$$r_k = -(Ax_k - b).$$

Para demostrar que el tamaño del paso que minimiza la función auxiliar

$$h(\alpha) := \phi(x_k + \alpha r_k)$$

en la dirección $x_{k+1} = x_k + \alpha_k r_k$ está dado por

$$\alpha_k = -\frac{r_k^T r_k}{r_k^T A r_k}$$

se realiza lo siguiente.

Primero se realiza la derivada de $h(\alpha)$:

$$h'(\alpha) := \phi \ (x_k + \alpha r_k)$$

$$h'(\alpha) = \nabla\phi$$

$$h'(\alpha) = x_k + \frac{\partial}{r_k}(\alpha r_k)$$

$$r_k = -\nabla(\phi(x_k))$$

$$0 = -(Ax_k - b) + \alpha(\nabla(-Ax_k - b))$$

$$0 = -(Ax_k - b) + \alpha(-A^t x_k - b))$$

$$-\frac{(Ax - b)}{(A^t x_k - b)} = \alpha$$