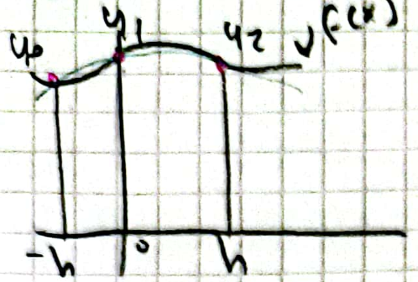
Demostración método de Simpson Simple 1/3



Aproximación de la función con un polinomio de segundo grado

$$\int_{-h}^{h} (Ax^2 + Bx + C)\,dx = A_1$$

$$A_1 = A\frac{x^3}{3} + B\frac{x^2}{2} + Cx \Big|_{-h}^{h}$$

$$A_1 = \left(A\frac{h^3}{3} + \cancel{B\frac{h^2}{2}} + Ch\right) - \left(-A\frac{h^3}{3} + \cancel{B\frac{h^2}{2}} - Ch\right)$$

$$A_1 = \frac{2Ah^3}{3} + 2Ch$$

$P_0 = (-h, y_0)$

$P_1 = (0, y_1)$

$P_2 = (h, y_2)$

Evaluar puntos en el polinomio:

$y_0 = Ah^2 - Bh + C$

$y_1 = A(0)^2 + (B0) + C = C$

$y_2 = Ah^2 + Bh + C$

$$\begin{array}{r} y_0 = Ah^2 - Bh + C \\ \underline{y_2 = Ah^2 + Bh + C} \\ y_0 + y_2 = 2Ah^2 + 2C \end{array}$$

$2Ah^2 = y_0 + y_2 - 2C$

$$A_1 = \int_{-h}^{h} (Ax^2 + Bx + C)\,dx = \frac{2Ah^3}{3} + 2Ch$$

Factor común

$$A_1 = \frac{h}{3}(2Ah^2 + 6C$$

$C = y_1$

$$A_1 = \frac{h}{3}(y_0 + y_2 - 2C + 6C)$$

$$A_1 = \frac{h}{3}(y_0 + y_2 + 4y_1)$$

$h = \frac{b-a}{2}$ ← b, a exterior de la función

$= \frac{b-a}{n}$, n siempre es par para dar trozos impares

$$A_1 = \frac{\frac{b-a}{2}}{3}\left(f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b)\right)$$

T $A_1 = \frac{b-a}{6}\left(f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b)\right)$