





Collectif Math Lyon - Décembre 2019

Exercer l'esprit critique en classe de mathématiques

Une proposition d'ingénierie, perspectives didactiques

 <https://valentinroussel.github.io/educ/>
 roussel.pro@protonmail.com
 twitter.com/RousselValenti8
 linkedin.com/in/rousselpro

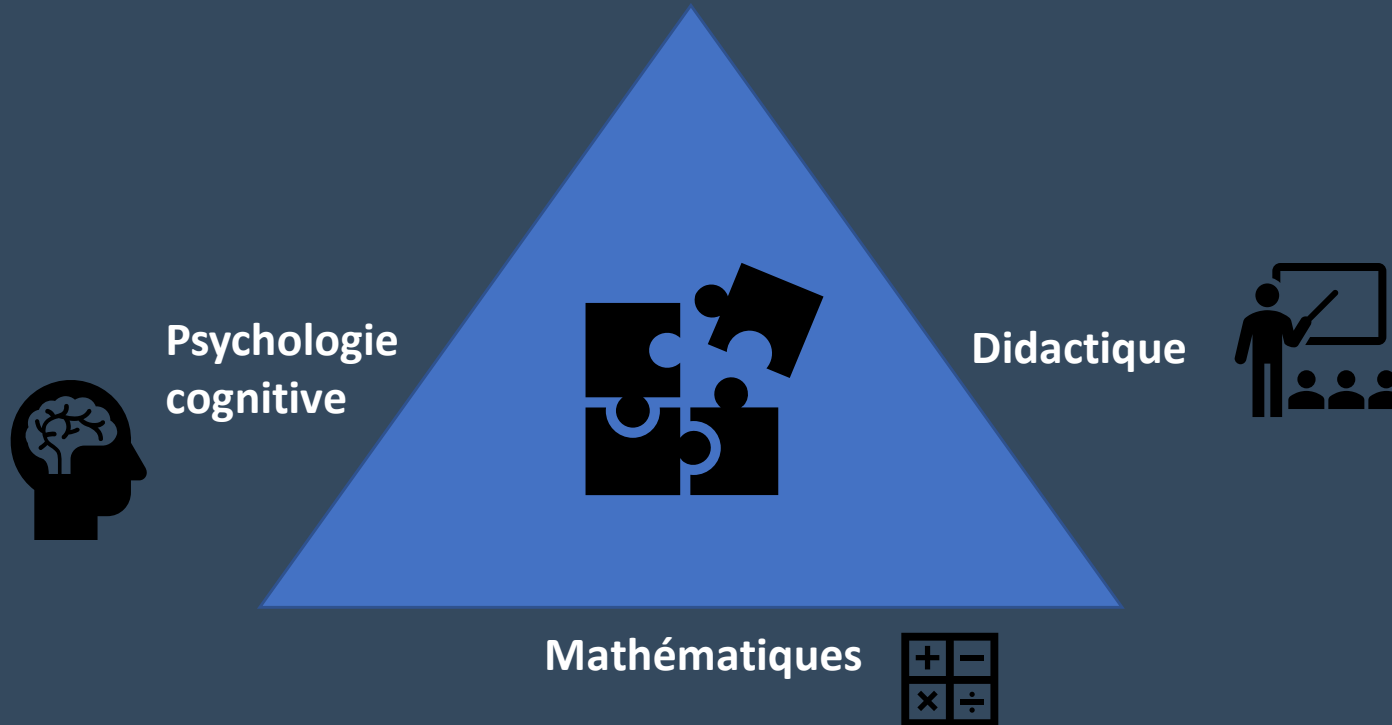






Plan

1. Présentation générale des travaux et objectifs
 1. Objectifs
 2. Exploration épistémologique du « *critical thinking* »
 3. Modèle de Norris et Ennis (1999)
 4. Que disent les programmes français ?
2. Apports de la psychologie cognitive pour appuyer le dispositif didactique
 1. Peut-on vraiment se fier à notre cerveau ?
 2. Les croyances créent des illusions
 3. L'activité
 4. Le dispositif didactique
 5. Résultats
3. Perspectives
 1. Combiner didactique et psychologie cognitive
 2. Des problématiques complémentaires
 3. Perspective de thèse
 4. Cadres théoriques pour la formation
 5. Rôle de la didactique ?

Objectifs

Développer **une ingénierie didactique** permettant le travail de l'esprit critique en classe de mathématiques.



 <https://valentinroussel.github.io/educ/>
 roussel.pro@protonmail.com
 twitter.com/RousselValenti8
 linkedin.com/in/rousselpro



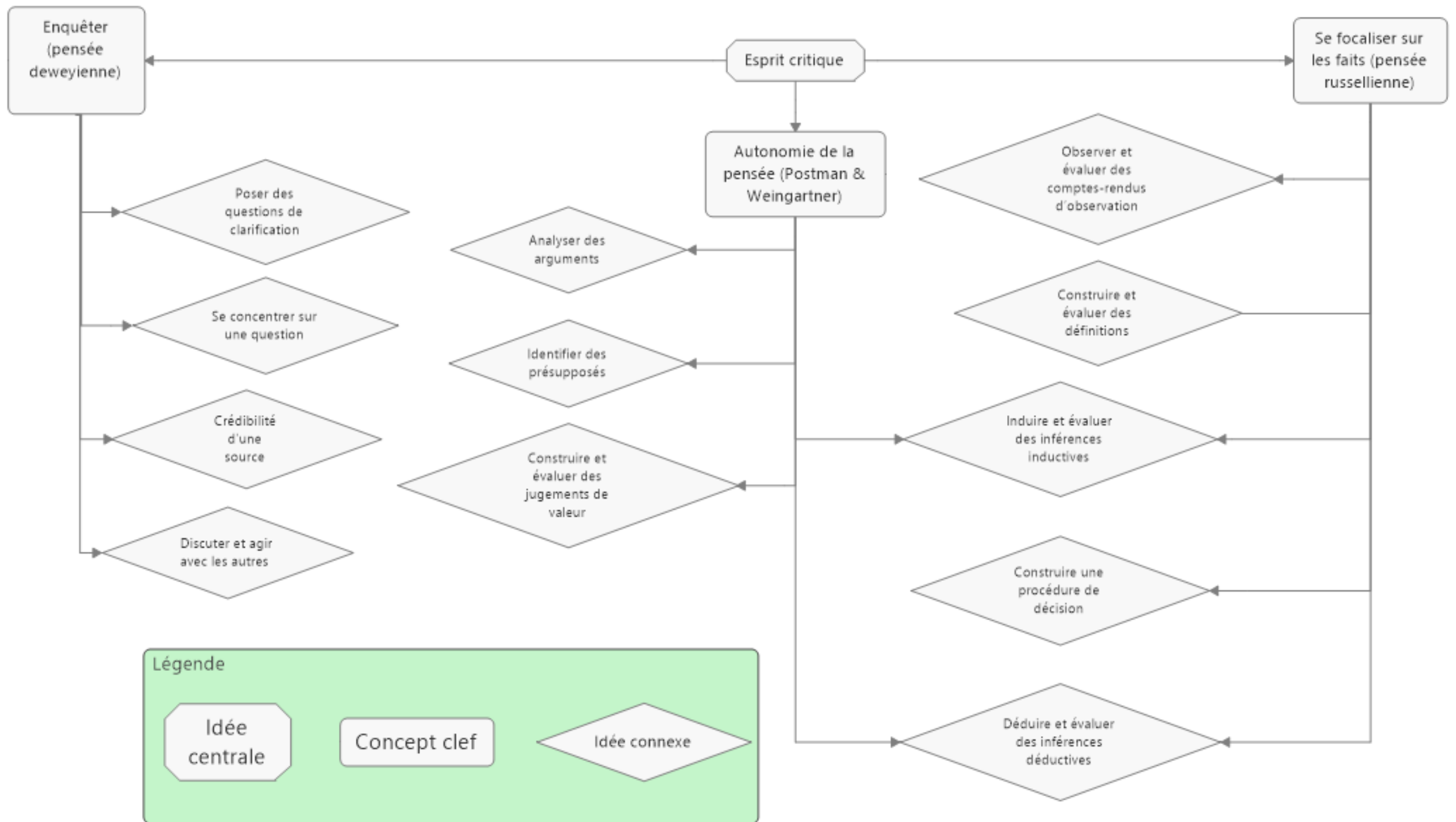
Exploration épistémologique

1. Le « critical thinking », une méthode foncièrement anglo-saxonne

1. John DEWEY (1910) : **le penseur critique est un enquêteur acharné**
2. Bertrand RUSSEL (1930) : **les faits, rien que les faits**
3. ENNIS, POSTMAN & WEINGARTNER (1969) : **lutter contre la manipulation et l'endoctrinement**

2. Une méthode structurée par des idées et des principes

1. La charge de la preuve revient à celui qui l'affirme
2. Une allégation extraordinaire nécessite une preuve plus qu'ordinaire
3. L'origine de l'information est fondamentale
4. Principe du rasoir d'Ockham : les hypothèses suffisantes les plus simples doivent être préférées
5. **Les croyances créent des illusions**



Modèle de Norris et Ennis (1999)

Dans l'article *The Nature of Critical Thinking : An Outline of Critical Thinking Dispositions and Abilities*, Robert Ennis propose de définir la structure cognitive du penseur critique en dressant la liste des compétences qui le caractérisent :

1. Se concentrer sur une question
2. Analyser des arguments
3. Poser des questions de clarification et savoir y répondre
4. Estimer la crédibilité d'une source
5. Observer et évaluer les comptes-rendus d'observation
6. Dédire (induire) et évaluer des inférences déductives / inductives
7. Construire et évaluer des jugements de valeur
8. Construire et évaluer des définitions
9. Identifier les présupposés
10. Construire une procédure de décision
11. Discuter et agir avec les autres

Que disent les programmes français ?

Cycle 2		
Objectifs de fin de cycle	Activité(s)	Rôle de l'enseignant
<ul style="list-style-type: none"> - Se montrer rationnel - Mettre en doute, se montrer critique vis-à-vis de son travail et du travail d'autrui - Exercer son jugement - Eduquer aux codes de communication et d'expression - Formuler et justifier ses choix - Développer sa curiosité et sa créativité - Développer son habileté technique - Utiliser ses connaissances pour argumenter 	<ul style="list-style-type: none"> - Calcul - Compréhension d'un texte - Appréciation d'une œuvre ou l'observation d'un phénomène naturel - Education aux métiers et à l'information - Débattre et argumenter rationnellement en émettant des conjectures et des réfutations simples - Résolutions de problèmes mathématiques - Pratiques artistiques - Réaliser des expériences simples (exploration, observation, manipulation, fabrication) - Enseignement du français Education physique et sportive 	<ul style="list-style-type: none"> - Se montrer exigeant et bienveillant et favoriser l'estime de soi et la confiance en soi des élèves - Adopter une attitude à la fois compréhensive et ferme - Se montrer à l'écoute de chacun, il encourage l'autonomie, l'esprit critique et de coopération - Il veille à éviter toute discrimination et toute dévalorisation entre élèves

Que disent les programmes français ?

Cycle 3		
Objectifs de fin de cycle	Activité(s)	Rôle de l'enseignant
<ul style="list-style-type: none"> - Développer le sens de l'observation, la curiosité, l'esprit critique et, de manière plus générale, l'autonomie de la pensée - Renforcer la maîtrise du langage. - Elargir ses repères culturels - Développer la notion de relatif, l'esprit critique, l'altérité - Acquérir des repères structurant sa culture artistique et apprendre à s'y référer - Faire la distinction entre opinion et croyance 	<ul style="list-style-type: none"> - Education aux médias et à l'information - Réflexion sur le fonctionnement de la langue - Contacts avec les écoles des pays ou des régions concernés - Exploitation des ressources offertes par la messagerie électronique - Exploitation de documents audiovisuels - Education musicale - Mise en œuvre de démarches scientifiques et technologiques variées - Découverte de l'histoire des sciences et des technologies - Analyse et production d'objets techniques 	Idem au cycle 2

Que disent les programmes français ?

Cycle 4		
Objectifs de fin de cycle	Activité(s)	Rôle de l'enseignant
<ul style="list-style-type: none"> - Devenir un usager des médias et d'Internet conscients de ses droits et devoirs et maîtrisant son identité numérique - Identifier et évaluer, en faisant preuve d'esprit critique, les sources d'information - Développer l'esprit critique et le goût de la vérité - Evaluer l'impact des découvertes et innovations sur notre vie, notre vision du monde et notre rapport à l'environnement - Faire un usage correct et précis de la langue française - Développer ses qualités de jugement qui sont nécessaires au lycée - Développement des capacités d'écoute et d'expression - Apprendre à comparer les sources d'informations - Se distancier d'une vision anthropocentrée du monde et distinguer faits scientifiques et croyances 	<ul style="list-style-type: none"> - Education aux médias et à l'information - Enseignement moral et civique - Développement de la culture scientifique - Développement de la culture littéraire - Observer les phénomènes naturels ou techniques, et le monde vivant en adoptant une posture scientifique - Utiliser ses connaissances pour expliciter, expliquer le document et exercer son esprit critique - Comparer des données numériques 	Idem au cycle 2


Que disent les programmes français ?

Axe d'enseignement	Compétences	Rapport au modèle Ennis	Dispositions
(1) S'informer	<ul style="list-style-type: none"> - Prendre le temps de s'informer - Comprendre avant de juger 	Discuter et agir avec les autres Poser des questions de clarification	Ecoute Curiosité
(2) Evaluer l'information	<ul style="list-style-type: none"> - En chercher la source - Comprendre qu'une connaissance est construite et comment elle se construit 	Juger la crédibilité d'une source Identifier des présupposés Observer et évaluer des comptes-rendus Se concentrer sur une question	Curiosité Autonomie
(3) Distinguer faits et interprétation	<ul style="list-style-type: none"> - Différencier les faits de l'interprétation qui les relie et les explique 	Construire et évaluer des définitions	Autonomie Lucidité
(4) Confronter les interprétations	<ul style="list-style-type: none"> - Prendre acte des débats entre les interprétations et de la nécessité du pluralisme en ne s'arrêtant pas à la première explication présentée 	Construire une procédure de décision Dédire et évaluer des inférences déductives Induire et évaluer des inférences inductives	Lucidité Modestie
(5) Evaluer les interprétations	Distinguer / - les interprétations validées par l'expérience <ul style="list-style-type: none"> - les hypothèses - les opinions liées à nos croyances 	Construire et évaluer des jugements de valeur Analyser des arguments	Modestie Ecoute

 <https://valentinroussel.github.io/educ/>

 roussel.pro@protonmail.com

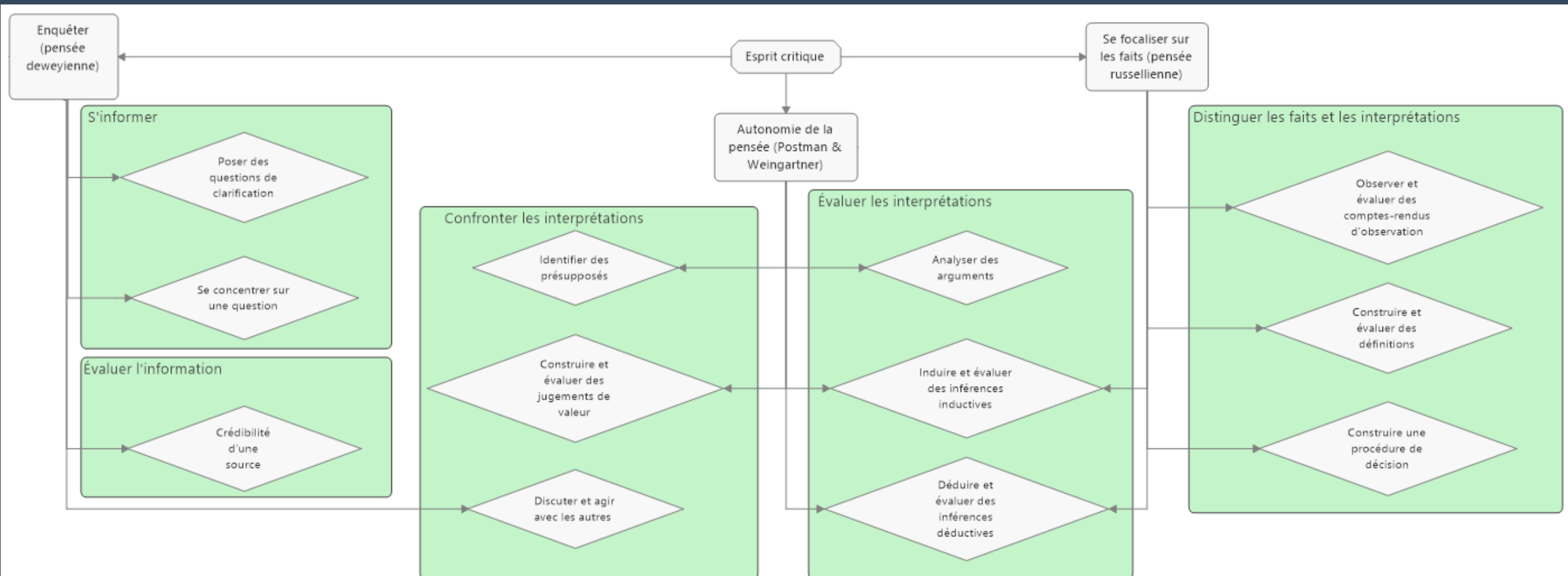
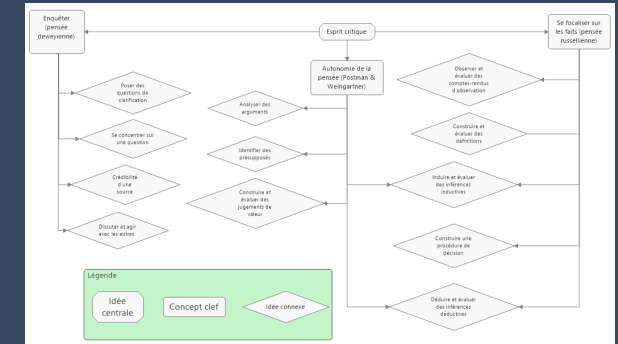
 twitter.com/RousselValenti8

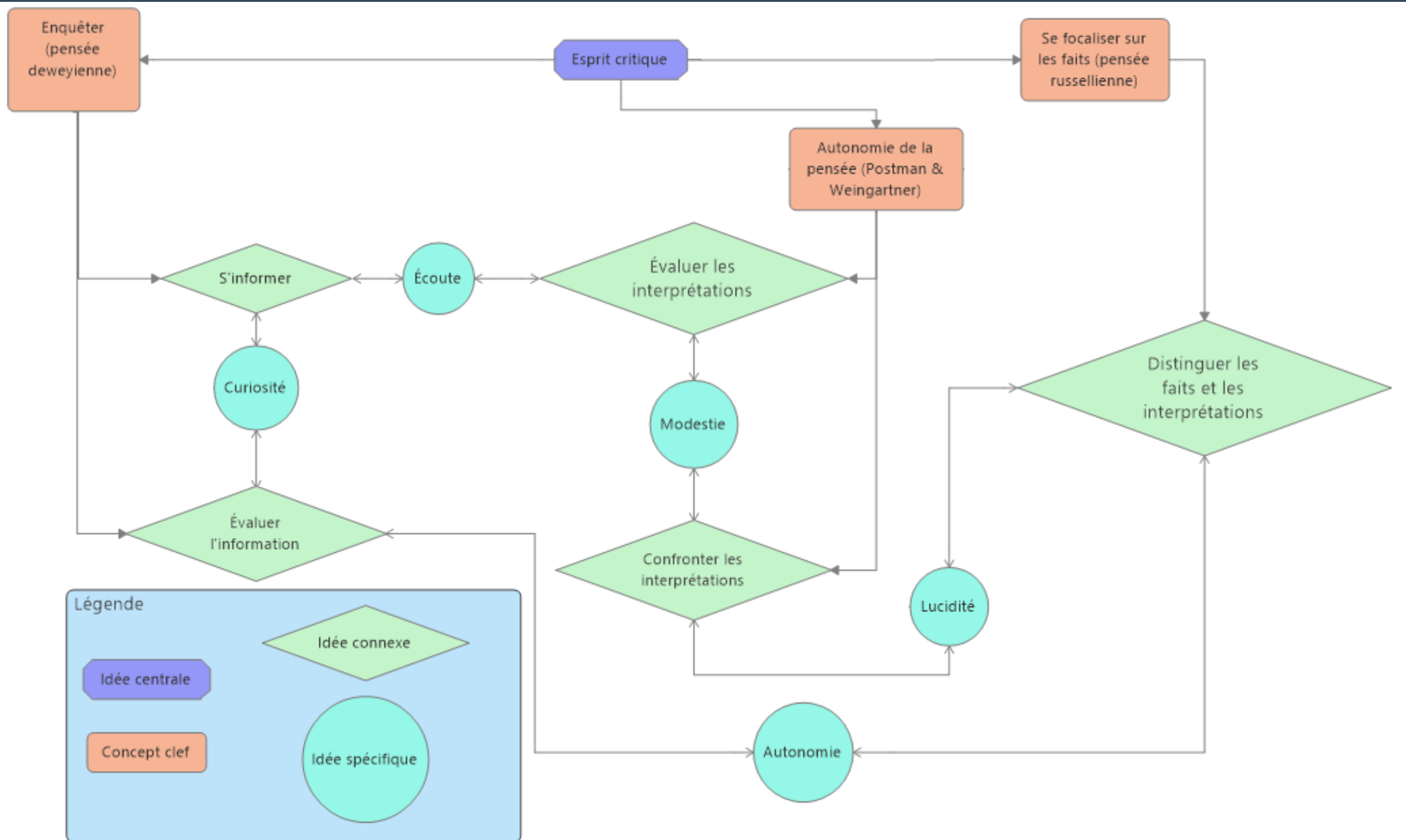
 linkedin.com/in/rousselpro



5 grandes compétences :

1. S'informer
2. Evaluer l'information
3. Confronter les interprétations
4. Evaluer les interprétations
5. Distinguer les faits et les interprétations





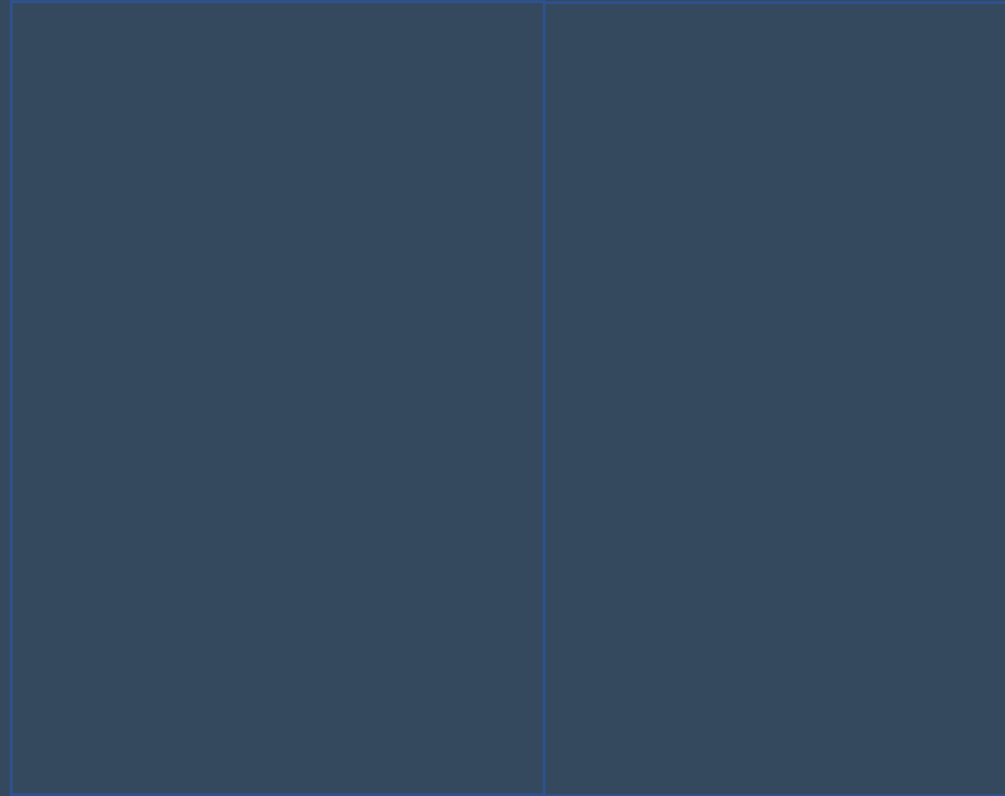
Apports de la psychologie cognitive pour appuyer le dispositif didactique

Développer **une ingénierie didactique** permettant le travail de l'esprit critique en classe de mathématiques.

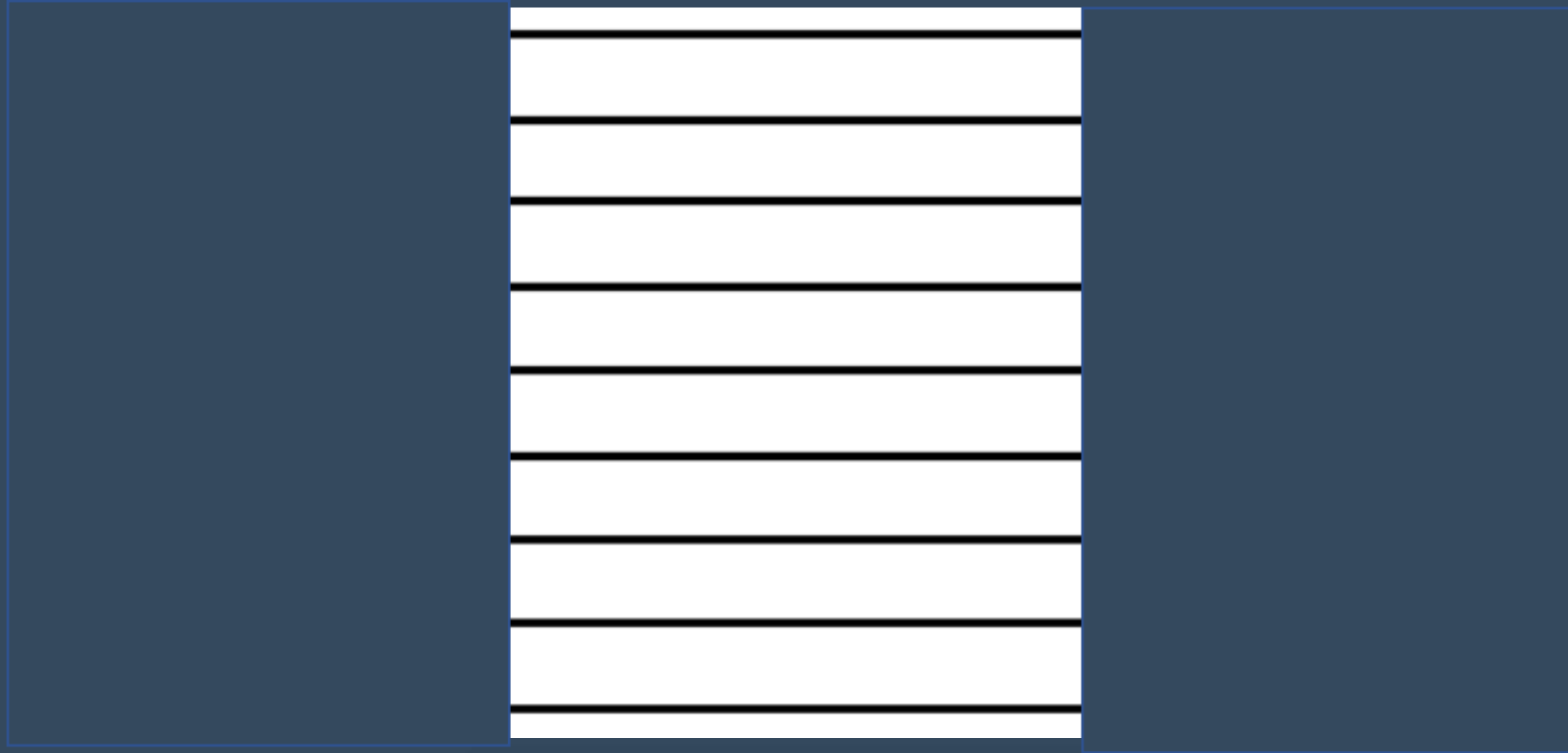
1. Les **compétences** à travailler supposent une activité ayant **certaines caractéristiques** :

Compétences ciblées	Caractéristiques de l'activité
Discuter et agir avec les autres	Travail de groupe, l'activité encourage les échanges
Construire une procédure de décision	Produire une méthode, une réflexion commune
Déduire (induire) et évaluer des inférences déductives / inductives	Permettre le travail de la logique
S'informer, évaluer, enquêter	Susciter la recherche de preuves, d'informations supplémentaires
Confronter les interprétations	Encourager les débats d'idées et de méthodes
Distinguer les faits et les interprétations	Permettre la confrontation de croyances et de faits objectifs
Les croyances créent des illusions	Susciter, créer des croyances

Peut-on vraiment se fier à notre cerveau ?



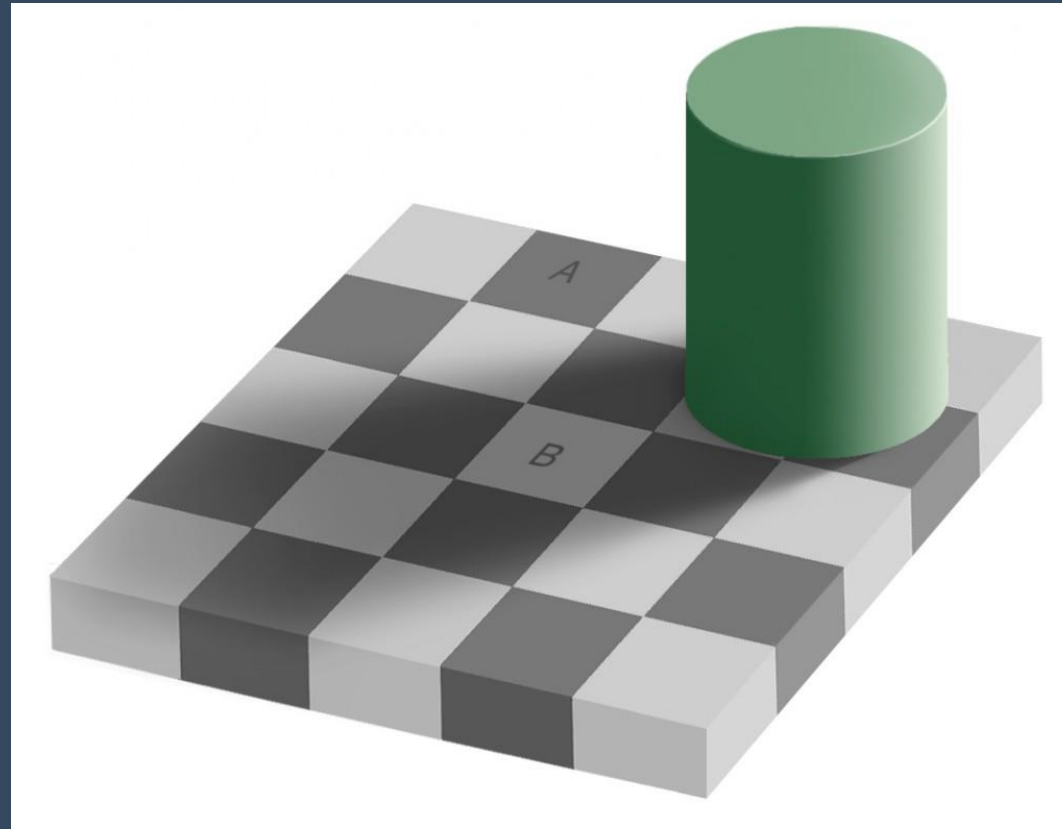
Peut-on vraiment se fier à notre cerveau ?



Peut-on vraiment se fier à notre cerveau ?



Peut-on vraiment se fier à notre cerveau ?



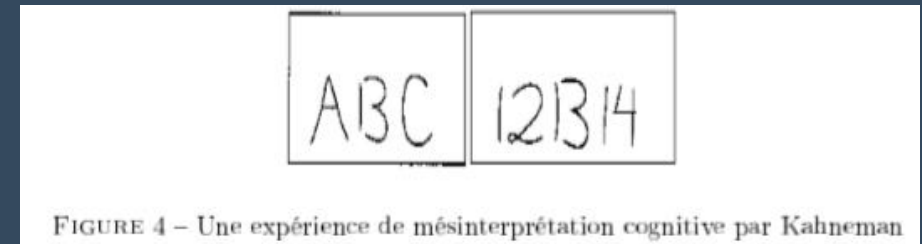
Échiquier
d'ADELSON

Les croyances créent des illusions

→ **Modèle « Système 1 / Système 2 » de Daniel KAHNEMAN** : les biais cognitifs comme outils didactiques

Activités attribuées au S1	Activités attribuées au S2
Détecter qu'un objet est plus éloigné qu'un autre	Se préparer au top-départ d'une course
S'orienter vers la source d'un bruit soudain	Se concentrer sur la voix d'une personne particulière dans une salle comble et bruyante
Faire une grimace de dégoût face à une image horrible	Faire appel à sa mémoire pour identifier un son surprenant
Détecter de l'hostilité dans une voix	Marcher plus vite qu'il ne vous est naturel
Résoudre $2 + 2 = ?$	Compter le nombre de fois où la lettre A apparaît dans un texte
Comprendre des phrases simples	Vérifier la validité d'un argument logique complexe
Compléter la phrase une phrase standardisée (« du pain et... »)	Rechercher un visage familier dans une foule

TABLE 4 – Exemple d'activités attribuées au Système 1 et au Système 2 selon Kahneman



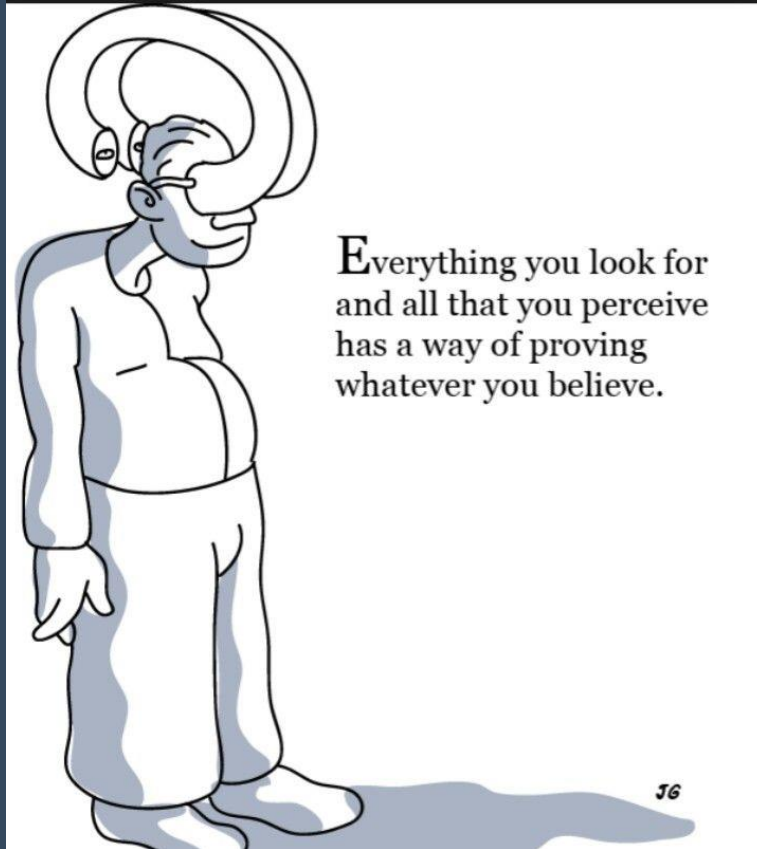
- Biais d'ancrage
- Biais de confirmation
- Biais de cadrage
- Biais de conformisme
- Effet boomerang
- Effet de faux-consensus

Les croyances créent des illusions



Le biais d'ancrage : désigne la difficulté que l'on rencontre à se départir de sa première impression. En se focalisant sur une première information, une première valeur ou un premier élément, l'esprit n'arrive plus à apprécier et prendre en considération les nouvelles informations, les nouvelles valeurs ou à envisager d'autres choix.

Les croyances créent des illusions



Le **biais de confirmation** : tendance naturelle qu'ont les êtres humains à **privilégier** les informations qui **confortent leurs préjugés, leurs idées reçues, leurs convictions, leurs hypothèses.**

« J'avais raison depuis le début »

« C'est bien ce que je pensais »

« C'est l'évidence même »

Pour résumer : **quand on cherche, on trouve.**

Les croyances créent des illusions



Biais de cadrage : la manière de présenter un problème ou un sujet n'est pas sans conséquence sur le raisonnement qui en découle. Il montre l'influence importante que peut avoir la formulation d'une question ou d'un problème sur la réponse qui y est apportée.

Les croyances créent des illusions



Le biais de conformisme : attitude passive consistant à se soumettre aux idées communément admises, aux usages, aux comportements, aux règles morales, à la façon de parler du plus grand nombre, du milieu ou du groupe auquel on appartient.

Importance du groupe

Les croyances créent des illusions



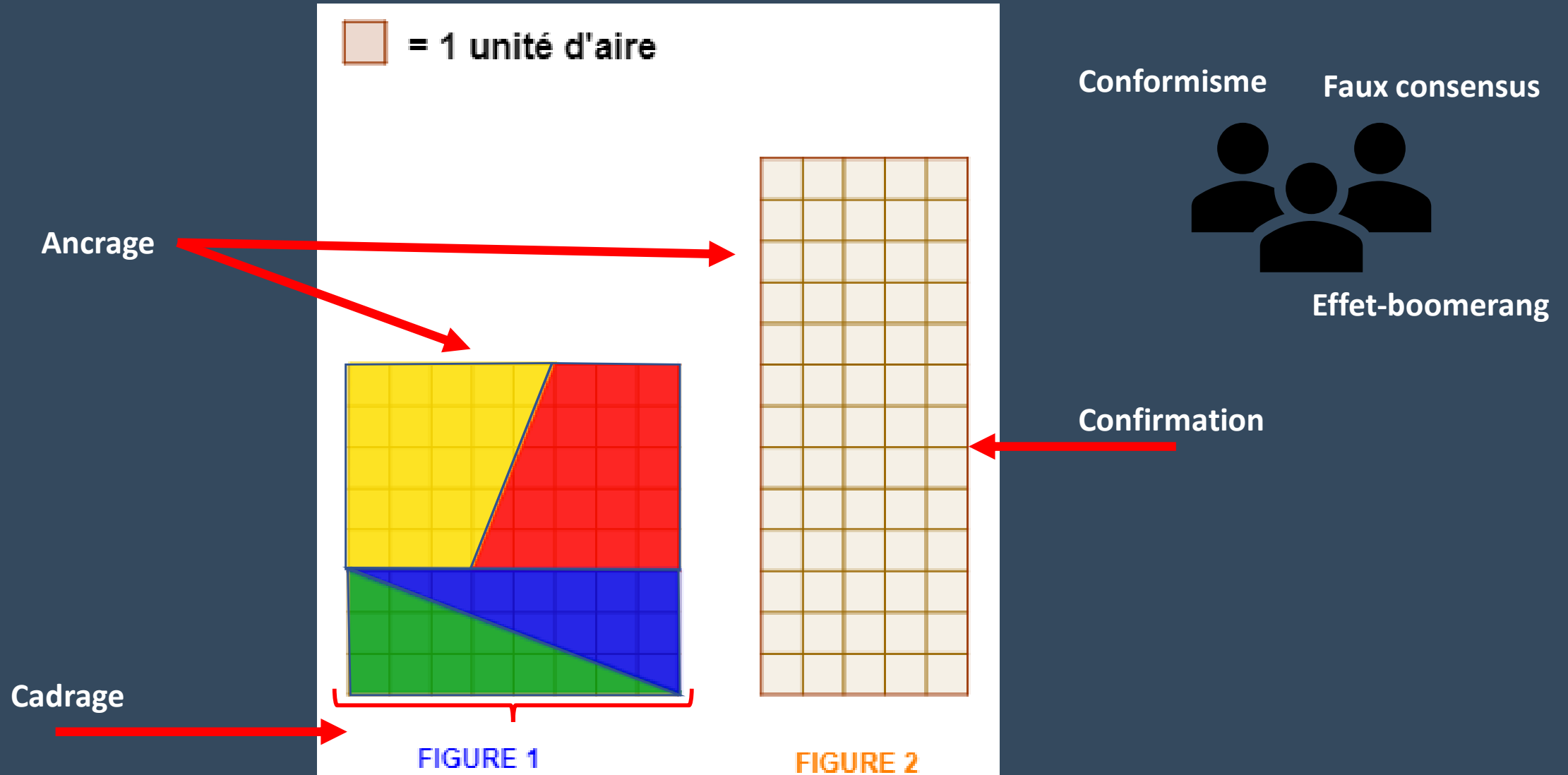
L'effet boomerang: un biais cognitif qui conduit des personnes confrontées à des preuves logiques et claires qui contredisent ou invalident leurs croyances, à les rejeter et à se sentir confortées dans leur croyance initiale.

Phénomène souvent observé : plus le niveau de preuve invalidant la croyance est élevé, plus le rejet sera fort, conduisant à une amplification de la croyance initiale... ∞

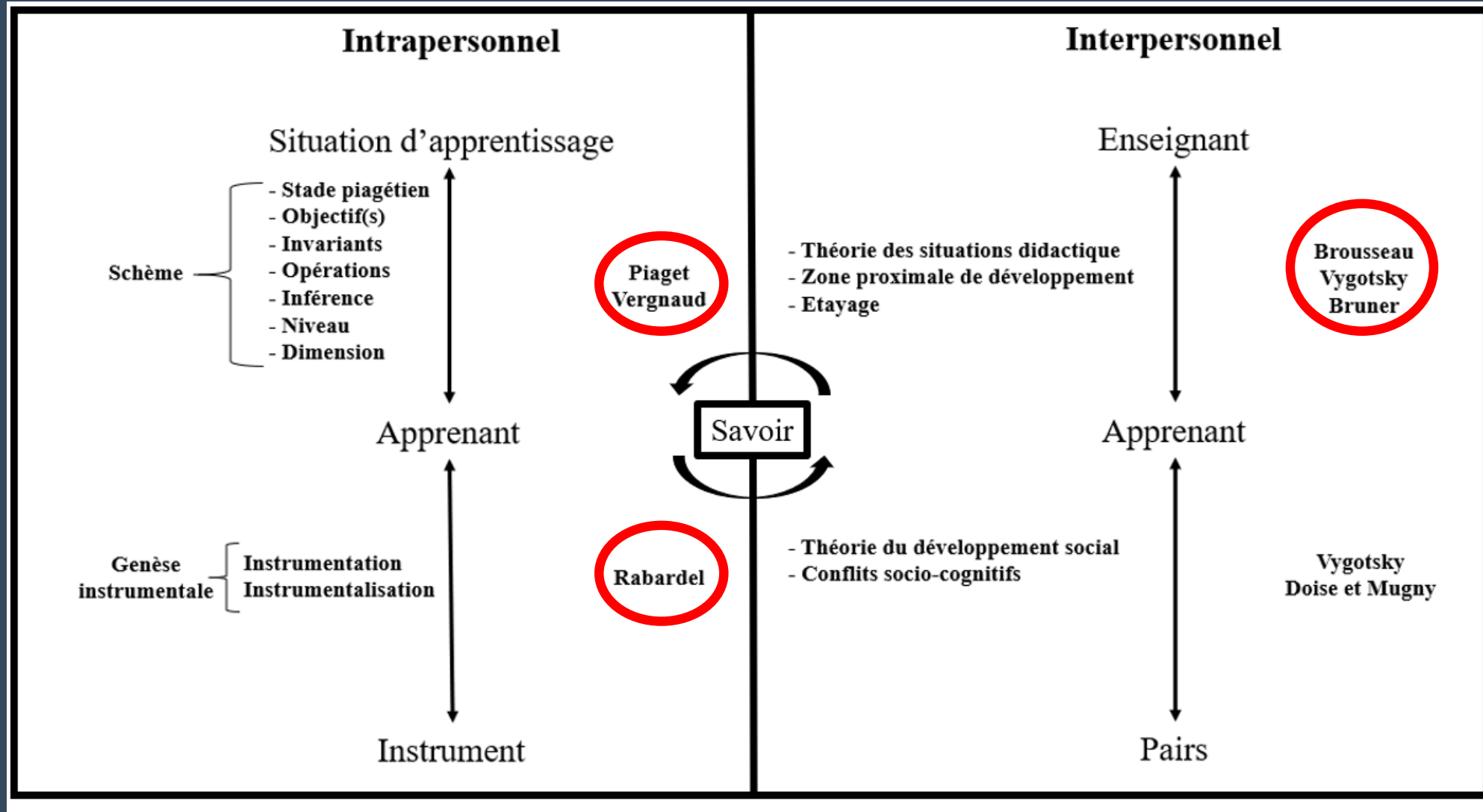
Les croyances créent des illusions

Le biais de faux consensus : avoir soi-même la tendance à surestimer le degré d'accord que les autres ont avec nous (dans leurs opinions, leurs croyances, les préférences, les valeurs et les habitudes). C'est aussi la tendance égocentrique à estimer le comportement d'autrui à partir de notre propre comportement.

L'activité



Le dispositif didactique : un milieu ludique et rétroactif



Le dispositif didactique : un milieu ludique et rétroactif

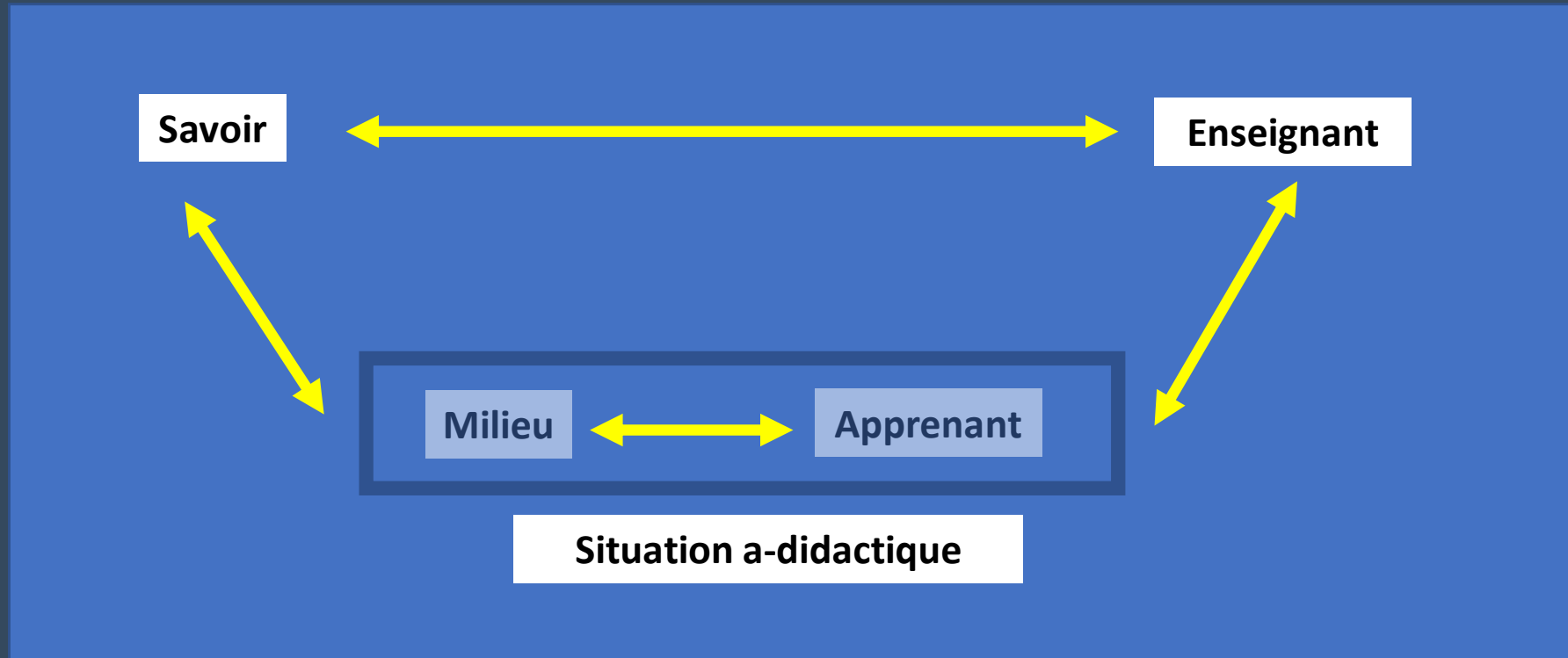
→ **Apports mathématiques et techniques** : une activité ludique, organisation méthodique de la dévolution

Une situation a-didactique répond aux conditions suivantes (**BROUSSEAU, 1988**) :

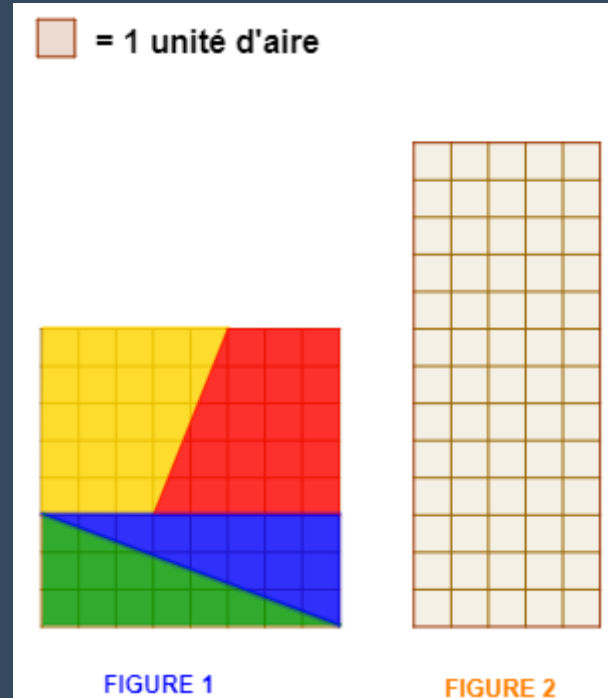
- L'élève peut envisager une réponse mais cette réponse initiale n'est pas celle que l'on veut enseigner : si la réponse était déjà connue, ce ne serait pas une situation d'apprentissage.
- La procédure de base doit se révéler très vite insuffisante ou inefficace pour que l'élève soit contraint de faire des **accommodations**, des **modifications de son système de connaissance**. Il y a **incertitude de l'élève quant aux décisions à prendre**.
- La connaissance visée est a priori requise pour passer de la stratégie de base à la stratégie optimale. Il existe un **"milieu pour la validation"** : le milieu permet des **rétroactions**.
- L'élève peut recommencer.

Le dispositif didactique : un milieu ludique et rétroactif

Bilan



Le dispositif didactique : un milieu ludique et rétroactif



Question 1 : A l'aide des 4 figures colorées, peut-on recouvrir la FIGURE 1 entièrement ?

Question 2 : A l'aide des 4 figures colorées, peut-on recouvrir la FIGURE 2 entièrement ?

Question 3 : D'après vous, quelle figure a la plus grande aire ? La plus petite ? Sont-elles égales ? Justifier la réponse.

Question 4 : De combien de petits carreaux est composée la FIGURE 1 ?

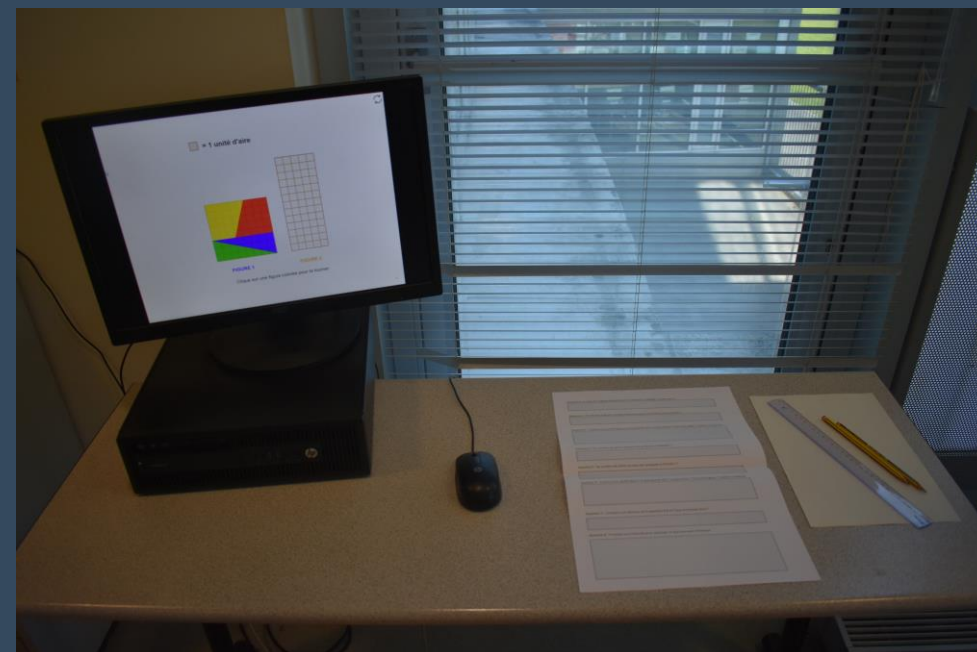
Question 5 : De combien de petits carreaux est composée la FIGURE 2 ?

Question 6 : D'après vous, quelle figure a la plus grande aire ? La plus petite ? Sont-elles égales ? Justifier la réponse

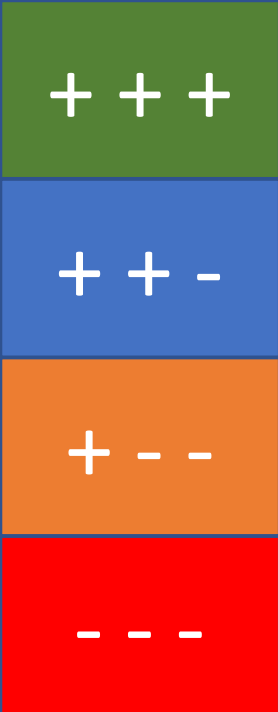
Question 7 : Comparez les réponses de la question 3 et 6 ? Que remarquez-vous ?

Question 8 : Proposez une méthode pour expliquer ce que vous avez remarqué.

L'activité est déclinée en **trois supports** :

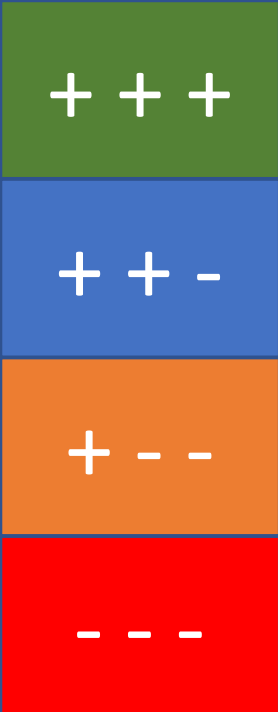


Résultats



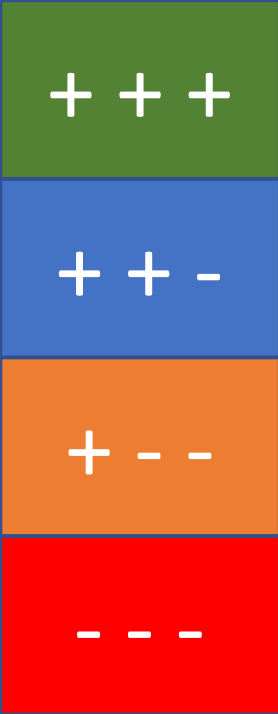
Expérimentation N°	Type de support pour l'activité		
1	Tangible souple		
Description générale de la classe (Par l'enseignant)	Dans cette classe, le niveau des élèves est qualifié de « bas », voir « très bas ». L'enseignant fait également mention d'élèves en situation d'échec scolaire. La classe comprend également des élèves dysphasiques, dyspraxiques et dyslexiques. Le collège est situé en zone d'éducation prioritaire.		
Description du sous-groupe (Par l'enseignant)	« Un élève moyen, perturbateur » ; « Un élève moyen » ; « Un élève bon »		
Autonomie des élèves	Début d'activité Autonomie forte	Milieu d'activité Autonomie forte	Fin d'activité Autonomie forte
Echanges élève-élève	Début d'activité Assez productifs	Milieu d'activité Optimaux	Fin d'activité Optimaux
Echanges élèves-enseignant	Début d'activité Optimaux	Milieu d'activité Optimaux	Fin d'activité Optimaux
Analyse de la gestuelle	Début de l'activité Faible	Milieu de l'activité Importante	Fin de l'activité Très importante
Analyse des réponses	Début de l'activité Très bonnes	Milieu de l'activité Très bonnes	Fin de l'activité Très bonnes
Résolution du paradoxe	OUI		
Notes	Ce groupe est celui qui semble avoir été le plus efficace. Les élèves se sont beaucoup investis du début à la fin de l'activité, leurs échanges ont permis de construire une procédure de décision collective. De plus, ce groupe a été très autonome, ils ont également su gérer les conflits sans intervention de l'enseignant. Enfin, l'explication apportée au paradoxe est remarquablement claire et juste.		

Résultats



Expérimentation N°	Type de support pour l'activité		
1	Tangible robuste		
Description générale de la classe (Par l'enseignant)	Dans cette classe, le niveau des élèves est qualifié de « bas », voir « très bas ». L'enseignant fait également mention d'élèves en situation d'échec scolaire. La classe comprend des élèves dysphasiques, dyspraxiques et dyslexiques. Le collège est situé en zone d'éducation prioritaire.		
Description du sous-groupe (Par l'enseignant)	« Un élève faible » ; « Un élève moyen » ; « Un élève bon »		
Autonomie des élèves	Début d'activité Autonomie faible	Milieu d'activité Autonomie faible	Fin d'activité Autonomie faible
Echanges élève-élève	Début d'activité Faiblement productifs	Milieu d'activité Faiblement productifs	Fin d'activité Faiblement productifs
Echanges élèves-enseignant	Début d'activité Faiblement productifs	Milieu d'activité Faiblement productifs	Fin d'activité Très pauvres
Analyse de la gestuelle	Début de l'activité Faible	Milieu de l'activité Faible	Fin de l'activité Faible
Analyse des réponses	Début de l'activité Bonnes	Milieu de l'activité Bonnes	Fin de l'activité Incomplètes
Résolution du paradoxe	NON		
Notes	Ce groupe est celui qui semble avoir été le moins efficace. Les élèves ne sont jamais réellement parvenus à s'investir dans l'activité, autant individuellement que collectivement. Les échanges étaient pauvres et le plus souvent unilatéraux. Ce groupe n'est également pas parvenu à constater le paradoxe et l'enseignant n'est pas parvenu à les remobiliser dans l'activité.		

Résultats



Expérimentation N°	Type de support pour l'activité		
1	Numérique		
Description générale de la classe (Par l'enseignant)	Dans cette classe, le niveau des élèves est qualifié de « bas », voir « très bas ». L'enseignant fait également mention d'élèves en situation d'échec scolaire. La classe comprend également des élèves dysphasiques, dyspraxiques et dyslexiques. Le collège est situé en zone d'éducation prioritaire.		
Description du sous-groupe (Par l'enseignant)	« Un élève fortement dyslexique » ; « Un élève moyen » ; « Un élève bon »		
Autonomie des élèves	Début d'activité Autonomie forte	Milieu d'activité Autonomie forte	Fin d'activité Autonomie forte
Echanges élève-élève	Début d'activité Assez productifs	Milieu d'activité Assez productifs	Fin d'activité Faiblement productifs
Echanges élèves-enseignant	Début d'activité Assez productifs	Milieu d'activité Assez productifs	Fin d'activité Assez productifs
Analyse de la gestuelle	Début de l'activité Faible	Milieu de l'activité Importante	Fin de l'activité Faible
Analyse des réponses	Début de l'activité Très bonnes	Milieu de l'activité Très bonnes	Fin de l'activité Très bonnes
Résolution du paradoxe	OUI		
Notes	Le partage de la souris a parfois été une source de conflit au sein du groupe.		

Perspectives : Combiner didactique et psychologie cognitive

La didactique des sciences étudie les **démarches**, les **méthodes** et les **discours** mis en œuvre par un éducateur afin de **permettre à des apprenants d'atteindre des objectifs** de **connaissances**, de **compétences** et de **culture** à propos des sciences et de leur nature. Elle s'intéresse donc aux modèles d'enseignement et d'apprentissage des sciences **mais aussi à leurs déterminants socio-scientifiques, psychologiques et communicationnelles**.

URGELLI, 2018

L'objet de la psychologie cognitive est de comprendre d'une part, **comment l'humain se développe**, d'autre part, **pourquoi il se développe** : comment et pourquoi les processus mentaux, les comportements, les performances et habiletés changent. Cette discipline embrasse tous les aspects du développement psychologique : **cognitifs, langagiers, affectifs et sociaux**.

**Comment expliquer tel
comportement ?**

**Comment s'accroissent
nos connaissances ?**

**Comment notre cerveau interprète-t-
il les informations extérieures ?**



**Quel milieu
pour l'exercice
de telle
compétence ?**

**Construction
des savoirs
dans les
échanges ?**

**Différenciation
pédagogique ?**



Apprenants

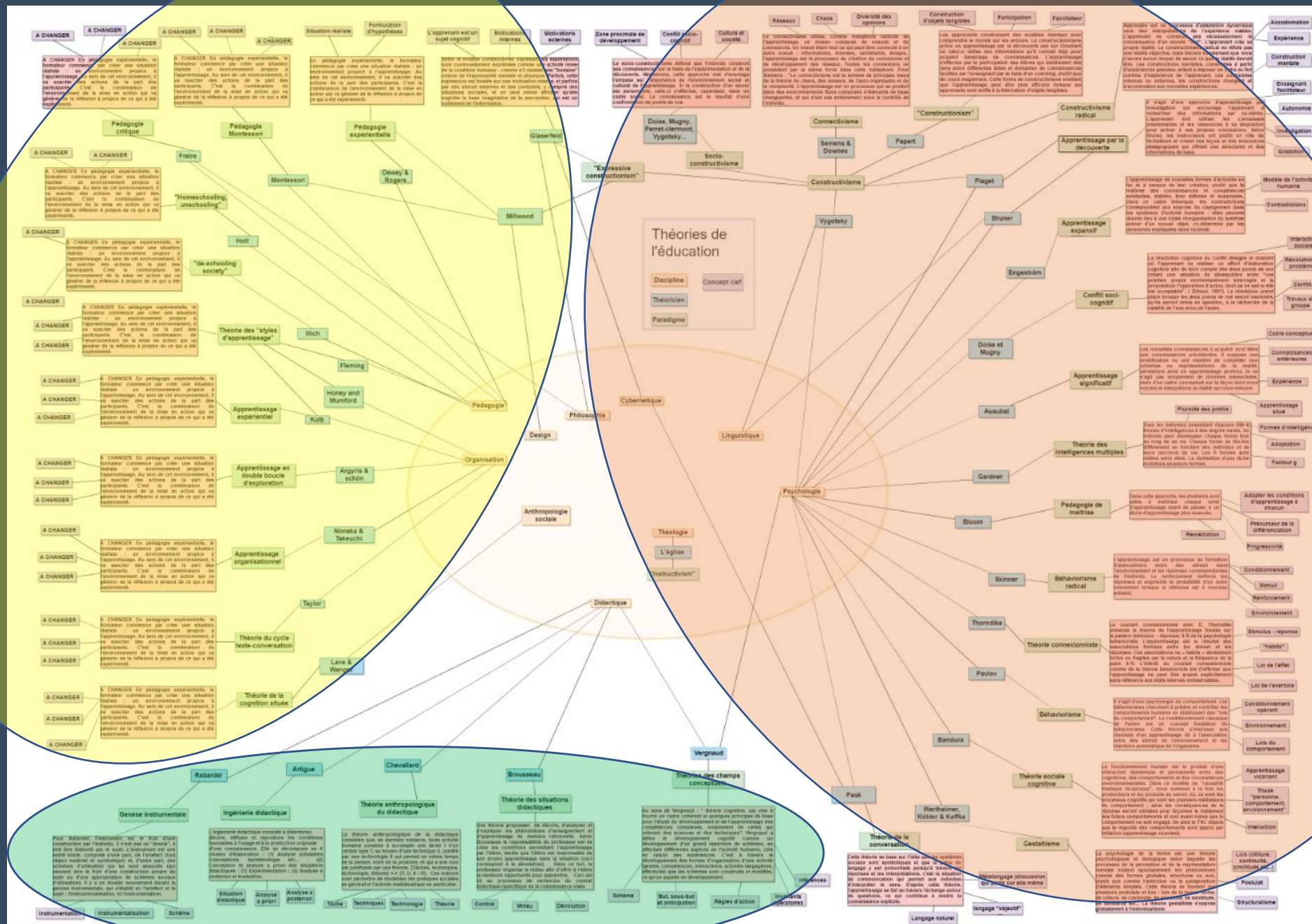


Enseignant

**Quel rôle pour l'enseignant dans
la classe ?**

**Quelle activité pour le travail de
telle compétence ?**

**Comment le savoir est-il transformé et
interprété ? (transposition didactique)**



Perspectives de thèse





La modélisation dans les pratiques des enseignants de mathématiques : une proposition d'ingénierie de formation

- Interroger les **conceptions** des enseignants
- **Exploration épistémologique** du concept de modélisation
- Interroger la **place du formateur**
- **Dispositif** de formation : TICE ? Outils tangible ? Type de support ?
- **Temps** de formation ?
- Développer des artefacts **cognitivement préhensibles**
- Construire, coconstruire de **nouvelles conceptions**
- Penser, accompagner **les pratiques** futures des enseignants
- Etc...

Cadres théoriques pour la formation

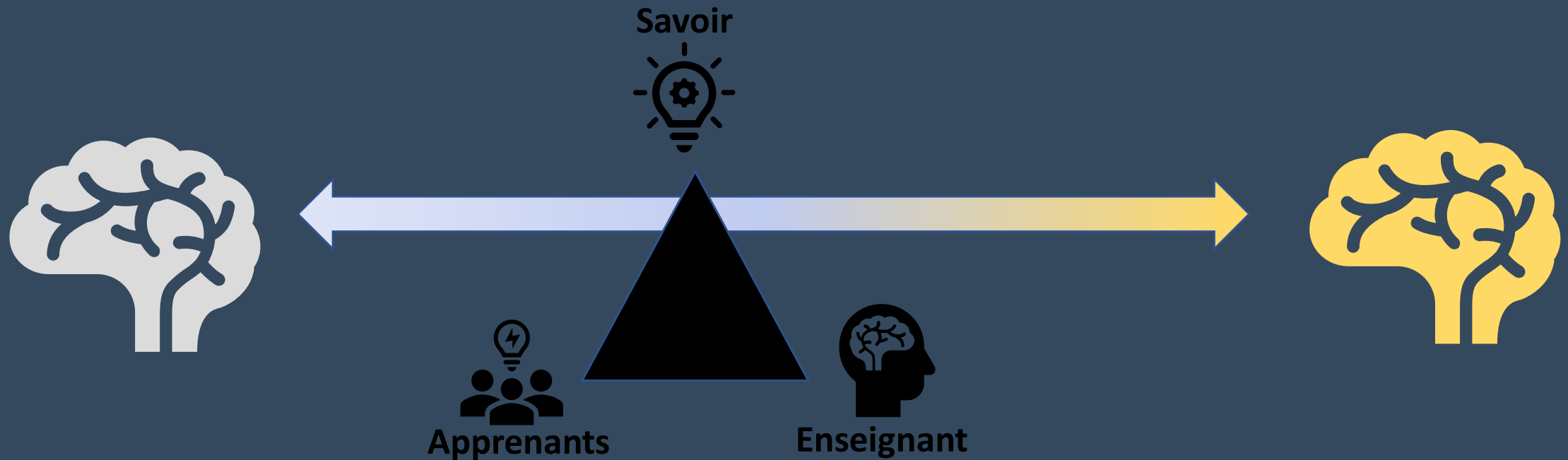
Une prédominance de la psychologie

- Théorie de l'enquête (**DEWEY**)
- Approche centrée sur la personne (Carl **ROGERS**)
- L'orientation culturelle, théorie de l'étayage (**BRUNER**)
- Théorie de l'activité (**LEONTIEV**)
- Le paradigme constructiviste de l'apprentissage (**PIAGET – VERGNAUD – VYGOTSKY**)
- Théorie de l'accompagnement au changement (**Kurt LEWIN**)
- Instructional System Design (**GAGNÉ**)
- Théorie sociocognitive (**BANDURA**)
- Conceptualisation dans l'action (**VERGNAUD**)
- Théorie de l'autodétermination (**DECI**)
- Etc...

 <https://valentinroussel.github.io/educ/>
 roussel.pro@protonmail.com
 twitter.com/RousselValenti8
 linkedin.com/in/rousselpro



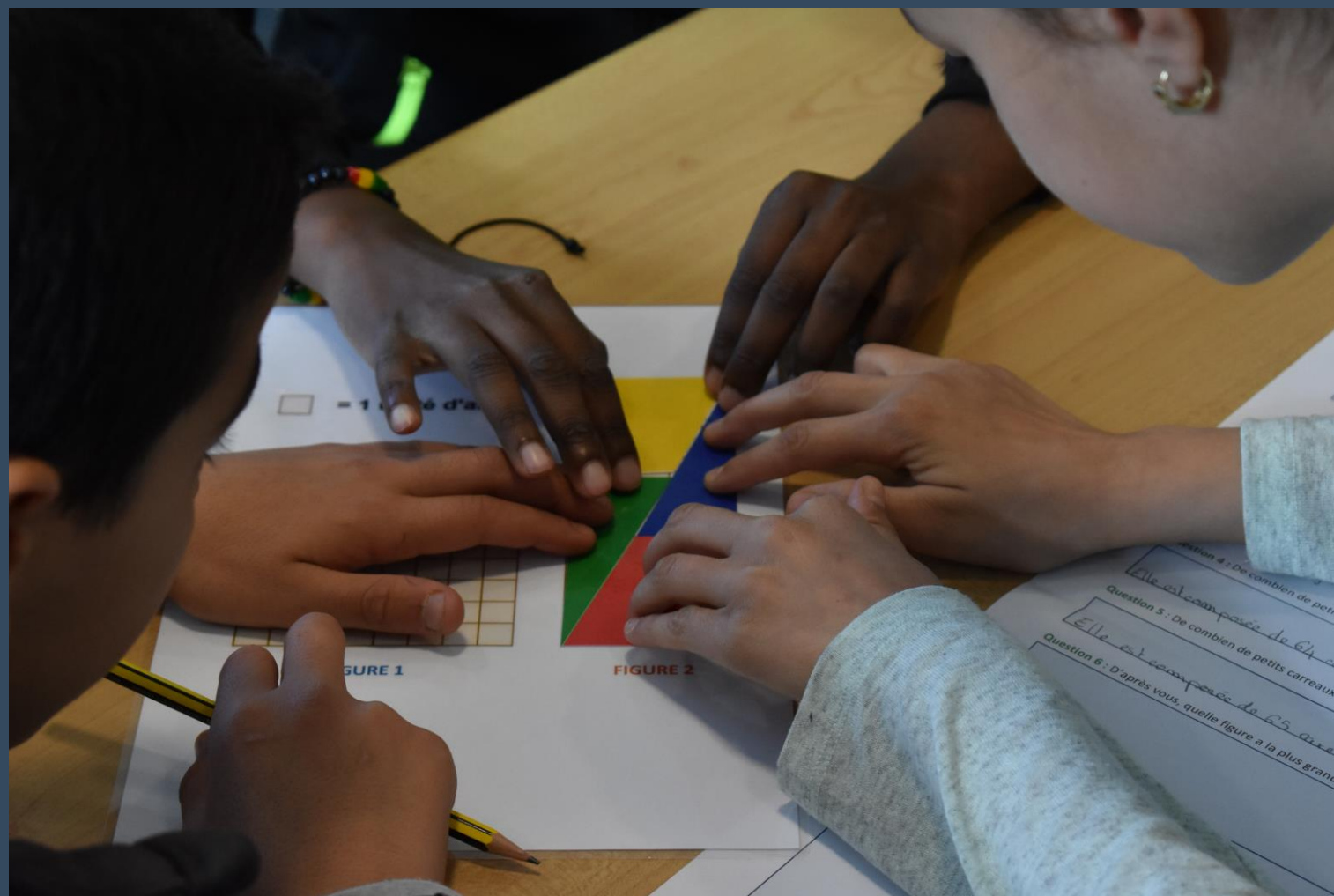
Quel rôle pour la didactique ?



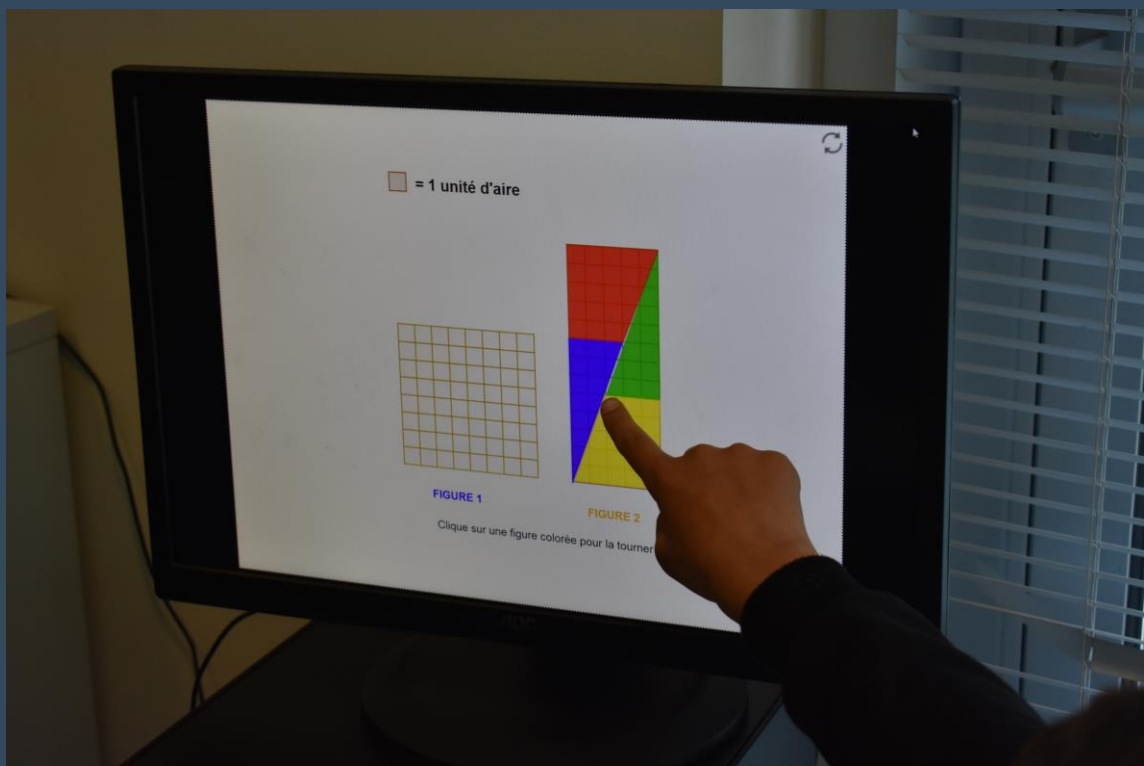
Une dernière question.



Annexes



Annexes



Annexes

Question 1 : A l'aide des 4 figures colorées, peut-on recouvrir la **FIGURE 1** entièrement ?

Question 2 : A l'aide des 4 figures colorées, peut-on recouvrir la **FIGURE 2** entièrement ?

Question 3 : D'après vous, quelle figure a la plus grande aire ? La plus petite ? Sont-elles égales ? Justifier la réponse.

Annexes

Question 4 : De combien de petits carreaux est composée la **FIGURE 1** ?

Question 5 : De combien de petits carreaux est composée la **FIGURE 2** ?

Question 6 : D'après vous, quelle figure a la plus grande aire ? La plus petite ? Sont-elles égales ? Justifier la réponse

Annexes

Question 7 : Comparez les réponses de la **question 3 et 6 ?** Que remarquez-vous ?

Question 8 : Proposez une méthode pour expliquer ce que vous avez remarqué.