveau côté du losange, de même longueur que le premier, il faut donc avancer de 50 pas, comme pour le premier côté.

2.c Ces quatre premières action permettent de tracer les deux premiers côtés du losange :



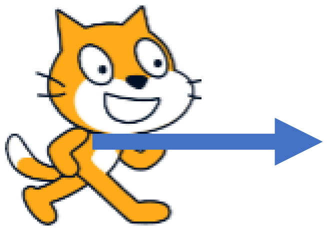
Il est donc nécessaire de <u>répéter au moins 2 fois</u> cette suite d'opérations pour obtenir le tracé d'un losange.

VOIR NOTE DE FIN : guide d'orientation sur scratch

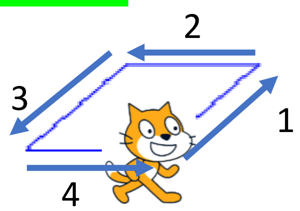
2.

- Le script A correspond à la figure 3.
- Le script B correspond à la figure 1.
- Le script C correspond à la figure 2.

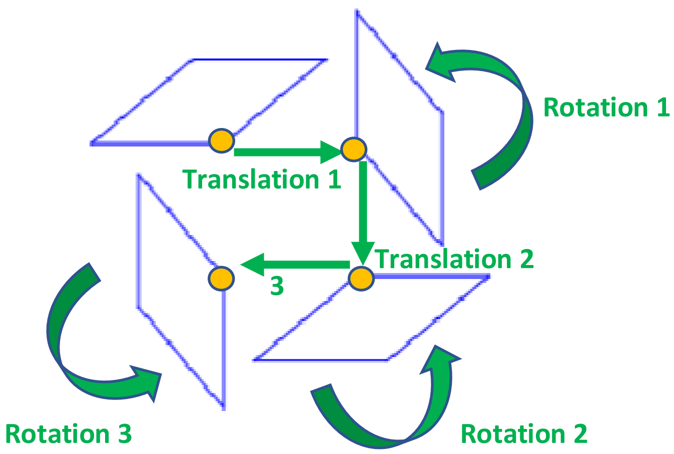
L'astuce consiste à interpréter correctement la consigne « s'orienter à 90° ». Celle-ci oriente le personnage de cette manière :



Le losange sera ensuite tracé dans cet ordre :



Une fois le programme rentré dans la boucle « répéter », les actions « avancer » et « tourner » ne correspondent qu'à des translations et rotations du losange. Les côtés du losange seront eux toujours tracés dans le même ordre. Pour la figure 1, par exemple, on a :



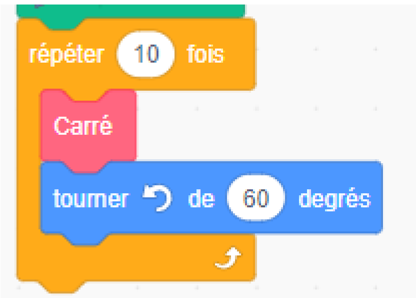
PE2-20-PG6 fin de correction

PE2-20-PG2 correction

1. Le programme rentre dans une boucle « répéter 6 fois » le bloc « Carré », la rosace est donc composée de 6 motifs « carré ». (Point gratuit).

2. Il s'agit d'une rotation de 60° autour du point matérialisé par l'un des sommets du carré. (Second point gratuit).

3. /!\ATTENTION/!\, ici on pourrait être tenté d'apporter au programme simplement la modification suivante :



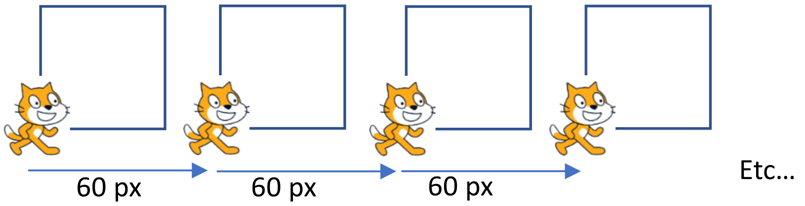
C'est-à-dire, remplacer « répéter 6 fois » par « répéter 10 fois ». Seulement, la rosace ne changera pas, on obtient exactement le même résultat que précédemment. En fait le programme va tracer de nouveaux carrés sur les anciens… Ensuite, on demande bien de tracer une <u>rosace</u>, c'est-à-dire : une figure symétrique, formée de courbes inscrites dans un cercle. <u>Il faut donc effectuer une rotation complète…de 360°.</u>

<u>Or c'était bien le cas dans le premier programme : 6 x 60 degrés</u>

Il faut donc réévaluer l'angle, au prorata du nombre de carrés, c'est-à-dire : 360/10=36°
Les deux modifications à apporter sont les suivantes
1. « Répéter 6 fois » devient « répéter 10 fois »
2. « Tourner dans le sens inverse des aiguilles d'une montre de 60 degrés » devient « Tourner dans le sens inverse des aiguilles d'une montre de 36 degrés »

4. L'instruction doit être remplacée par « avancer de 60 pas »

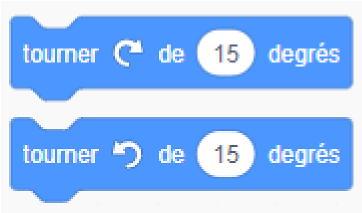
Lorsque le programme termine de tracer un carré, le personnage s'arrête à son point de départ initial. Il faut donc le faire parcourir la distance d'un côté + 10 pas (c'est-à-dire 10 pixels) pour obtenir la nouvelle figure.



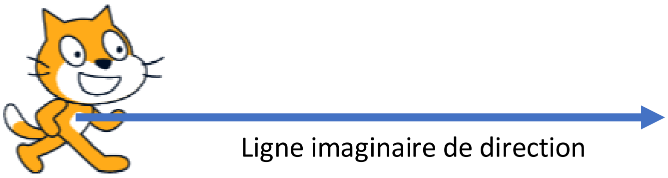
PE2-20-PG2 fin de correction

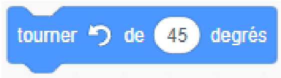
VOIR NOTE DE FIN : guide d'orientation sur scratch

Les actions suivants sont souvent sources de confusion dans l'interprétation d'un programme scratch :

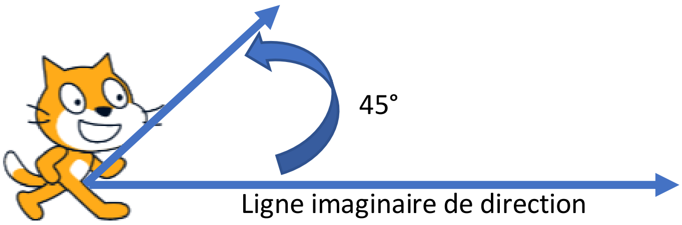


Il est important de comprendre que l'angle d'orientation du personnage correspond à celui formé à partir de la ligne imaginaire qui représente la direction initiale du personnage. Imaginons que notre personnage soit initialement orienté comme suit :



Si l'on demande l'action suivante au personnage 

, voici l'angle qu'il faut interpréter :



Si l'on demande l'action suivante au personnage 

, voici l'angle qu'il faut interpréter :