8. $\Omega = \{(x_0, f(x_0)), (x_1, f(x_1)), (x_2, f(x_2))\}$.

a. Calcular analíticamente el polinomio que interpola el conjunto soporte.

x	x_0	x_1	x_2
$f(x)$	$f(x_0)$	$f(x_1)$	$f(x_2)$

Fórmula $P_n(x) = f(x_0)\,L_0(x) + f(x_1)\,L_1(x) + f(x_2)\,L_2(x)$

Hallar coeficientes:

$$L_0(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)} \qquad L_0(x) = \frac{x^2 - x(x_1+x_2) + (x_1)(x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)}$$

$$L_1(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)} \qquad L_1(x) = \frac{x^2 - x(x_0+x_2) + (x_0)(x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)}$$

$$L_2(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)} \qquad L_2(x) = \frac{x^2 - x(x_0+x_1) + (x_0)(x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)}$$

Polinomio es:

$$P_2(x) = f(x_0)\left[\frac{x^2 - x(x_1+x_2) + (x_1)(x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)}\right] + f(x_1)\left[\frac{x^2 - x(x_0+x_2) + (x_0)(x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)}\right]$$

$$+ f(x_2)\left[\frac{x^2 - x(x_0+x_1) + (x_0)(x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)}\right]$$

b. Derivar el polinomio interpolador para encontrar la derivada en el punto x_0.

$$= \frac{f(x_0)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)}[2x-x_1-x_2] + \frac{f(x_1)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)}[2x-x_2-x_0]$$

$$+ \frac{f(x_2)}{(x_2-x_1)(x_2-x_0)}[2x-x_0-x_1].$$

Evaluar el polinomio $P_2'(x)$

$$= \frac{f(x_0)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)}[2x_0-x_1-x_2] + \frac{f(x_1)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)}[2x_0-x_2-x_0]$$

$$+ \frac{f(x_2)}{(x_2-x_1)(x_2-x_0)}[2x_0-x_1-x_0]$$

$$= \frac{f(x_0)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)}[2x_0-x_0-h-x_0-2h] + \frac{f(x_1)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)}[x_0-x_0-2h] +$$

$$\frac{f(x_2)}{(x_2-x_1)(x_2-x_0)}[x_0-x_0-h]$$

$$= \frac{f(x_0)}{\cancel{-h}\cdot -2h}[\cancel{-}3\cancel{h}] + \frac{f(x_0+h)}{h\cdot \cancel{-h}}[\cancel{-}2\cancel{h}] + \frac{f(x_0+2h)}{\cancel{h}\cdot 2h}[-\cancel{h}]$$

Para poder factorizar $\frac{1}{2h}$, es necesario multiplicar por dos tanto el numerador como el denominador.

$$= \frac{3f(x_0)}{-2h} + \frac{4f(x_0+h)}{2h} - \frac{f(x_0+2h)}{2h}$$

∴ Ahora, factorizar:

$$= \underbrace{\frac{1}{2h}\left[-3f(x_0) + 4f(x_0+h) - f(x_0+2h)\right]}$$

Es la misma expresión que aparece en el

∴ ENUNCIADO 1B