

**Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
"Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"
Фізико-технічний інститут**

«Методи обчислень»

**Лабораторна робота №6
Варіант 2**

«Розв'язання задачі коші методами Рунге-Кутта та Адамса»

Виконала:
студентка групи ФБ-95
Гурджия Валерія Вахтангівна

Завдання

Методами Рунге-Кутта та Адамса-Башфорта четвертого порядку розв'язати задачу Коші. На початку інтервалу у необхідній кількості точок значення для методу Адамса визначити методом Рунге-Кутта четвертого порядку.

Вимоги до звіту

Для деякого фіксованого h потрібно навести:

- значення точної функції розв'язку $y(x)$;
- значення наближеного розв'язку $y(x)$ у тих самих точках, одержані обома методами;
- значення функції помилки $e(x)$ для обох методів (порівняти із «теоретичною» точністю);

У звіті наводять:

- графіки точного розв'язку та обох наближених - на одному рисунку;
- графіки обох помилок - на другому рисунку;
- лістинг програми.

Рівняння має вигляд: $y' = (1 - x^2)y + F(x)$. Покласти $h = 0,1$, початкові умови $x(0)$ визначити, використовуючи точне значення розв'язку.

№ вар.	Точний розв'язок
2	$y = \cos x$

Необхідно підставити розв'язок у рівняння та визначити $F(x)$ у правій частині. Таким чином, відомим є вигляд рівняння та його точний розв'язок, за допомогою числових методів далі будемо наближений розв'язок.

Значення точної функції розв'язку $y(x)$:

x	F(x)
0	1
0,1	0,995
0,2	0,98007
0,3	0,95534
0,4	0,92106
0,5	0,87758
0,6	0,82534
0,7	0,76484
0,8	0,69671
0,9	0,62161
1	0,5403

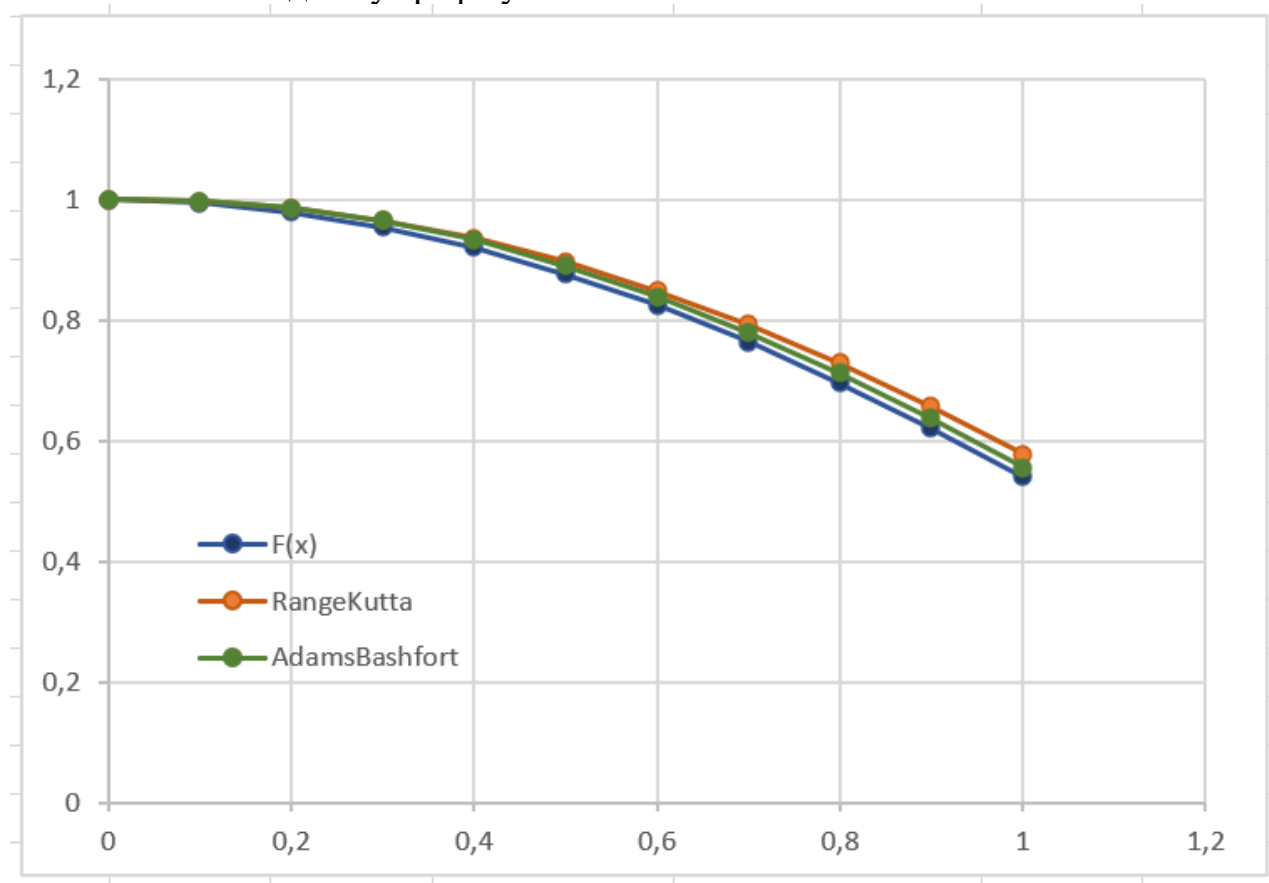
Значення наближеного розв'язку $y(x)$ у тих самих точках, одержані обома методами:

h	RangeKutta	AdamsBashfort
0	1	1
0,1	0,998419	0,998419
0,2	0,987209	0,987209
0,3	0,966492	0,966492
0,4	0,936457	0,933379
0,5	0,897358	0,890707
0,6	0,849504	0,839482
0,7	0,793255	0,779859
0,8	0,729024	0,712385
0,9	0,657275	0,637727
1	0,578538	0,556578

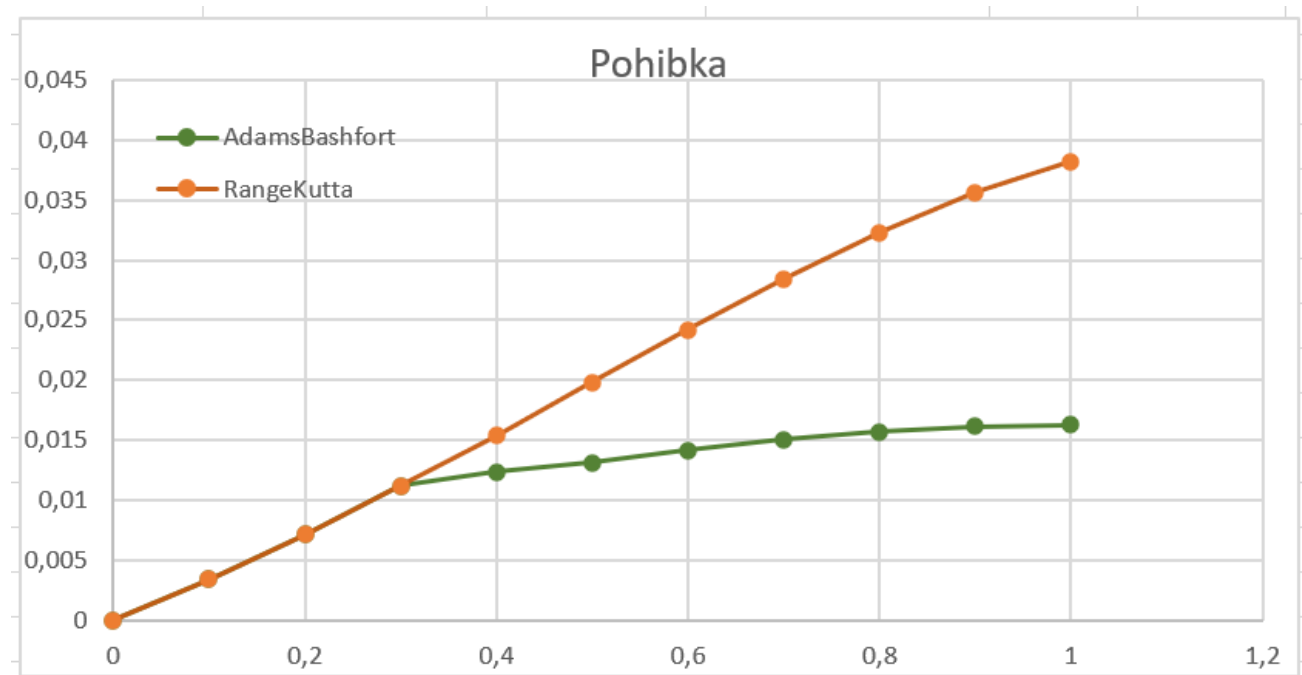
Значення функції помилки $e(x)$ для обох методів:

h	RangeKutta	AdamsBashfort
0	0	0
0,1	0,0034148	0,003414835
0,2	0,0071424	0,007142422
0,3	0,0111555	0,011155511
0,4	0,015396	0,012318006
0,5	0,0197754	0,013124438
0,6	0,0241684	0,014146385
0,7	0,0284128	0,015016813
0,8	0,0323173	0,015678291
0,9	0,035665	0,016117032
1	0,0382357	0,016275694

Всі значення на одному графіку:



Похибки:



Результат роботи програми

RangeKutta:

x	result	pohibka
0.000000	1.000000	0.000000
0.100000	0.998419	0.003414
0.200000	0.987209	0.007142
0.300000	0.966492	0.011155
0.400000	0.936457	0.015396
0.500000	0.897358	0.019776
0.600000	0.849504	0.024168
0.700000	0.793255	0.028413
0.800000	0.729024	0.032317
0.900000	0.657275	0.035665
1.000000	0.578538	0.038235

AdamsBashfort:

x	result	pohibka
0.000000	1.000000	0.000000
0.100000	0.998419	0.003414
0.200000	0.987209	0.007142
0.300000	0.966492	0.011155
0.400000	0.933379	0.012318
0.500000	0.890707	0.013125
0.600000	0.839482	0.014146
0.700000	0.779859	0.015017
0.800000	0.712385	0.015678
0.900000	0.637727	0.016118
1.000000	0.556578	0.016276

F(x):

x	result
0.000000	1.000000
0.100000	0.995004
0.200000	0.980067
0.300000	0.955337
0.400000	0.921061
0.500000	0.877583
0.600000	0.825336
0.700000	0.764842
0.800000	0.696707
0.900000	0.621610
1.000000	0.540302

Код програми

```
#include <iostream>
#include <vector>
#include <cmath>
#include <iomanip>
using namespace std;

float func_(float x) {
    float Y = cos(x);
    return Y;
}

float func(float x, float y) {
    float Y = (1 - pow(x, 2)) * y - sin(x) - cos(x) * (1 - pow(x, 2));
    return Y;
}

vector<float> RangeKutta(float h, float start, float end) {
    float x = 0;
    float y = 0;

    vector<float> result;
    result.push_back(func_(start));

    for (int i = 0; i < (start+end)/h; i++) {
        float k1 = h * func(x, result[i]);
        float k2 = h * func(x + 1/2 * h, result[i] + 1/2 * k1);
        float k3 = h * func(x + 1/2 * h, result[i] + 1/2 * k2);
        float k4 = h * func(x + h, result[i] + k3);
        float ans = result[i] + (k1 + 2 * k2 + 2 * k3 + k4) / 6;
        result.push_back(ans);
        x += h;
    }
    return result;
}

vector<float> AdamsBashfort(float h, float start, float end) {
    vector<float> range_kutta_values = RangeKutta(h, start, end);
    vector<float> result;

    for (int i = 0; i < 4; i++)
    {
        result.push_back(range_kutta_values[i]);
    }
    float x = start;
    int i = 3;
    while (end > x+0.3) {
        float answer = result[i] + (h / 24) * (55 * func(x + 3 * h, result[i]) - 59 * func(x
+ 2 * h, result[i - 1]) + 37 * func(x + h, result[i - 2]) - 9 * func(x, result[i - 3]));
        x += h;
        i++;
        result.push_back(answer);
    }
    return result;
}

int main()
{
    float h = 0.1;
    float start = 0;
    float end = 1;
```

```

vector<float> result_RK = RangeKutta(h, start, end);
vector<float> result_AB = AdamsBashfort(h, start, end);
vector<float> result_func;
for (float x = start; x < end+h; x += h)
{
    result_func.push_back(func_(x));
}

// pohibka
vector<float> pohibka_RK;
vector<float> pohibka_AB;
for (float i = 0; i < result_func.size(); i++)
{
    float pohibka_rk = abs(result_func[i] - result_RK[i]);
    pohibka_RK.push_back(pohibka_rk);
    float pohibka_ab = abs(result_func[i] - result_AB[i]);
    pohibka_AB.push_back(pohibka_ab);
}

cout << "\nRangeKutta:\n\n";
cout << fixed << setw(4) << "x" << "\t\tresult" << "\t\tpohibka\n";
float x = 0;
for (int i = 0; i < result_RK.size(); i++)
{
    cout << x << "\t" << result_RK[i] << "\t" << pohibka_RK[i] << endl;
    x += 0.1;
}

cout << "\nAdamsBashfort:\n\n";
cout << fixed << setw(4) << "x" << "\t\tresult" << "\t\tpohibka\n";
x = 0;
for (int i = 0; i < result_AB.size(); i++)
{
    cout << x << "\t" << result_AB[i] << "\t" << pohibka_AB[i] << endl;
    x += 0.1;
}

cout << "\nF(x):\n\n";
cout << fixed << setw(4) << "x" << "\t\tresult\n";
x = 0;
for (int i = 0; i < result_func.size(); i++)
{
    cout << x << "\t" << result_func[i] << endl;
    x += 0.1;
}
}

```