Лабораторная работа №1
«Моделирование Базовой Случайной Величины (БСВ)»

Выполнил:
Студент курса 4 группы 9
Савостей В.В

Вариант: 13

1 Цель работы

Изучить методы генерации псевдослучайных последовательностей. Используя метод Макларена-Марсальи и мультипликативный конгруэнтный метод, построить датчики БСВ. Исследовать качество полученных последовательностей с помощью статистических критериев.

2 Постановка задачи (Вариант 13)

1. Осуществить моделирование $n = 1000$ реализаций БСВ с помощью мультипликативного конгруэнтного метода (МКМ) с параметрами:

$$a_0 = \beta = 65\,643, \quad M = 2^{31}$$

2. Осуществить моделирование $n = 1000$ реализаций БСВ с помощью метода Макларена-Марсальи.
   - Первый датчик: МКМ из п.1.
   - Второй датчик: Вспомогательный конгруэнтный датчик (MINSTD).
   - Объем вспомогательной таблицы $K = 256$.
3. Проверить точность моделирования обоих датчиков с помощью:
   - Критерия согласия χ^2 Пирсона.
   - Критерия согласия Колмогорова.

   Уровень значимости $\varepsilon = 0.05$.

3 Теоретические сведения

3.1 Мультипликативный конгруэнтный метод

Последовательность случайных чисел строится по рекуррентной формуле:

$$A_{i+1} = (\beta \cdot A_i) \pmod M$$

Полученное значение нормируется для получения БСВ на интервале $[0, 1)$:

$$U_i = \frac{A_i}{M}$$

3.2 Метод Макларена-Марсальи

Метод комбинирует два независимых датчика для уменьшения корреляции между элементами последовательности. Используется вспомогательная таблица V объема K. Один датчик генерирует значения для заполнения таблицы, второй датчик генерирует индекс для выбора значения из таблицы. Выбранное значение выдается как результат, а ячейка таблицы заполняется новым числом первого датчика.

3.3 Критерии проверки гипотез

Проверяется гипотеза H_0: выборка принадлежит равномерному закону распределения $R[0, 1]$.

Критерий Хи-квадрат Пирсона:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(\nu_i - np_i)^2}{np_i}$$

где ν_i — число попаданий в i-й интервал, np_i — теоретическое число попаданий. Статистика сравнивается с критическим значением Δ.

Критерий Колмогорова:

$$D_n = \sup_x |F_n(x) - F_0(x)|$$

Статистика критерия $\lambda = \sqrt{n} D_n$ сравнивается с критическим значением λ_α.

4 Результаты работы

В ходе выполнения программы были получены следующие результаты статистических проверок для обоих датчиков.

```
=== ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1 (Вариант 13) ===
Параметры: a0=65643, beta=65643, M=2^31, K=256, N=1000
--------------------------------------------------

>>> ПРОВЕРКА ДАТЧИКА 1 (МКМ)
[Пирсон] Статистика X^2 = 15.1200
[Пирсон] Критическое Delta = 30.1344 (для df=19)
  -> Гипотеза H0 (равномерность) ПРИНИМАЕТСЯ
[Колмогоров] Статистика sqrt(n)*Dn = 0.8071
[Колмогоров] Критическое Delta = 1.3580
  -> Гипотеза H0 (равномерность) ПРИНИМАЕТСЯ

>>> ПРОВЕРКА ДАТЧИКА 2 (Макларен-Марсалья)
[Пирсон] Статистика X^2 = 16.3200
[Пирсон] Критическое Delta = 30.1344 (для df=19)
  -> Гипотеза H0 (равномерность) ПРИНИМАЕТСЯ
[Колмогоров] Статистика sqrt(n)*Dn = 0.7484
[Колмогоров] Критическое Delta = 1.3580
  -> Гипотеза H0 (равномерность) ПРИНИМАЕТСЯ

--------------------------------------------------
Готово.
```

Анализ результатов:

1. **МКМ (исходный):** Полученное значение статистики $\chi^2 = 15.12$, что значительно меньше критического порога 30.13. Статистика Колмогорова 0.8071 также не превышает критического значения 1.358. Это позволяет принять гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение.

2. **Метод Макларена-Марсальи:** Статистика Пирсона $\chi^2 = 16.32$ и статистика Колмогорова 0.7484 также находятся в пределах допустимых значений. Интересно отметить, что статистика критерия Колмогорова для комбинированного метода оказалась ниже, чем для исходного МКМ ($0.7484 < 0.8071$), что может свидетельствовать об улучшении качества случайной последовательности и устранении локальных неравномерностей.

5 Вывод

В ходе лабораторной работы были реализованы и исследованы программные датчики БСВ.

Оба реализованных метода (мультипликативный конгруэнтный и метод Макларена-Марсальи) успешно прошли проверку критериями согласия Пирсона и Колмогорова при уровне значимости $\varepsilon = 0.05$. Это подтверждает, что сгенерированные последовательности статистически неотличимы от равномерно распределенной случайной величины на интервале $[0, 1)$, и данные датчики могут быть использованы в задачах статистического моделирования.