

Informe 11: Carga-masa del electrón (nuevo)

Sergio David Laverde Gómez*
Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia.
(Dated: 27 de mayo de 2024)

En el presente documento se exhibirán los resultados experimentales obtenidos de la relación carga-masa (e/m_e) del electrón. La práctica experimental desarrollada tuvo el propósito de determinar la razón entre la carga y masa del electrón, a partir de la trayectoria de un rayo catódico en presencia de un campo magnético y entender la actuación de la fuerza de Lorentz sobre el mismo rayo. Para los experimentos se utilizó un montaje compuesto principalmente de un tubo de rayos catódicos y dos bobinas de Helmholtz. El campo magnético inducido resultó consistente con la teoría ya que mostró una raíz del error cuadrático medio de $0,33mT$. Se obtuvo la relación carga-masa del electrón para diferentes trayectorias del rayo mediante el cálculo del promedio y mediante regresión lineal. Los resultados obtenidos fueron de $(1,81 \pm 0,04)0^{11} As/Kg$ y $(1,73 \pm 0,03)0^{11} As/Kg$ respectivamente.

I. INTRODUCCIÓN

Encontrar el valor de la masa del electrón ($m_e = 9,1093837015(28) \times 10^{-31} Kg$) o su carga ($1,602176634 \times 10^{-19} C$) resulta ser muy difícil pues son valores muy pequeños en las unidades que se usan habitualmente. Sin embargo, la relación carga-masa (e/m) se puede obtener experimentalmente sin demasiado esfuerzo[2]. Según CODATA, el valor de dicha relación es de $1,75882001076(53) \times 10^{11} As/kg$ [4]. Los rayos catódicos, chorros de electrones, fueron descubiertos por Julius Plücker y Johann Wilhelm Hittorf durante los años 1858 y 1859. En 1890 Arthur Schuster demostró que los campos eléctricos podían desviar su trayectoria y William Crookes probó lo mismo para los campos magnéticos. En 1897 J.J. Thomson, mediante un experimento que incluía campos eléctricos y magnéticos no superpuestos a lo largo de la trayectoria del haz de rayo catódico, logró demostrar convincentemente que este rayo se trataba de un chorro de partículas de carga negativa hoy conocidos como electrones[6].

Una forma para determinar la relación carga-masa (e/m) del electrón es acelerar los electrones del rayo catódico por medio de un campo eléctrico uniforme generado por una diferencia de potencial (V), cuya velocidad final se puede expresar a partir de la energía cinética:

$$K_e = eV = \frac{1}{2}m_e v^2$$
$$v = \sqrt{\frac{2eV}{m_e}} \quad (1)$$

Inmediatamente después de acelerar los electrones, se hacen pasar por un campo magnético perpendicular a la velocidad de los electrones. De esta forma actúa

la fuerza de Lorentz magnética, la cual establece una trayectoria circular del rayo:

$$\vec{F}_L = -e(\vec{v} \times \vec{B})$$
$$m_e \frac{v^2}{r} = evB \quad (2)$$
$$\frac{e}{m_e} = \frac{2V}{B^2 r^2}$$

Teóricamente, el campo magnético sobre el eje de la espira está dado por la ecuación (3):

$$B_x = N \frac{\mu_0 I R^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}} \quad (3)$$

Donde μ_0 es la permeabilidad magnética del vacío, I es la corriente que circula por la espira, R es el radio de la espira y N es el número de vueltas de la espira. Dado que, $N = 154$, $R = 0,2m$ y se ubicó el tubo de rayos catódicos en medio de las bobinas, el campo magnético en la posición del rayo será 2 veces la ecuación (3) evaluada en $x = 0,075m$ que es la mitad de la distancia entre bobinas.

$$B = N \frac{\mu_0 I R^2}{(x^2 + R^2)^{3/2}} \quad (4)$$

II. MONTAJE Y METODOLOGÍA EXPERIMENTAL

Inicialmente se procedió a instalar el montaje como se muestra en la figura 1.

La metodología experimental consistió inicialmente en medir el campo magnético ambiente y en realizar mediciones de campo magnético en función de la corriente en el lugar en donde se ubicó posteriormente el tubo de rayos catódicos. Seguido de esto, a radios de trayectoria fijos de 2, 3, 4, 5cm se desarrollaron mediciones de voltaje entre 100V a 275V en intervalos

* Correo institucional: s.laverdeg@uniandes.edu.co

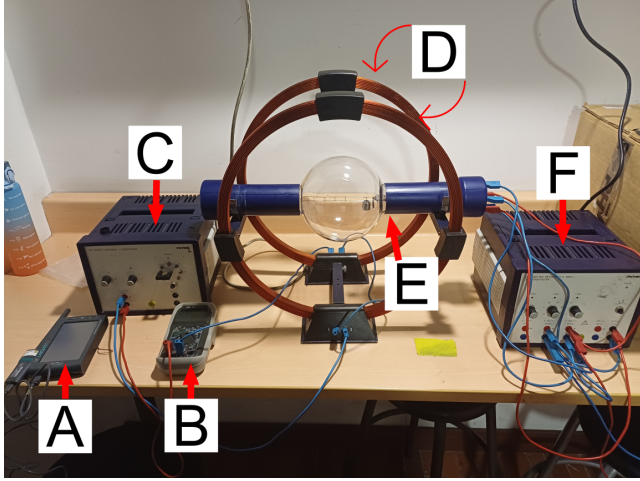


Figura 1. Montaje experimental.

Se puede observar: A) Teslámetro, B) multímetro/voltímetro, c) fuente de poder universal, d) bobinas de Helmholtz, e) tubo de rayos catódicos y f) fuente de poder 0 – 600VDC.

de 25V modificando la corriente y por tanto, el campo magnético, de tal manera que el haz permanezca en la órbita del radio establecido.

III. ANÁLISIS Y RESULTADOS

A. Campo magnético en función de la corriente.

Se obtuvo como campo magnético ambiente un valor de $0,04mT$, el cual se restó de todas las mediciones del campo magnético. Además, las mediciones del campo magnético en función de la corriente comparadas con los valores teóricos (ecuación 4) resultaron ser semejantes como se muestra en la figura 2, con una raíz del error cuadrático medio de $0,33mT$, el cual indica que los datos son suficientemente confiables.

B. Relación carga-masa.

Relación carga-masa promedio del electrón.

Para calcular la relación carga-masa del electrón se utilizó la ecuación (2) para cada toma de datos correspondientes a un radio de órbita. Se calculó el promedio y desviación estándar para cada toma de datos como se muestra en el cuadro I.

De acuerdo a los criterios de precisión y exactitud expuestos en la sección V A, se obtuvo exactitud para

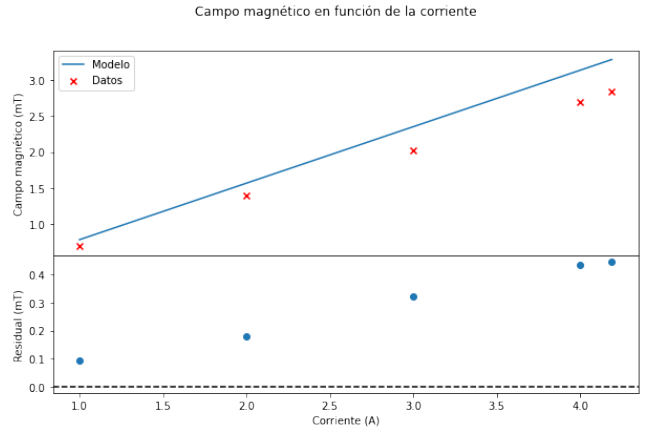


Figura 2. Campo magnético en función de la corriente.

Se comparan las mediciones de campo magnético en la ubicación del tubo de rayos catódicos comparadas con el modelo teórico.

Radio (cm)	$e/m_e (\times 10^{11} \text{ As/kg})$
2	$1,81 \pm 0,04$
3	$2,15 \pm 0,27$
4	$2,09 \pm 0,18$
5	$2,11 \pm 0,19$

Cuadro I. Relación carga-masa promedio del electrón.

Se reporta el valor obtenido experimentalmente de la relación carga-masa promedio para diferentes radios de órbitas.

todos los promedios y no se obtuvo precisión para el valor correspondiente a $3cm$ de radio.

Relación carga-masa del electrón mediante regresión lineal.

Además, se procedió a realizar una regresión lineal mediante el método de mínimos cuadrados[1] de la forma $V = (e/m_e)(B^2r^2/2)$, en donde la variable dependiente es el voltaje V y la independiente es $B^2r^2/2$, de esta forma el valor de la pendiente corresponde a la relación carga-masa del electrón como se muestra en la figura 3 y el cuadro II.

De acuerdo a los criterios de precisión y exactitud expuestos en la sección V A, se obtuvo precisión para todos los promedios y solo se obtuvo exactitud para el valor correspondiente a $2cm$ de radio.

Se pudo observar que el valor obtenido para un radio de $2cm$ es el más preciso y exacto. Esto se debe a, entre otras, que al recorrer menos distancia el haz interactúa menos con el aire al interior del tubo catódico dado que, el vacío en su interior no es perfecto.

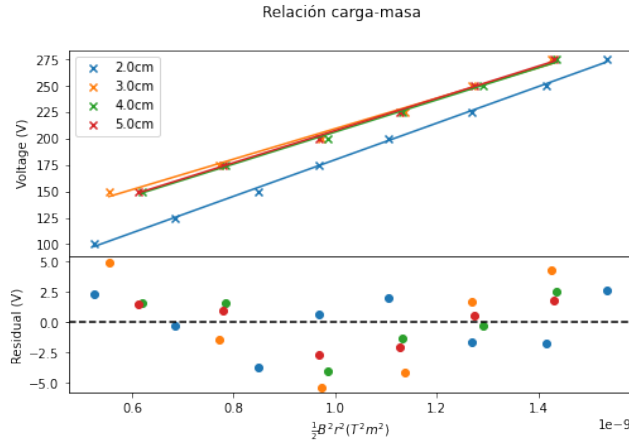


Figura 3. Relación carga-masa.

La grafica muestra el voltaje V en función de $B^2 r^2/2$ para cada radio de órbita analizado. El valor de la pendiente de cada regresión lineal corresponde a la relación carga masa del electrón.

Radio (cm)	$e/m_e (\times 10^{11} \text{ As/kg})$
2	$1,73 \pm 0,03$
3	$1,44 \pm 0,07$
4	$1,52 \pm 0,04$
5	$1,52 \pm 0,03$

Cuadro II. Relación carga-masa del electrón mediante regresión lineal.

Se reporta el valor obtenido experimentalmente de la relación carga-masa obtenida de una regresión lineal para diferentes radios de órbitas.

IV. CONCLUSIONES

A partir de los datos experimentales y el proceso de análisis se puede concluir que:

- Los valores obtenidos experimentalmente de campo magnético en función de la corriente son consistentes con el modelo teórico dado por la ecuación (4), ya que los datos comparados con la teoría presentan una raíz del error cuadrático medio de $0,33mT$.
- Los resultados de los promedios de la relación carga masa resultaron exactos y la mayoría precisos. El mejor valor obtenido experimentalmente en términos de precisión y exactitud fue de $(1,81 \pm 0,04)0^{11} \text{ As/Kg}$ correspondiente al radio de $2cm$.
- Los datos de la relación carga masa mediante regresión lineal resultaron precisos y solo uno exacto. El mejor valor obtenido experimentalmente en términos de precisión y exactitud fue de

$(1,73 \pm 0,03)0^{11} \text{ As/Kg}$ correspondiente al radio de $2cm$.

En conclusión, se logró determinar la razón entre la carga y masa del electrón a partir de la trayectoria de un rayo catódico en presencia de un campo magnético. Además, se consiguió entender la actuación de la fuerza de Lorentz sobre un rayo catódico.

-
- [1] S. D. M. A. *Métodos Computacionales*. 2023.
 [2] D. de Física de la Universidad de los Andes. Experimentos rotativos - guías. 2022.
 [3] K. Krane. *Modern Physics*. JOHN WILEY and SONS, INC., 2012.
 [4] B. N. T. P. J. Mohr, D. B. Newell. Codata recommended values of the fundamental physical constants: 2014. CODATA, 2015.
 [5] R. A. Serway, C. J. Moses, and C. A. Moyer. *Física Moderna*. International Thomson, 3 edition, 2006.
 [6] R. Thornton. *Modern Physics for scientists and engineers*. Cengage Learning, 4 edition, n.d.

V. ANEXOS

A. Criterios

- Precisión: $:= \frac{\sigma}{X_{exp}} \leq 0,1$
- *Exactitud* $:= |X_{real} - X_{exp}| \leq 2,5 \cdot \sigma$

B. Apéndice de cálculo

- Ajuste lineal por mínimos cuadrados[1]:

$$\begin{aligned} \mathbb{A}^T \mathbb{A} \vec{x}^* &= \mathbb{A}^T \vec{b} \\ \text{Proy}_{C(\mathbb{A})} \vec{b} &:= \mathbb{A} \vec{x}^* \end{aligned} \quad (5)$$

- Incertidumbre de mínimos cuadrados[1]:

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}^2 &= \frac{1}{n-p} (\vec{b} - \mathbb{A} \vec{x}^*)^T (\vec{b} - \mathbb{A} \vec{x}^*) \\ \text{Cov}(\vec{x}^*) &= \hat{\sigma}^2 (\mathbb{A}^T \mathbb{A})^{-1} \\ R^2 &= \frac{\text{Cov}(m, b)^2}{\text{Var}(m) \text{Var}(b)} \\ \Delta x_i &= \sigma_{x_i} = \sqrt{\text{Var}(x_i)} \end{aligned} \quad (6)$$

- Propagación de errores:

$$\sigma_f = \sqrt{\sum_i^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \sigma_{x_i} \right)^2} \quad (7)$$

- Incertidumbre en la resistencia:

$$\sigma_R = \frac{\sigma_C}{C^2}, C := \text{conductividad} \quad (8)$$

- Promedio:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (9)$$

- Desviación estándar:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (10)$$