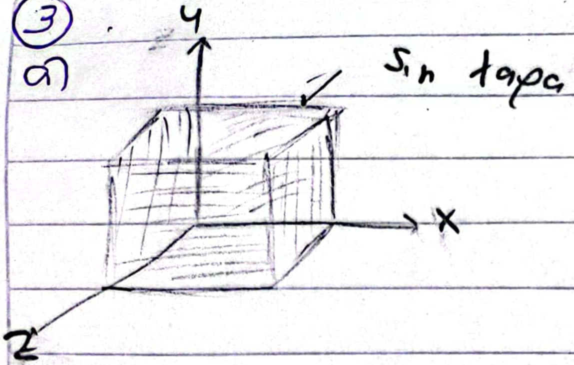
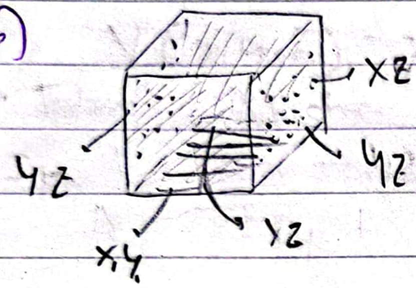
③

a)



b)



$xy + xz + xz + yz + yz =$

$\boxed{xy + 2xz + 2yz = A(x,y,z)}$

e) Método de multiplicadores de Lagrange:

$f(x,y,z) = xyz$

$\vec{\nabla} f = \langle yz, xz, xy \rangle$

$g(x,y,z) = xy + 2yz + 2xz - 12$

$\vec{\nabla} g(x,y,z) = \langle y+2z, x+2z, 2y+2x \rangle$

Prueba de hipótesis:

¿$\vec{\nabla} g = 0$?

↳ Sí es posible si $y = x = z = 0$. Sin embargo, no tendría sentido geométrico si x, y y/o z sean 0. Por lo tanto, se descarta la posibilidad.

$\vec{\nabla} f = \lambda \vec{\nabla} g$

$\langle yz, xz, xy \rangle = \lambda \langle y+2z, x+2z, 2y+2x \rangle$

Encontrar los puntos críticos:

$yz = \lambda(y+2z)$

$xz = \lambda(x+2z)$

$xy = \lambda(2y+2x)$

Función lagrangiana:

$L(x,y,z,\lambda) = xyz - \lambda(xy + 2yz + 2xz - 12)$

$\frac{\partial L}{\partial x} = yz - \lambda(y+2z) = 0$

$\frac{\partial L}{\partial y} = xy - \lambda(x+2z) = 0$

$\frac{\partial L}{\partial z} = xy - \lambda(2x+2y) = 0$

$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = xy + 2yz + 2xz - 12 = 0$

Se obtiene que:

$x=2$

$y=2$

$z=1$

$\lambda = \frac{1}{12}$

Evaluar en $f(x,y,z)$

$f(x,y,z) = xyz \Rightarrow f(2,2,1) = 2\cdot 2\cdot 1 = \boxed{4}$

→ El valor del volumen respetando las restricciones, es de $4\,u^3$