МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ УКРАЇНИ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСЕТЕТ «ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

Кафедра штучного інтелекту

Розрахункова робота

3 дисципліни

«Дискретна математика»

Виконав:

Студент групи КН-115

Курило Валентин

Викладач:

Мельникова Н.І.

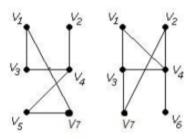
Варіант – 17.

ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ

Завдання № 1

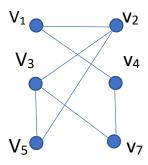
Виконати наступні операції над графами:

- 1) знайти доповнення до першого графу.
- 2) об'єднання графів.
- 3) кільцеву сумму G1 та G2 (G1+G2).
- 4) розмножити вершину у другому графі.
- 5) виділити підграф А що скадається з 3-х вершин в G1.
- 6) добуток графів.

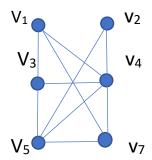


Розв'язання:

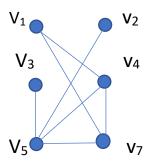
1) знайти доповнення до першого графу:



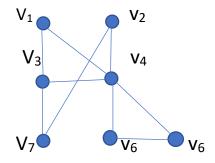
2) об'єднання графів.



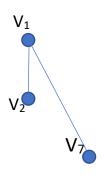
3) кільцеву сумму G1 та G2 (G1+G2).

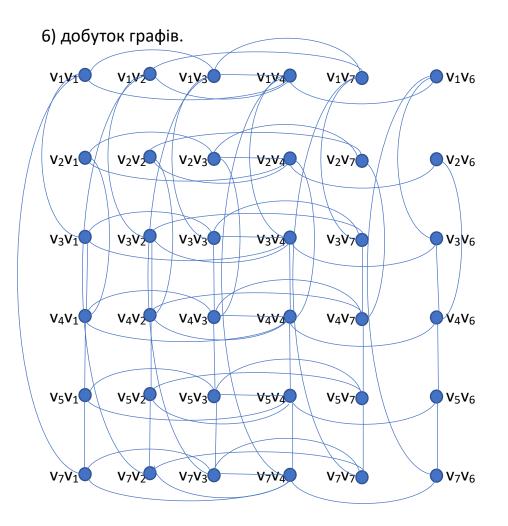


4) розмножити вершину у другому графі.



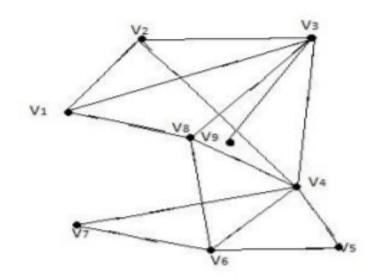
5) виділити підграф A - що скадається з 3-х вершин в G1.





Завдання № 2

Скласти таблицю суміжності для орграфа.



	V ₁	V ₂	V ₃	V_4	V ₅	V ₆	V ₇	V ₈	V 9
V ₁	0	1	1	0	0	0	0	1	0
V ₂	1	0	1	1	0	0	0	0	0
V ₃	1	1	0	1	0	0	0	1	1
V ₄	0	1	1	0	1	1	1	1	0
V ₅	0	0	0	1	0	1	0	0	0
V ₆	0	0	0	1	1	0	1	1	0
V ₇	0	0	0	1	0	1	0	0	0
V ₈	1	0	1	1	0	1	0	0	0
V ₉	0	0	1	0	0	0	0	0	0

Завдання № 3

Для графа з другого завдання знайти діаметр.

Діаметр графа 3.

Завдання № 4

Для графа з другого завдання виконати обхід дерева вглиб (варіант закінчується на непарне число) або вшир (закінчується на парне число).

Розв'язання:

V	N	Стек			
V ₁	1	V ₁			
V ₂	2	$V_{1}V_{2}$ $V_{1}V_{2}V_{3}$ $V_{1}V_{2}V_{3}V_{9}$			
V ₃	3				
V ₉	4				
		$V_1V_2V_3$			
V ₄	5	$V_1V_2V_3V_4$			
V ₅	6	$V_1V_2V_3V_4V_5$			
V ₆	7	$V_1V_2V_3V_4V_5V_6$			
V ₇	8	$V_1V_2V_3V_4V_5V_6V_7$			
		$V_1V_2V_3V_4V_5V_6$			
		$V_1V_2V_3V_4V_5$			
		$V_1V_2V_3V_4$			
V ₈	9	V ₁ V ₂ V ₃ V ₄ V ₈			
<u></u>		$V_1V_2V_3V_4$			
		$V_1V_2V_3$			
		V ₁ V ₂			
		V ₁			
		Ø			
l .					

Програма:

```
#include <iostream>
#include <list>
using namespace std;
class DFSGraph
{
int V;
list<int> *adjList;
void DFS_util(int v, bool visited[]);
public:
DFSGraph(int V)
  {
this->V = V;
adjList = new list<int>[V];
  }
void addEdge(int v, int w)
{
adjList[v].push_back(w);
}
void DFS();
};
void DFSGraph::DFS_util(int v, bool visited[])
{
visited[v] = true;
cout << v << " ";
```

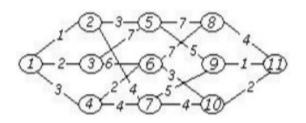
```
list<int>::iterator i;
for(i = adjList[v].begin(); i != adjList[v].end(); ++i)
if(!visited[*i])
DFS_util(*i, visited);
}
void DFSGraph::DFS()
{
bool *visited = new bool[V];
for (int i = 0; i < V; i++)
visited[i] = false;
for (int i = 0; i < V; i++)
if (visited[i] == false)
DFS_util(i, visited);
}
int main()
{
DFSGraph gdfs(9);
gdfs.addEdge(0, 1);
gdfs.addEdge(0, 2);
```

```
gdfs.addEdge(0, 7);
gdfs.addEdge(1, 2);
gdfs.addEdge(1, 3);
gdfs.addEdge(2, 3);
gdfs.addEdge(2, 7);
gdfs.addEdge(2, 8);
gdfs.addEdge(3, 4);
gdfs.addEdge(3, 5);
gdfs.addEdge(3, 6);
gdfs.addEdge(3, 7);
gdfs.addEdge(4, 5);
gdfs.addEdge(5, 6);
gdfs.addEdge(5, 7);
cout << "Depth-first traversal for the given graph:"<<endl;</pre>
gdfs.DFS();
return 0;
}
```

```
Depth-first traversal for the given graph:
0 1 2 3 4 5 6 7 8
Process returned 0 (0x0) execution time : 0.199 s
Press any key to continue.
```

Завдання № 5

Знайти двома методами (Краскала і Прима) мінімальне остове дерево графа.

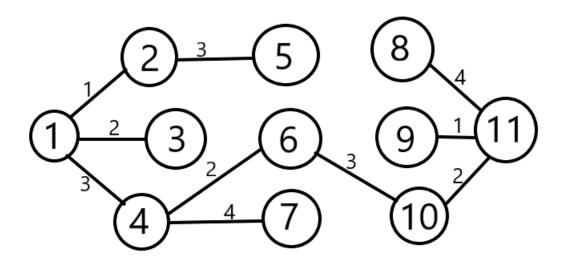


Розв'язання:

```
Метод Краскала:
```

```
V = (1,2,9,11,3,4,6,10,5,7,8).
```

 $R = (\{1,2\},\{9,11\},\{1,3\},\{4,6\},\{10,11\},\{1,4\},\{2,5\},\{6,10\},\{4,7\},\{8,11\})$



Програма:

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <string.h>
#include <iostream>
using namespace std;
struct Edge
{
   int src, dest, weight;
};
struct Graph
{
   int V, E;
```

```
struct Edge* edge;
};
struct Graph* createGraph(int V, int E)
{
  struct Graph* graph = (struct Graph*) malloc(sizeof(struct Graph));
  graph->V=V;
  graph->E = E;
  graph->edge = (struct Edge*) malloc(graph->E * sizeof(struct Edge));
  return graph;
}
struct subset
{
    int parent;
    int rank;
};
int find(struct subset subsets[], int i)
{
  if (subsets[i].parent != i)
    subsets[i].parent = find(subsets, subsets[i].parent);
  return subsets[i].parent;
}
void Union(struct subset subsets[], int x, int y)
{
  int xroot = find(subsets, x);
```

```
int yroot = find(subsets, y);
  if (subsets[xroot].rank < subsets[yroot].rank)
    subsets[xroot].parent = yroot;
  else if (subsets[xroot].rank > subsets[yroot].rank)
    subsets[yroot].parent = xroot;
  else
  {
    subsets[yroot].parent = xroot;
    subsets[xroot].rank++;
  }
}
int myComp(const void* a, const void* b)
{
  struct Edge* a1 = (struct Edge*) a;
  struct Edge* b1 = (struct Edge*) b;
  return a1->weight > b1->weight;
}
void KruskalMST(struct Graph* graph)
{
  int V = graph->V;
  struct Edge result[V];
  int e = 0;
  int i = 0;
  qsort(graph->edge, graph->E, sizeof(graph->edge[0]), myComp);
  struct subset *subsets = (struct subset*) malloc(V * sizeof(struct subset));
```

```
for (int v = 0; v < V; ++v)
  {
    subsets[v].parent = v;
    subsets[v].rank = 0;
  }
  while (e < V - 1)
  {
    struct Edge next_edge = graph->edge[i++];
    int x = find(subsets, next_edge.src);
    int y = find(subsets, next_edge.dest);
    if (x != y)
    {
       result[e++] = next_edge;
       Union(subsets, x, y);
    }
  }
  cout<<"Following are the edges in the constructed MST\n";</pre>
  for (i = 0; i < e; ++i)
    printf("%d -- %d == %d\n", result[i].src, result[i].dest,
         result[i].weight);
  return;
int main()
  setlocale(LC_CTYPE, "ukr");
```

}

{

```
int x1, x2;
cout << "Введіть кількість вершин: ";
cin >> x1;
cout << "Введіть кількість ребрів: ";
cin >> x2;
int V = x1;
int E = x2;
int a1, r1, r2;
struct Graph* graph = createGraph(V, E);
for(int i = 0; i < x2; i++)
{
cout << "Введіть ребро: ";
cin >> r1;
cin >> r2;
graph->edge[i].src = r1;
graph->edge[i].dest = r2;
cout << "Введіть вагу ребра: ";
cin >> a1;
graph->edge[i].weight = a1;
}
KruskalMST(graph);
return 0;
```

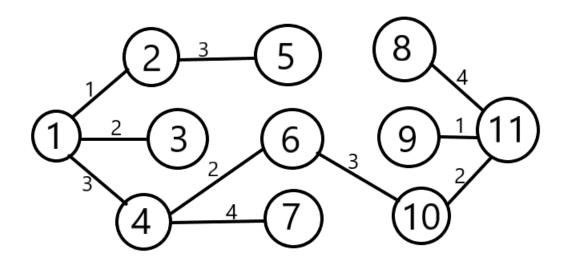
}

```
Введіть кількість вершин: 11
Введіть кількість ребрів: 18
Введіть ребро: 0 1
Введіть вагу ребра: 1
Введіть ребро: 0 2
Введіть вагу ребра: 2
Введіть ребро: 0 3
Введіть вагу ребра: 3
Введіть ребро: 1 4
Введіть вагу ребра: 3
Введіть ребро: 1 6
Введіть вагу ребра: 4
Введіть ребро: 2 4
Введіть вагу ребра: 7
Введіть ребро: 2 5
Введіть вагу ребра: 6
Введіть ребро: 3 5
Введіть вагу ребра: 2
Введіть ребро: 3 6
Введіть вагу ребра: 4
Введіть ребро: 4 7
Введіть вагу ребра: 7
Введіть ребро: 4 8
Введіть вагу ребра: 5
Введіть ребро: 5 7
Введіть вагу ребра: 7
Введіть ребро: 5 9
Введіть вагу ребра: 3
Введіть ребро: 6 8
Введіть вагу ребра: 5
Введіть ребро: 6 9
Введіть вагу ребра: 4
Введіть ребро: 7 10
Введіть вагу ребра: 4
Введіть ребро: 8 10
Введіть вагу ребра: 1
Введіть ребро: 9 10
Введіть вагу ребра: 2
```

```
0 - 1 : 1
0 - 2 : 2
0 - 3 : 3
3 - 5 : 2
1 - 4 : 3
5 - 9 : 3
9 - 10 : 2
10 - 8 : 1
1 - 6 : 4
```

V = (1,2,3,4,6,5,10,11,9,7,8)

 $R = (\{1,2\},\{1,3\},\{1,4\},\{4,6\},\{2,5\},\{6,10\},\{10,11\},\{11,9\},\{4,7\},\{11,8\})$



Програма:

#include <iostream>

#include <cstring>

using namespace std;

#define INF 9999

#define V 11

int G[V][V] = {

 $\{0, 1, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\},\$

 $\{1, 0, 0, 0, 3, 0, 4, 0, 0, 0, 0\},\$

 $\{2, 0, 0, 0, 7, 6, 0, 0, 0, 0, 0\},\$

 $\{1, 0, 0, 0, 0, 2, 4, 0, 0, 0, 0\},\$

 $\{0, 3, 7, 0, 0, 0, 0, 7, 5, 0, 0\},\$

 $\{0, 0, 6, 2, 0, 0, 0, 7, 0, 3, 0\},\$

 $\{0, 4, 0, 4, 0, 0, 0, 0, 5, 4, 0\},\$

```
\{0, 0, 0, 0, 7, 7, 0, 0, 0, 0, 4\},\
  \{0, 0, 0, 0, 5, 0, 5, 0, 0, 0, 1\},\
  \{0, 0, 0, 0, 0, 3, 4, 0, 0, 0, 2\},\
  \{0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 4, 1, 2, 0\},\
 };
int main () {
int num_edge;
 int mst_vertex[V];
 memset (mst_vertex, false, sizeof (mst_vertex));
 num_edge = 0;
 mst_vertex[0] = true;
 int x;
 int y;
 cout<<"The Minimum Spanning Tree as per Prim's Algorithm:"<<endl;</pre>
 cout << "Edge" << ": " << "Weight";
 cout << endl;
 while (num_edge < V - 1) {
int min = INF;
  x = 0;
```

```
for (int i = 0; i < V; i++) {
if (mst_vertex[i]) {
for (int j = 0; j < V; j++) {
if (!mst_vertex[j] && G[i][j]) {
if (min > G[i][j]) {
min = G[i][j];
              x = i;
              y = j;
           }
        }
```

}

}

y = 0;

```
}
cout << x << " - " << y << " : " << G[x][y];
cout << endl;
mst_vertex[y] = true;
num_edge++;
  }
return 0;
}
```

```
0 - 1 : 1
0 - 2 : 2
0 - 3 : 3
3 - 5 : 2
1 - 4 : 3
5 - 9 : 3
9 - 10 : 2
10 - 8 : 1
1 - 6 : 4
10 - 7 : 4
```

Завдання № 6

Розв'язати задачу комівояжера для повного 8-ми вершинного графа методом «іди у найближчий», матриця вагів якого має вигляд:

17	7)							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	90	6	6	6	1	3	1	3
2	6	00	5	5	1	6	1	5
3	6	5	00	7	7	7	7	5
4	6	5	7	00	6	3 6 7 5	1	2
5	1	1	7	6	00	6 ∞	6	6
6	3	6	7	5	6	00	1	2
7	1	1	7	1	6	1	00	2
8	3	5	5	2	6	1 2	2	90

```
Розв'язання:
1 \rightarrow 5 \rightarrow 2 \rightarrow 7 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 1
Відповідь: Найкоротший шлях 19.
                                               Програма:
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
#define V 8
int travllingSalesmanProblem(int graph[][V], int s)
{
  vector<int> vertex;
  for (int i = 0; i < V; i++)
     if (i != s)
        vertex.push_back(i);
  int min_path = INT_MAX;
   do {
```

int current_pathweight = 0;

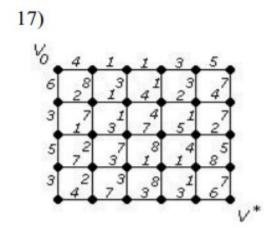
```
int k = s;
     for (int i = 0; i < vertex.size(); i++) {
       current_pathweight += graph[k][vertex[i]];
       k = vertex[i];
     }
     current_pathweight += graph[k][s];
     min_path = min(min_path, current_pathweight);
  } while (next_permutation(vertex.begin(), vertex.end()));
  return min_path;
}
int main()
{
  int graph[][V] = { { 0, 6, 6, 6, 1, 3, 1, 3 },
              { 6, 0, 5, 5, 1, 6, 1, 5 },
              \{6, 5, 0, 7, 7, 7, 7, 5\},\
              { 6, 5, 7, 0, 6, 5, 1, 2 },
              { 1, 1, 7, 6, 0, 6, 6, 6 },
              { 3, 6, 7, 5, 6, 0, 1, 2 },
              { 1, 1, 7, 1, 6, 1, 0, 2 },
              { 3, 5, 5, 2, 6, 2, 2, 0 }};
  int s = 0;
  cout << travllingSalesmanProblem(graph, s) << endl;</pre>
```

```
return 0;
```

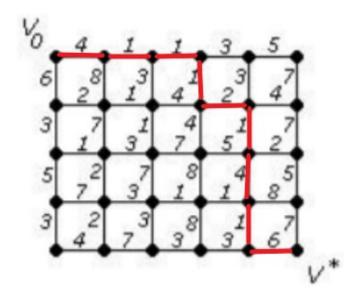
```
19
Process returned 0 (0x0) execution time : 0.041 s
Press any key to continue.
```

Завдання № 7

За допомогою алгоритму Дейкстри знайти найкоротший шлях у графі між парою вершин V0 і V * .



Розв'язання:



Відповідь: Найкоротший шлях становить 21.

Програма:

```
#include <iostream>
#include <limits.h>
#include <stdio.h>
#define V 30
using namespace std;
int minDistance(int dist[], bool sptSet[])
{
  int min = INT_MAX, min_index;
  for (int v = 0; v < V; v++)
    if (sptSet[v] == false && dist[v] <= min)
       min = dist[v], min_index = v;
  return min_index;
}
int printSolution(int dist[])
{
  printf("Vertex \t\t Distance from Source\n");
  for (int i = 0; i < V; i++)
    printf("%d \t\t %d\n", i, dist[i]);
}
void dijkstra(int graph[V][V], int src)
```

```
{
  int dist[V];
  bool sptSet[V];
  for (int i = 0; i < V; i++)
     dist[i] = INT_MAX, sptSet[i] = false;
  dist[src] = 0;
  for (int count = 0; count < V - 1; count++) {
     int u = minDistance(dist, sptSet);
     sptSet[u] = true;
     for (int v = 0; v < V; v++)
       if (!sptSet[v] && graph[u][v] && dist[u] != INT_MAX
         \&\& dist[u] + graph[u][v] < dist[v])
         dist[v] = dist[u] + graph[u][v];
  }
  printSolution(dist);
}
```

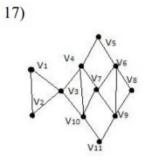
```
{
0, 0, 0, 0},
\{0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 5, 0, 2, 0, 0, 0, 0, 4, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\}
```

int main()

Vertex	Distance from Source
0	0
1	4
2	5
3	6
4	9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9	14
6	6
7	8
8	8
9	7
10	9
11	13
12	9
13	10
14	9
15	11
16	10
17	12
18	14
19	12
20	15
21	15
22	14
23	17
24	17
25	14
26	18
27	18
28	15
29	21

Завдання № 8

Знайти ейлеровий цикл в ейлеровому графі двома методами: а) Флері; б) елементарних циклів.



```
Розв'язання:
Методом Флері:
V1 \rightarrow v2 \rightarrow v3 \rightarrow v4 \rightarrow v5 \rightarrow v6 \rightarrow v7 \rightarrow v4 \rightarrow v10 \rightarrow v7 \rightarrow v9 \rightarrow v6 \rightarrow v8 \rightarrow v9 \rightarrow v11 \rightarrow v10 \rightarrow v3 \rightarrow v2
→v1.
                                                Програма:
#include <iostream>
#include <string.h>
#include <algorithm>
#include <list>
using namespace std;
class Graph
{
 int V;
 list<int> *adj;
public:
 Graph(int V) { this->V = V; adj = new list<int>[V]; }
 ~Graph() { delete [] adj; }
 void addEdge(int u, int v) { adj[u].push back(v); adj[v].push back(u); }
 void rmvEdge(int u, int v);
 void printEulerTour();
 void printEulerUtil(int s);
 int DFSCount(int v, bool visited[]);
 bool isValidNextEdge(int u, int v);
};
void Graph::printEulerTour()
{
```

```
int u = 0;
 for (int i = 0; i < V; i++)
   if (adj[i].size() & 1)
     { u = i; break; }
 printEulerUtil(u);
 cout << endl;</pre>
}
void Graph::printEulerUtil(int u)
{
 list<int>::iterator i;
 for (i = adj[u].begin(); i != adj[u].end(); ++i)
 {
   int v = *i;
   if (v != -1 && isValidNextEdge(u, v))
   {
      cout << u << "-" << v << " ";
      rmvEdge(u, v);
      printEulerUtil(v);
   }
}
```

```
bool Graph::isValidNextEdge(int u, int v)
{
 int count = 0;
 list<int>::iterator i;
 for (i = adj[u].begin(); i != adj[u].end(); ++i)
  if (*i != -1)
    count++;
 if (count == 1)
  return true;
 bool visited[V];
 memset(visited, false, V);
 int count1 = DFSCount(u, visited);
 rmvEdge(u, v);
 memset(visited, false, V);
 int count2 = DFSCount(u, visited);
 addEdge(u, v);
 return (count1 > count2)? false: true;
}
void Graph::rmvEdge(int u, int v)
{
 list<int>::iterator iv = find(adj[u].begin(), adj[u].end(), v);
 *iv = -1;
 list<int>::iterator iu = find(adj[v].begin(), adj[v].end(), u);
 *iu = -1;
```

```
}
int Graph::DFSCount(int v, bool visited[])
{
 visited[v] = true;
 int count = 1;
 list<int>::iterator i;
 for (i = adj[v].begin(); i != adj[v].end(); ++i)
   if (*i != -1 && !visited[*i])
     count += DFSCount(*i, visited);
 return count;
int main()
{
 Graph g1(17);
 g1.addEdge(0, 1);
 g1.addEdge(0, 2);
 g1.addEdge(1, 2);
 g1.addEdge(2, 3);
 g1.addEdge(2, 9);
 g1.addEdge(3, 4);
 g1.addEdge(3, 6);
 g1.addEdge(3, 9);
 g1.addEdge(4, 5);
 g1.addEdge(5, 6);
```

```
g1.addEdge(5, 7);
 g1.addEdge(5, 8);
 g1.addEdge(6, 8);
 g1.addEdge(6, 9);
 g1.addEdge(7, 8);
 g1.addEdge(8, 10);
 g1.addEdge(9, 10);
 g1.printEulerTour();
 return 0;
}
                                       Результат:
           2-3 3-4 4-5 5-6 6-3 3-9 9-6 6-8 8-5 5-7 7-8 8-10 10-9
                             execution time: 0.019 s
  Process returned 0 (0x0)
  Press any key to continue.
Методом елементарних циклів:
V1v2v3 \rightarrow v3v4v7v10v11v9 \rightarrow v7v9v8v6 \rightarrow v7v6v5v4 \rightarrow v4v10v3 \rightarrow v1v2v3.
                                       Програма:
#include<iostream>
#include <list>
using namespace std;
class Graph
{
  int V;
  list<int> *adj;
public:
```

```
Graph(int V) {this->V = V; adj = new list<int>[V]; }
  ~Graph() { delete [] adj; }
  void addEdge(int v, int w);
  int isEulerian();
  bool isConnected();
  void DFSUtil(int v, bool visited[]);
};
void Graph::addEdge(int v, int w)
{
  adj[v].push_back(w);
  adj[w].push_back(v);
}
void Graph::DFSUtil(int v, bool visited[])
{
  visited[v] = true;
  list<int>::iterator i;
  for (i = adj[v].begin(); i != adj[v].end(); ++i)
    if (!visited[*i])
       DFSUtil(*i, visited);
}
bool Graph::isConnected()
{
  bool visited[V];
  int i;
```

```
for (i = 0; i < V; i++)
     visited[i] = false;
  for (i = 0; i < V; i++)
     if (adj[i].size() != 0)
       break;
  if (i == V)
     return true;
  DFSUtil(i, visited);
  for (i = 0; i < V; i++)
    if (visited[i] == false && adj[i].size() > 0)
       return false;
  return true;
}
int Graph::isEulerian()
{
  if (isConnected() == false)
     return 0;
  int odd = 0;
  for (int i = 0; i < V; i++)
     if (adj[i].size() & 1)
       odd++;
  if (odd > 2)
     return 0;h
  return (odd)? 1:2;
```

```
}
void test(Graph &g)
{
  int res = g.isEulerian();
  if (res == 0)
    cout << "graph is not Eulerian\n";</pre>
  else if (res == 1)
    cout << "graph has a Euler path\n";</pre>
  else
    cout << "graph has a Euler cycle\n";</pre>
}
int main()
{
 Graph g1(17);
 g1.addEdge(0, 1);
 g1.addEdge(0, 2);
 g1.addEdge(1, 2);
 g1.addEdge(2, 3);
 g1.addEdge(2, 9);
 g1.addEdge(3, 4);
 g1.addEdge(3, 6);
 g1.addEdge(3, 9);
 g1.addEdge(4, 5);
 g1.addEdge(5, 6);
```

```
g1.addEdge(5, 7);
g1.addEdge(5, 8);
g1.addEdge(6, 8);
g1.addEdge(6, 9);
g1.addEdge(7, 8);
g1.addEdge(8, 10);
g1.addEdge(9, 10);
test(g1);
return 0;
}
```

```
graph has a Euler cycle
Process returned 0 (0x0) execution time : 0.037 s
Press any key to continue.
```

Завдання №9

Спростити формули (привести їх до скороченої ДНФ).

17.
$$x\overline{y} \lor \overline{x}\overline{z} \lor yz$$

Розв'язання:

$$(x\ \overline{y}\ z) V (x\ \overline{y}\ \overline{z}) V (\overline{x}\ y\ \overline{z}) V (\overline{x}\ y\ \overline{z}) V (x\ y\ z) V (\overline{x}\ y\ z).$$