OPTIMIZACIÓN DE LA ASIGNACIÓN DE PUESTOS DE TRABAJO EN ENTORNOS HÍBRIDOS: UN MODELO DE PROGRAMACIÓN ENTERA EN PYTHON

Valentina Jiménez Torres Fernando Antonio Piñeres Ramos Juan Camilo Henao Estudiantes de ingeniería industrial Universidad de Antioquia



1. INTRODUCCIÓN

Desde 2022, la Universidad de Antioquia ha adoptado un esquema de trabajo híbrido que combina jornadas presenciales y remotas. Sin embargo, esta transformación también ha traído consigo un reto logístico: la asignación óptima de puestos de trabajo compartidos en un entorno limitado de escritorios.

Actualmente, este proceso se realiza manualmente, lo que implica una alta carga operativa, poca adaptabilidad a cambios y un uso ineficiente del espacio. Este proyecto presenta una herramienta de optimización automatizada que apoya la toma de decisiones sobre la asignación de puestos, utilizando un modelo de programación entera lineal desarrollado en Python con la librería PuLP.

2. OBJETIVOS DEL MODELO

- Asignar puestos de trabajo por día y por empleado considerando compatibilidades.
- Determinar los días de presencialidad para cada colaborador, respetando sus preferencias y restricciones.
- Definir el día de reunión presencial para cada equipo de trabajo.
- Favorecer la cohesión espacial de los equipos al ubicar sus miembros en la misma zona o en zonas contiguas.

3. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA:

El problema consiste en asignar puestos de trabajo a los colaboradores de forma semanal, cumpliendo las siguientes reglas de negocio:

Cada colaborador.

- Pertenece a un grupo de trabajo que tiene un día de reunión presencial semanal.
- Debe asistir 2 o 3 días a la oficina, idealmente según sus preferencias.
- Tiene una lista de escritorios compatibles con sus necesidades (software, ergonomía).

Cada escritorio:

- Pertenece a una zona determinada.
- Puede ser usado por un solo colaborador al día.

El modelo debe asignar.

- Días de presencialidad por colaborador.
- Escritorio por colaborador y por día.
- Día de reunión por grupo.

Buscando además que los miembros de un grupo se ubiquen en la misma zona o, en su defecto, no más de dos zonas diferentes.

4. DATOS UTILIZADOS

El modelo se implementó sobre instancias de prueba en formato . j son que contiene:

- Lista de empleados (Employees)
- Lista de escritorios (Desks)
- Días laborales (Days)
- Grupos de trabajo (Groups)
- Zonas de trabajo (Zones)
- Compatibilidad entre escritorios y empleados (Desks_E)
- Preferencias de días (Days_E)
- Asignación de escritorios por zona (Desks_Z)
- Asignación de empleados por grupo

5. FORMULACIÓN DEL MODELO

Conjuntos:

```
E = \{E_e : e = 0, 1, 2, ..., n\} E = conjunto de empleados (e)
```

$$D = \{D_d : d = 0, 1, 2, ..., n\} D = conjunto de identificadores de los escritorios (d)$$

$$S = \{L, Ma, M1, J, V\}$$
 $S = conjunto de días laborales (s)$

$$G = \{G_q : g = 0, 1, 2, ..., n\} G = conjunto de identificadores del grupo (g)$$

$$Z = \{Z_z: z = 0, 1, 2, ..., n\}$$
 $Z = conjunto de identificadores de la zona (z)$

Parámetros:

 $DesksE_{de} = Escritorio d \in D compatible con el empleado e \in E$

 $DaysE_orig = Días preferidos por el empleado e \in E$

 $EmployeesG_a = Empleados$ que pertenecen al grupo $g \in G$

 $DesksZ_{d,z} = Escritorio \ d \in D \ ubicado \ en \ la \ zona \ z \in Z$

 $\alpha_{_1} = Peso por asignar un día preferido$

 $\alpha_{_2} = \textit{Peso por asignar un día no preferido}$

 β = Peso por agendar un día de reunión

 $\gamma = Penalización por dispersión del grupo en varias zonas$

 $\theta = Recompensa$ por cobertura del grupo en su reunión

 $\delta = Recompensa por permitir un día adicional$

 $max_extra = n$ úmero máximo de asignaciones de 3 días.

Variables de decisión:

 $x_{e,d,s} \in \{0,1\}$: 1 si el empleado e se sienta en el escritorio d el día s, 0 en caso contrario.

 $z_{\rho,s} \in \{0,1\}$: 1 si el empleado e asiste presencialmente el día s, 0 en caso contrario.

 $y_{g,s} \in \{0,1\}$: 1 si el grupo g tiene reunión presencial el día s.

 $w_{a,z,s} \in \{0,1\}$: 1 si el grupo g usa la zona z en su reunión el día s.

 $u_{g,e,s} \in \{0,1\}$: 1 si el empleado e $\in E_g$ está presente el día s y es el día de reunión del grupo g.

 $extra_{\rho} \in \{0,1\}$: 1 si al empleado e se le asigna un tercer día de presencial, 0 0 si solo va dos días.

Función objetivo:

$$max(\alpha_{1} \sum_{e \in Es \in DaysE_orig_{e}} \sum_{e,s} + \alpha_{2} \sum_{e \in Es \in S/DaysE_orig_{e}} \sum_{e,s} + \beta \sum_{g \in Gs \in S} \sum_{g \in S} y_{g,s} + \theta \sum_{g \in G} \sum_{e \in EmployeesG_{a}} \sum_{s \in S} u_{g,e,s}$$

$$- \gamma \sum_{g \in G} \sum_{z \in Z} \sum_{s \in S} w_{g,z,s} + \delta \sum_{e \in E} extra_e$$

La función objetivo busca maximizar la satisfacción de asistencia de los empleados en los días preferidos y no preferidos, la programación y asistencia a las reuniones grupales, la cohesión de los grupos en la misma zona, y el uso de días adicionales por parte de los empleados. Para balancear estos factores, se utilizan coeficientes de ponderación α_1 , α_2 , β , θ , γ y δ que refleja la importancia relativa de cada uno en el modelo.

Restricciones:

1. Compatibilidad de escritorios y empleados

$$x_{e,d,s} = 0 \quad \forall e \in E, \forall d \notin DesksE_e, \forall s \in S$$

2. Un solo escritorio por empleado y día

$$\sum_{d \in D} x_{e, d, s} \le 1 \qquad \forall e \in E, \ \forall s \in S$$

3. Cada escritorio asignado es asignado a lo sumo a un empleado por día

$$\sum_{e \in F} x_{e,d,s} \le 1 \qquad \forall d \in D, \ \forall s \in S$$

4. Asignación entre 2 y tres días por semana por empleado

Mínimo dos días presenciales: $\sum_{s \in S} z_{e,s} \geq 2 \ \forall \ e \in E$

Tercer día condicional:
$$\sum_{s \in S} z_{e,s} \leq 2 + extra_e \forall e \in E$$

Límite total de asignaciones extra: $\sum\limits_{s \; \in \; S} \textit{extra}_{\textit{e}} \leq \textit{max_extra}$

5. Cada grupo debe tener un día de reunión

$$\sum_{s \in S} y_{g,s} = 1 \qquad \forall g \in G$$

6. Activación de zonas por grupo para la reunión

Para cada grupo g, días s, zona z: $\sum_{e \; \in \; Employees G_g d \; \in \; Desks Z_z} \sum_{e, \, d, \; s} \; \; \leq \; Desks Z_z \; * \; \; w_{g, \, z, \; s}$

$$\sum_{e \in EmployeesG_a} \sum_{d \in DesksZ_z} x_{e, d, s} \geq w_{g, z, s}$$

7. Coherencia entre presencialidad y asignación del escritorio

$$\sum_{d \in D} x_{e,d,s} = z_{e,s} \ \forall \ e \in E, \ \forall \ s \in S$$

8. Linealización del conjunción para cobertura de reunión

$$siu_{g,e,s} = 1$$
, entonces $z_{e,s}$ debe ser 1: $u_{g,e,s} \le z_{e,s}$

$$si u_{g,e,s} = 1$$
, entonces $y_{g,s}$ debe $ser 1: u_{g,e,s} \le y_{g,s}$
 $si z_{e,s} = 1 y y_{g,s} = 1$, entonces $u_{g,e,s}$ debe $ser 1: u_{g,e,s} \ge z_{e,s} + y_{g,s} - 1$

Las variables de decisión en nuestro modelo son binarias (0,1) por definición, esto significa que ya son enteras y no negativas, eliminando la necesidad de restricciones explícitas adicionales.

6. IMPLEMENTACIÓN COMPUTACIONAL

El modelo de asignación fue desarrollado en Python utilizando la librería PuLP, adecuada para implementar modelos de programación lineal y entera. Las instancias de prueba se cargaron en formato .json, se automatizó la formulación del modelo, es decir, los conjuntos, las variables de decisión, la función objetivo y restricciones generadas se pueden aplicar a diversos escenarios, no siendo necesario construir un modelo para cada posible combinación de empleados, escritorios y días.

Aunque el modelo resuelve las instancias de prueba, su **tiempo de cómputo aumenta drásticamente** en las más grandes (a partir de la tercera instancia). Esto se atribuye a la **explosión combinatoria**: el *solver* debe explorar un espacio de soluciones vastísimo para garantizar la optimalidad, lo cual podría tomar horas o incluso días. Para abordar este desafío, implementamos un **límite de 34 minutos (2000 segundos)** en el *solver* CBC de PuLP. Esta estrategia asegura que el modelo entregue una **solución factible** dentro de un plazo razonable, priorizando la utilidad sobre la búsqueda exhaustiva de la óptima global.

7. RESULTADOS

Para evaluar la efectividad y rendimiento del modelo, se calcularon las siguientes métricas clave para la instancia más pequeña y la más grande, permitiendo observar el comportamiento del modelo bajo distintas condiciones y escalas del problema.

Métrica	Descripción de la métrica	Instancia 1	Instancia 10
% Días Asignados Preferidos	Proporción de asignaciones presenciales que coincidieron con los días preferidos por los empleados.	86.67%	96.44%
% Empleados 100% Satisfechos (días preferidos)	Porcentaje de empleados que lograron que todos sus días presenciales asignados fueran los que habían marcado como preferidos	70.00%	92.00%
% Asistencia en Día de Reunión de Grupo	Proporción de miembros de cada grupo que estuvieron presentes en la oficina el día programado para su reunión	95.00%	79.00%
Promedio de Zonas Usadas por Grupo en Reunión	Número promedio de zonas diferentes que un grupo activó en su día de reunión	1.25	1.83
Estado de la Solución	Al finalizar la ejecución, mostrando si la solución encontrada fue la óptima o la mejor dentro del límite de tiempo.	Óptima	Solución factible

Tiempo de Cómputo (minutos) Tiempo que tardó el so bajo el límite establecio	lver en encontrar la solución 2 segundos
---	--

Tabla 1. Resultado comparativo de métricas de rendimiento del modelo en diferentes instancias, elaboración propia.

De acuerdo a la tabla 1, para instancias pequeñas, el modelo es eficiente y logra obtener una excelente satisfacción del empleado y cohesión grupal, sin embargo, instancias más grandes es ineficiente, la solución es factible (no necesariamente óptima) con satisfacción del empleado alta, pero una leve disminución en la cohesión grupal y mayor dispersión en la zonas asignadas.

RECOMENDACIONES

- Fortalecer la cohesión entre los grupos: Aunque el modelo logra un buen desempeño en la mayoría de métricas, se observa que en instancias grandes los grupos tienden a dispersarse en más de una zona durante sus reuniones (1.83 zonas en promedio).
 - Recomendación: Aumentar la penalización asociada a la dispersión (parámetro gamma) o incluir una restricción que limite a máximo 2 zonas por grupo en día de reunión.
- Mejorar la asistencia en los días de reunión grupal: La asistencia presencial en el día de reunión disminuyó del 95% al 79% al pasar de una instancia pequeña a una grande. Esto puede deberse a conflictos entre las preferencias individuales y los días asignados para la reunión.
 - Recomendación: Reforzar la recompensa por asistencia en día de reunión (aumentar theta) y procurar que el día asignado al grupo coincida con los días preferidos por la mayoría de sus miembros.
- Explorar mejoras en escalabilidad del modelo: El crecimiento del tiempo de cómputo sugiere una posible necesidad de optimización futura si se amplía la cantidad de empleados o días.
 - Recomendación: Evaluar alternativas como preprocesamiento de datos para reducir combinaciones inviables, o el uso de solvers más potentes si se tiene acceso (Gurobi, CPLEX).