

# Informe 7: Espectros Atómicos A

Juana Valeria Pinzón\* and Sergio Laverde\*\*

Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia.

(Dated: 15 de abril de 2024)

El siguiente documento proporciona una investigación detallada sobre la espectroscopía y la refracción, centrándose en el análisis experimental de las líneas espectrales del hidrógeno utilizando un espectrómetro de prisma y una rejilla de difracción. Se examinan las ecuaciones fundamentales que describen estos fenómenos, como la Ley de Snell y la fórmula de Rydberg, para comprender la relación entre la longitud de onda y el índice de refracción. Por medio del análisis, se presentan los ángulos mínimos de desviación y los índices de refracción obtenidos para las diferentes líneas espectrales del Hidrógeno. Se incluyen gráficos y ajustes de datos para analizar la relación entre el índice de refracción y la longitud de onda. Además, se calcula la constante de Rydberg y se comparan los resultados con los valores teóricos conocidos, demostrando la precisión y exactitud de los experimentos. Como resultados para la constante de Rydberg, para el caso del prisma se obtuvo:  $1,1069462 \times 10^7 m^{-1}$ , y para el caso de la rejilla se obtuvo:  $1,1567 \times 10^7 m^{-1}$ .

## I. INTRODUCCIÓN

### A. Espectroscopía.

La espectroscopía es una técnica mediante la que podemos medir cuánta luz absorbe, refleja o emite un objeto o una disolución, sirve para comprender las características de una sustancia química, a partir del análisis de la cantidad de luz que absorbe. Durante los últimos siglos los espectros de líneas han desempeñado un papel fundamental en el desarrollo de la teoría cuántica, al proporcionar evidencia experimental para la formulación de modelos teóricos que explican la estructura atómica y molecular[1]. El descubrimiento de la serie espectral del hidrógeno por Johann Balmer en 1885 fue un acontecimiento crucial en el avance de la espectroscopía y la teoría cuántica. Balmer postuló una fórmula empírica que relacionaba las longitudes de onda de las líneas espectrales visibles del hidrógeno con números enteros, proporcionando así una base para el desarrollo posterior de la teoría cuántica[4]. La fórmula de Balmer (1), donde  $\lambda$  es la longitud de onda en centímetros,  $n$  es un número entero (3, 4, 5, ...), y  $C_2$  es una constante de convergencia, predijo correctamente las longitudes de onda de las líneas espectrales del hidrógeno. Posteriormente, Johannes Rydberg llegó a una fórmula más general (2) la cual lleva su nombre, donde  $R_\infty$  se denomina como constante de Rydberg y  $n_1$  y  $n_2$  son números enteros. La fórmula de Rydberg es aplicable con algunas correcciones a otros elementos.

$$\lambda = C_2 \left( \frac{n^2}{n^2 - 2^2} \right) \quad (1)$$

$$\frac{1}{\lambda} = R_\infty \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (2)$$

A comienzos de siglo XX gracias a la teoría atómica de Bohr y la hipótesis cuántica de Max Planck se logró explicar la fórmula de Rydberg (2) y determinar teóricamente el valor de la constante en términos de constantes fundamentales. Este nuevo marco teórico explica el fenómeno de las líneas espectrales como la emisión de un fotón cuando un electrón desciende de un nivel de mayor a uno de menor energía de los orbitales atómicos, en donde la diferencia de energía entre niveles corresponde igualmente a la energía del fotón emitido.[2]

### B. Refracción.

El fenómeno ondulatorio de refracción es el cambio de dirección de una onda que pasa de un medio a otro causado por su cambio de velocidad. La teoría que da explicación a este fenómeno es la Ley de Snell:

$$\begin{aligned} \frac{\sin(\theta_1)}{\sin(\theta_2)} &= \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} \\ v_i &= \frac{c}{n_i} \\ \lambda_i &= \frac{\lambda_0}{n_i} \end{aligned} \quad (3)$$

Donde  $\theta_1$  es el ángulo de incidencia,  $\theta_2$  es el ángulo de refracción,  $\lambda_0$  es la longitud de onda de esa luz en el vacío,  $v_1$  y  $v_2$  son las velocidades, y  $n_1$  y  $n_2$  son los índices de refracción de la luz en cada medio.

\* Correo institucional: j.pinzonr@uniandes.edu.co

\*\* Correo institucional: s.laverdeg@uniandes.edu.co

Además, el índice de refracción  $n$  también varía con la longitud de onda de la luz. Esta variación está descrita por la ecuación de Cauchy:

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} + \dots \quad (4)$$

Por lo general, la aproximación a segundo orden es suficiente para explicar la diferente refracción según la longitud de onda.

- **Prisma.[2]** Para el caso en el que la luz incide sobre un prisma, el ángulo entre el rayo incidente y el refractado se denomina ángulo de desviación ( $\delta$ ). Este ángulo cambia de acuerdo con el ángulo incidente y presenta su mínimo cuando el ángulo incidente y el refractado medidos con respecto a las superficies del prisma son los mismos. En este caso particular se cumple que el índice de refracción está dado por:

$$n = \frac{\sin(\frac{\alpha + \delta_{min}}{2})}{\sin(\frac{\alpha}{2})} \quad (5)$$

En donde  $\alpha$  es uno de los ángulos internos del prisma, en este caso es  $\pi/3$  radianes.

- **Rejilla de difracción.[2]** Para el caso en el que la luz incide sobre una rejilla de difracción, la luz difractada tiene máximos en los ángulos  $\theta_n$  cumpliendo la siguiente relación:

$$d \sin(\theta_n) = n\lambda \quad (6)$$

En donde  $d$  es la distancia de entre rejillas y  $n$  un número entero.

## II. MONTAJE Y METODOLOGÍA EXPERIMENTAL

Para el montaje experimental sobre el estudio de espectros atómicos, se usará un espectrómetro de prisma y una rejilla de difracción. Inicialmente, se realiza la alineación y enfoque del espectrómetro, asegurando que la lámpara de descarga del hidrógeno esté encendida y que el colimador y el telescopio estén correctamente alineados. Luego, se procedió a la calibración del espectrómetro utilizando el prisma (figura 1), donde se mide el ángulo mínimo para cada línea espectral, para posteriormente calcular el índice de refracción y la realización de ajustes y gráficas para determinar la relación entre

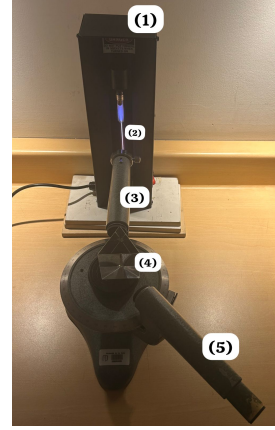


Figura 1. Montaje experimental para el uso del prisma. En la figura se muestra la disposición del montaje para el caso del estudio usando un prisma. En la imagen se evidencia el tubo espectral (2) y su fuente de poder (1), el colimador (3), el prisma (4) y el telescopio (5).

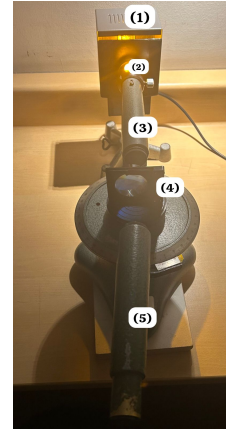


Figura 2. Montaje experimental para el uso de la rejilla de difracción.

En la figura se muestra la disposición del montaje para el caso del estudio usando una rejilla de difracción. En la imagen se evidencia el bombillo espectral (2) y su base (1), el colimador (3), la rejilla de difracción (4) y el telescopio (5).

el índice de refracción y la longitud de onda.

Como siguiente paso, se estudiaron las líneas espectrales del Hidrógeno, para posteriormente calcular la constante de Rydberg. Además, se analizaron las líneas espectrales del doblete de Sodio.

Para la última parte, se realizó un experimento de difracción con una rejilla (figura 2), donde se registra el ángulo para cada línea espectral y se calculó la distancia entre rendijas, comparando los resultados

con los obtenidos mediante el prisma y calculando nuevamente la constante de Rydberg.

### III. ANÁLISIS

#### A. Actividad 1

Los resultados para la emisión del espectro del Hidrógeno por medio de un prisma, fueron los observados en 9. Para las tres líneas observadas se encontraron los ángulos mínimos de desviación ( $\delta_{\min}$ ) como se muestra a continuación:

- Rojo =  $39.1^\circ$
- Azul =  $40^\circ$
- Violeta =  $40.4^\circ$

Para la segunda parte del análisis se encontró el índice de refracción para cada línea espectral por medio de la ecuación 5, los resultados obtenidos fueron los siguientes:

1. Para la línea roja:

$$n = \frac{\sin\left(\frac{60+39,1}{2}\right)}{\sin\left(\frac{60}{2}\right)}$$

$$n = 1,5366 \pm 0,0006$$

2. Para la línea azul:

$$n = \frac{\sin\left(\frac{60+40}{2}\right)}{\sin\left(\frac{60}{2}\right)}$$

$$n = 1,5321 \pm 0,0006$$

3. Para la línea violeta:

$$n = \frac{\sin\left(\frac{60+40,4}{2}\right)}{\sin\left(\frac{60}{2}\right)}$$

$$n = 1,5219 \pm 0,0006$$

Se realizó una gráfica de los índices de refracción obtenidos en función de la longitud de onda como se muestra a continuación:

Además, se graficó Índice de refracción según el inverso de longitud de onda al cuadrado:

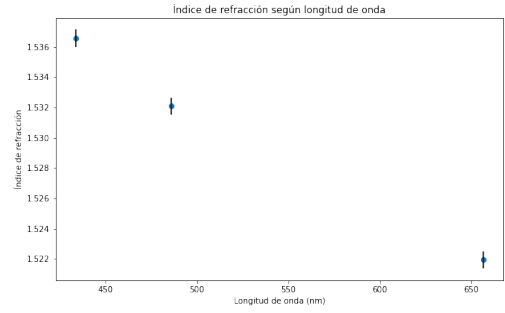


Figura 3. Índice de refracción en función de la longitud de onda

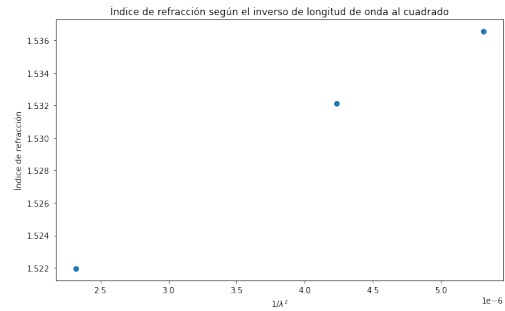


Figura 4. Índice de refracción según el inverso de longitud de onda al cuadrado

Se realizaron ajustes del tipo  $n = A + B/\lambda^{25}$  y  $n = A + B/\lambda^2 + C/\lambda^4$  haciendo uso del paquete de sympy optimeze:

Se puede observar en la figura de arriba y en el residual que son prácticamente idénticos. Por lo tanto, ambos modelos representan correctamente los datos.

Para finalizar la primer parte del análisis, se concluyó que la razón por la cual algunas líneas espectrales se ven más tenues que otras, se debe al ajuste de la abertura del colimador, la cual puede afectar la cantidad de luz que ingresa al sistema y, por lo tanto, influir en la intensidad de las líneas espectrales observadas. Una abertura más amplia permite que pase más luz, lo que aumentará la intensidad aparente de las líneas espectrales.

#### B. Actividad 2

Para determinar experimentalmente las longitudes de onda de las líneas espectrales del Hidrógeno se despejó esta última de la ecuación del ajuste 1 por simplicidad frente al modelo 2:

$$\lambda = \sqrt{\frac{B}{n - A}} \quad (7)$$

Entonces se procedió a calcular las longitudes de onda

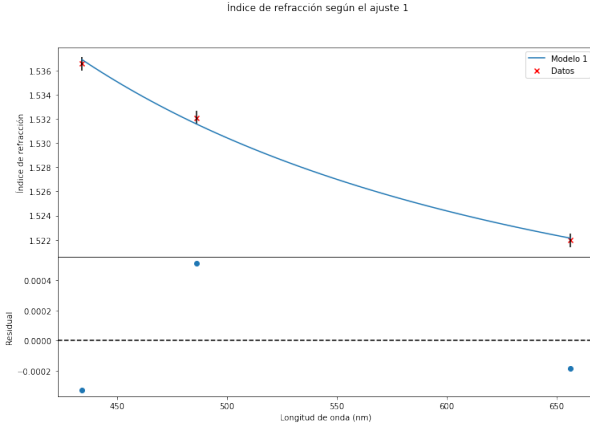


Figura 5. Ajuste 1:  $n = A + B/\lambda^2$

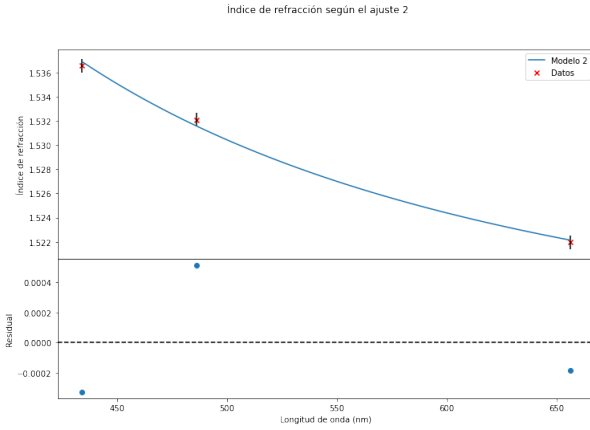


Figura 6. Ajuste 2:  $n = A + B/\lambda^2 + C/\lambda^4$

en nm haciendo uso de los índices de refracción obtenidos anteriormente obteniendo los siguientes resultados:

- violeta:  $(436,80 \pm 4,71)nm$ , error porcentual: 0.63 %
- azul:  $(480,25 \pm 6,28)nm$ , error porcentual: 1.21 %
- rojo:  $(661,65 \pm 16,58)nm$ , error porcentual: 0.82 %

El error porcentual indica que el modelo escogido se ajusta satisfactoriamente a los datos.

Para calcular la constante de Rydberg del Hidrógeno, se utilizó el modelo 1 de la cual se despejó  $\lambda$  y con los  $n$  también calculados anteriormente, obtuvimos unos nuevos lambdas, los cuales fueron usados en una regresión lineal para encontrar la constante de Rydberg, el resultado fue el siguiente:

De la cual obtuvimos el valor para la constante de Rydberg de:  $11,069462 \times 10^6 m^{-1}$ . Se comparó el valor obtenido para la constante de Rydberg, que fue de

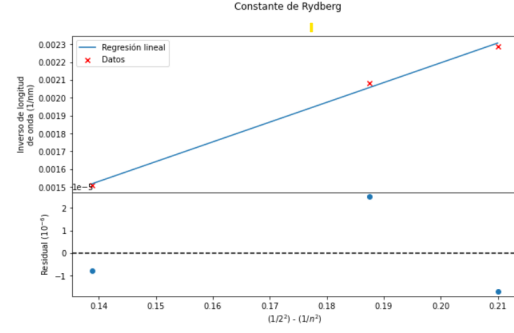


Figura 7. Gráfica Regresión constante de Rydberg para el caso del prisma

aproximadamente 11069462,00 nm, con el valor conocido, que es de 10973731,57 nm. El error relativo calculado fue de aproximadamente 0,87 % entre estos valores. Con lo cual se puede afirmar que el valor obtenido de la constante de Rydberg fue preciso, con una baja dispersión de los resultados, y también fue exacto, con un error relativo bajo.

### C. Actividad 4

Los resultados para la emisión del espectro del Hidrógeno por medio de una rendija de difracción, fueron los observados en 10. Para las tres líneas observadas, se encontraron los siguientes resultados:

- Violeta =  $14.2^\circ$
- Azul =  $16^\circ$
- Rojo =  $22.3^\circ$

A partir de estos resultados, y asumiendo  $n = 1$  en la ecuación (6), se obtuvo la distancia entre rendijas para cada longitud de onda de las líneas del Hidrógeno. Posteriormente, se calculó el promedio de dicha distancia junto con su desviación estándar:

$$d = \frac{1}{N} \sum_i \frac{\lambda_i}{\sin(\theta_i)} = (1754,19 \pm 8,92)nm \quad (8)$$

Con esta distancia entre rendijas promedio se procedió a calcular las longitudes de onda de las líneas espectrales mediante la siguiente ecuación:

$$\lambda_i = \bar{d} \sin(\theta_i) \quad (9)$$

Obteniendo los siguientes resultados:

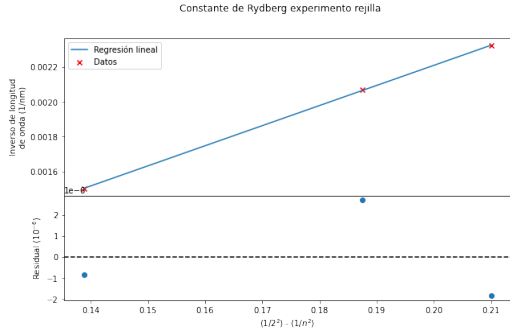


Figura 8. Gráfica Regresión constante de Rydberg para el caso de la rendija

- violeta:  $(430,32 \pm 2,64)nm$ , error porcentual: 0.86 %
- azul:  $(483,52 \pm 2,87)nm$ , error porcentual: 0.54 %
- rojo:  $(665,64 \pm 3,67)nm$ , error porcentual: 1.43 %

Con estos resultados podemos evidenciar que el experimento usando la rendija obtuvo mayor precisión que el desarrollado con el prisma. En cuanto a exactitud, ambos métodos resultaron exactos. Además, durante la práctica y en las imágenes 9 y 10 se evidencia que es más fácil la práctica experimental haciendo uso de la rejilla de difracción.

Nuevamente, con estos datos obtenidos haciendo uso de la rejilla, podemos calcular la constante de Rydberg mediante un ajuste lineal apropiado como el que se muestra en la figura 8.

En donde la pendiente de la regresión lineal corresponde a la constante de Rydberg hayada experimentalmente:  $R = 1,1567 \pm 0,0066 \times 10^7 \left[ \frac{1}{m} \right]$

Con un error porcentual de 5,41 % y el valor reportado de desviación, podemos evidenciar que se obtuvo precisión pero no exactitud de acuerdo a los criterios establecidos V.

#### IV. CONCLUSIONES

A partir del análisis, se puede concluir que para la actividad 1, se pudo evidenciar una influencia directa en la apertura del colimador con respecto a la intensidad percibida. Además, se hayó una alta precisión en la medición de los ángulos mínimos de desviación del espectro del Hidrógeno mediante el prisma, el cuál a su vez permitió calcular con exactitud los índices de refracción correspondientes a cada línea espectral observada. Los ajustes realizados a los datos obtenidos, mostraron una buena relación entre el índice

de refracción y la longitud de onda, dónde se evidencio que ambos modelos proporcionaron un buen ajuste a los datos observados.

En tanto a la actividad 2, la determinación experimental de las longitudes de onda de las líneas espectrales del hidrógeno evidenció una alta precisión y exactitud. Asimismo, los cálculos de la constante de Rydberg a partir de los datos experimentales, arrojaron resultados exactos y precisos.

Finalmente, para la actividad 4, se determinó la longitud promedio entre rendijas de la rejilla y con este resultado se estableció las longitudes de onda de las líneas espectrales del Hidrógeno y la constante de Rydberg evidenciándose alta precisión gracias a las características de la rejilla.

#### V. CRITERIOS

- Precisión:  $= \frac{\sigma}{X_{exp}} \leq 0,1$
- Exactitud:  $= |X_{real} - X_{exp}| \leq 2,5 \cdot \sigma$

#### VI. APÉNDICE DE CÁLCULO

- Ajuste lineal por mínimos cuadrados[3]:

$$\begin{aligned} \mathbb{A}^T \mathbb{A} \vec{x}^* &= \mathbb{A}^T \vec{b} \\ Proj_{C(\mathbb{A})} \vec{b} &:= \mathbb{A} \vec{x}^* \end{aligned} \quad (10)$$

- Incertidumbre de mínimos cuadrados[3]:

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}^2 &= \frac{1}{n-p} (\vec{b} - \mathbb{A} \vec{x}^*)^T (\vec{b} - \mathbb{A} \vec{x}^*) \\ Cov(\vec{x}^*) &= \hat{\sigma}^2 (\mathbb{A}^T \mathbb{A})^{-1} \\ R^2 &= \frac{Cov(m, b)^2}{Var(m) Var(b)} \\ \Delta x_i &= \sigma_{x_i} = \sqrt{Var(x_i)} \end{aligned} \quad (11)$$

#### VII. ANEXOS



Figura 9. Espectro del Hidrógeno con Prisma, se visualizan 3 líneas del espectro: Rojo, Azul y Violeta de derecha a izquierda correspondientemente.

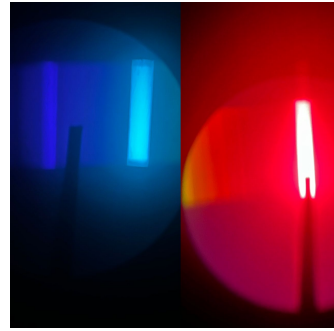


Figura 10. Espectro del Hidrógeno con rendija de difracción, se visualizan 3 líneas del espectro: Violeta, Azul y Rojo de derecha a izquierda correspondientemente.

- 
- [1] J. A. C. Broekaert. *Espectroscopía de absorción atómica: principios y aplicaciones*. Reverte, 2002.
- [2] D. de Física de la Universidad de los Andes. Experimentos

- rotativos - guías. 2022.
- [3] M. A. Segura Delgado. *Métodos Computacionales*. 2023.
- [4] R. A. Serway, C. J. Moses, and C. A. Moyer. *Física Moderna*. International Thomson, 3 edition, 2006.