

**Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
"Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"
Фізико-технічний інститут**

«Методи обчислень»

Лабораторна робота №5
Варіант 2

«Інтерполяція»

Виконала:
студентка групи ФБ-95
Гурджия Валерія Вахтангівна

Завдання

Відрізок інтерполяції розбити не менш ніж на 10 вузлів. Використовуючи аналітичне задання функції, визначене варіантом, побудувати таблицю значень функції у вузлах на відповідному відрізку інтерполяції (табл.5.1). Побудувати за таблично заданою функцією:

- інтерполяційний поліном $P(x)$ у формі Ньютона або Лагранжа;
- здійснити інтерполяцію сплайнами (другого чи третього порядку);
- побудувати графік похибки інтерполяції.

Примітка. У даному практикумі функція, яка інтерполюється, задана аналітично, отже, похибку інтерполяції можна визначити безпосередньо як максимум різниць між значеннями точної функції та інтерполюючої функції у ряді точок (точки не повинні співпадати із вузлами інтерполяції).

№ вар.	Функція	Відрізок інтерполювання
2	$x^2 \cos x$	$[-\pi/2, \pi]$

Знайдемо вузли інтерполяції

```
>> x = linspace(-pi/2,pi,10)
```

x =

-1.5708 -1.0472 -0.5236 0 0.5236 1.0472 1.5708 2.0944 2.6180 3.1416

```
>> y=x.^2.*cos(x)
```

y =

0.0000 0.5483 0.2374 0 0.2374 0.5483 0.0000 -2.1932 -5.9356 -9.8696

X	f
-1,5708	0
-1,0472	0,5483
-0,5236	0,2374
0	0
0,5236	0,2374
1,0472	0,5483
1,5708	0
2,0944	-2,1932
2,6180	-5,9356
3,1416	-9,8696

Інтерполяція Сплайнами (Пораховано вручну)

$$S = a + b(x - x_0) + c(x - x_0)^2 + d(x - x_0)^3$$

$$\begin{cases} S_0 = a_0 + b_0(x - x_0) + c_0(x - x_0)^2 + d_0(x - x_0)^3 \\ S_1 = a_0 + b_0(x - x_1) + c_1(x - x_1)^2 + d_1(x - x_1)^3 \\ S_2 = a_2 + b_2(x - x_2) + c_2(x - x_2)^2 + d_2(x - x_2)^3 \\ S_3 = a_3 + b_3(x - x_3) + c_3(x - x_3)^2 + d_3(x - x_3)^3 \\ S_4 = a_4 + b_4(x - x_4) + c_4(x - x_4)^2 + d_4(x - x_4)^3 \\ S_5 = a_5 + b_5(x - x_5) + c_5(x - x_5)^2 + d_5(x - x_5)^3 \\ S_6 = a_6 + b_6(x - x_6) + c_6(x - x_6)^2 + d_6(x - x_6)^3 \\ S_7 = a_7 + b_7(x - x_7) + c_7(x - x_7)^2 + d_7(x - x_7)^3 \\ S_8 = a_8 + b_8(x - x_8) + c_8(x - x_8)^2 + d_8(x - x_8)^3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} S_0 = a_0 + b_0(x + 1,5708) + c_0(x + 1,5708)^2 + d_0(x + 1,5708)^3 \\ S_1 = a_1 + b_1(x + 1,0472) + c_1(x + 1,0472)^2 + d_1(x + 1,0472)^3 \\ S_2 = a_2 + b_2(x + 0,5236) + c_2(x + 0,5236)^2 + d_2(x + 0,5236)^3 \\ S_3 = a_3 + b_3(x - 0) + c_3(x - 0)^2 + d_3(x - 0)^3 \\ S_4 = a_4 + b_4(x - 0,5236) + c_4(x - 0,5236)^2 + d_4(x - 0,5236)^3 \\ S_5 = a_5 + b_5(x - 1,0472) + c_5(x - 1,0472)^2 + d_5(x - 1,0472)^3 \\ S_6 = a_6 + b_6(x - 1,5708) + c_6(x - 1,5708)^2 + d_6(x - 1,5708)^3 \\ S_7 = a_7 + b_7(x - 2,0944) + c_7(x - 2,0944)^2 + d_7(x - 2,0944)^3 \\ S_8 = a_8 + b_8(x - 2,6180) + c_8(x - 2,6180)^2 + d_8(x - 2,6180)^3 \end{cases}$$

№	X	Y
0	-1,5708	0
1	-1,0472	0,5483
2	-0,5236	0,2374
3	0	0
4	0,5236	0,2374
5	1,0472	0,5483
6	1,5708	0
7	2,0944	-2,1932
8	2,618	-5,9356
9	3,1416	-9,8696

$$0 = a_0 + b_0(-1,5708 + 1,5708) + c_0(-1,5708 + 1,5708)^2 + d_0(-1,5708 + 1,5708)^3$$

$$0,5483 = a_0 + b_0(-1,0472 + 1,5708) + c_0(-1,0472 + 1,5708)^2 + d_0(-1,0472 + 1,5708)^3$$

$$a_0 = 0$$

$$a_0 + b_0(0,5236) + c_0(0,2742) + d_0(0,1435) = 0,5483$$

No	X	Y
0	-1,5708	0
1	-1,0472	0,5483
2	-0,5236	0,2374
3	0	0
4	0,5236	0,2374
5	1,0472	0,5483
6	1,5708	0
7	2,0944	-2,1932
8	2,618	-5,9356
9	3,1416	-9,8696

$$0,5483 = a_1 + b_1(-1,0472 + 1,0472) + c_1(-1,0472 + 1,0472)^2 + d_1(-1,0472 + 1,0472)^3$$

$$0,2374 = a_1 + b_1(-0,5236 + 1,0472) + c_1(-0,5236 + 1,0472)^2 + d_1(-0,5236 + 1,0472)^3$$

$$a_1 = 0,5483$$

$$a_1 + b_1(0,5236) + c_1(0,2742) + d_1(0,1435) = 0,2374$$

No	X	Y
0	-1,5708	0
1	-1,0472	0,5483
2	-0,5236	0,2374
3	0	0
4	0,5236	0,2374
5	1,0472	0,5483
6	1,5708	0
7	2,0944	-2,1932
8	2,618	-5,9356
9	3,1416	-9,8696

$$0,2374 = a_2 + b_2(-0,5236 + 0,5236) + c_2(-0,5236 + 0,5236)^2 + d_2(-0,5236 + 0,5236)^3$$

$$0 = a_2 + b_2(0 + 0,5236) + c_2(0 + 0,5236)^2 + d_2(0 + 0,5236)^3$$

$$a_2 = 0,2374$$

$$a_2 + b_2(0,5236) + c_2(0,2742) + d_2(0,1435) = 0$$

No	X	Y
0	-1,5708	0
1	-1,0472	0,5483
2	-0,5236	0,2374
3	0	0
4	0,5236	0,2374
5	1,0472	0,5483
6	1,5708	0
7	2,0944	-2,1932
8	2,618	-5,9356
9	3,1416	-9,8696

$$0 = a_3 + b_3(0 - 0) + c_3(0 - 0)^2 + d_3(0 - 0)^3$$

$$0,2374 = a_3 + b_3(0,5236 - 0) + c_3(0,5236 - 0)^2 + d_3(0,5236 - 0)^3$$

$$a_3 = 0$$

$$a_3 + b_3(0,5236) + c_3(0,2742) + d_3(0,1435) = 0,2374$$

No	X	Y
0	-1,5708	0
1	-1,0472	0,5483
2	-0,5236	0,2374
3	0	0
4	0,5236	0,2374
5	1,0472	0,5483
6	1,5708	0
7	2,0944	-2,1932
8	2,618	-5,9356
9	3,1416	-9,8696

$$0,2374 = a_4 + b_4(0,5236 - 0,5236) + c_4(0,5236 - 0,5236)^2 + d_4(0,5236 - 0,5236)^3$$

$$0,5483 = a_4 + b_4(1,0472 - 0,5236) + c_4(1,0472 - 0,5236)^2 + d_4(1,0472 - 0,5236)^3$$

$$a_4 = 0,2374$$

$$a_4 + b_4(0,5236) + c_4(0,2742) + d_4(0,1435) = 0,5483$$

No	X	Y
0	-1,5708	0
1	-1,0472	0,5483
2	-0,5236	0,2374
3	0	0
4	0,5236	0,2374
5	1,0472	0,5483
6	1,5708	0
7	2,0944	-2,1932
8	2,618	-5,9356
9	3,1416	-9,8696

$$0,5483 = a_5 + b_5(1,0472 - 1,0472) + c_5(1,0472 - 1,0472)^2 + d_5(1,0472 - 1,0472)^3$$

$$0 = a_5 + b_5(1,5708 - 1,0472) + c_5(1,5708 - 1,0472)^2 + d_5(1,5708 - 1,0472)^3$$

$$a_5 = 0,5483$$

$$a_5 + b_5(0,5236) + c_5(0,2742) + d_5(0,1435) = 0$$

No	X	Y
0	-1,5708	0
1	-1,0472	0,5483
2	-0,5236	0,2374
3	0	0
4	0,5236	0,2374
5	1,0472	0,5483
6	1,5708	0
7	2,0944	-2,1932
8	2,618	-5,9356
9	3,1416	-9,8696

$$0 = a_6 + b_6(1,5708 - 1,5708) + c_6(1,5708 - 1,5708)^2 + d_6(1,5708 - 1,5708)^3$$

$$-2,1932 = a_6 + b_6(2,0944 - 1,5708) + c_6(2,0944 - 1,5708)^2 + d_6(2,0944 - 1,5708)^3$$

$$a_6 = 0$$

$$a_6 + b_6(0,5236) + c_6(0,2742) + d_6(0,1435) = -2,1932$$

No	X	Y
0	-1,5708	0
1	-1,0472	0,5483
2	-0,5236	0,2374
3	0	0
4	0,5236	0,2374
5	1,0472	0,5483
6	1,5708	0
7	2,0944	-2,1932
8	2,618	-5,9356
9	3,1416	-9,8696

$$-2,1932 = a_7 + b_7(2,0944 - 2,0944) + c_7(2,0944 - 2,0944)^2 + d_7(2,0944 - 2,0944)^3$$

$$-5,9356 = a_7 + b_7(2,618 - 2,0944) + c_7(2,618 - 2,0944)^2 + d_7(2,618 - 2,0944)^3$$

$$a_7 = -2,1932$$

$$a_7 + b_7(0,5236) + c_7(0,2742) + d_7(0,1435) = -5,9356$$

No	X	Y
0	-1,5708	0
1	-1,0472	0,5483
2	-0,5236	0,2374
3	0	0
4	0,5236	0,2374
5	1,0472	0,5483
6	1,5708	0
7	2,0944	-2,1932
8	2,618	-5,9356
9	3,1416	-9,8696

$$-5,9356 = a_8 + b_8(2,618 - 2,618) + c_8(2,618 - 2,618)^2 + d_8(2,618 - 2,618)^3$$

$$-9,8696 = a_8 + b_8(3,1416 - 2,618) + c_8(3,1416 - 2,618)^2 + d_8(3,1416 - 2,618)^3$$

$$a_8 = -5,9356$$

$$a_8 + b_8(0,5236) + c_8(0,2742) + d_8(0,1435) = -9,8696$$

Знаходимо першу та другу похідні кожного сплайну

$$\begin{cases} S'_0 = b_0 + 2c_0(x + 1,5708) + 3d_0(x + 1,5708)^2 \\ S'_1 = b_1 + 2c_1(x + 1,0472) + 3d_1(x + 1,0472)^2 \\ S'_2 = b_2 + 2c_2(x + 0,5236) + 3d_2(x + 0,5236)^2 \\ S'_3 = b_3 + 2c_3(x - 0) + 3d_3(x - 0)^2 \\ S'_4 = b_4 + 2c_4(x - 0,5236) + 3d_4(x - 0,5236)^2 \\ S'_5 = b_5 + 2c_5(x - 1,0472) + 3d_5(x - 1,0472)^2 \\ S'_6 = b_6 + 2c_6(x - 1,5708) + 3d_6(x - 1,5708)^2 \\ S'_7 = b_7 + 2c_7(x - 2,0944) + 3d_7(x - 2,0944)^2 \\ S'_8 = b_8 + 2c_8(x - 2,6180) + 3d_8(x - 2,618)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} S''_0 = 2c_0 + 6d_1(x + 1,5708) \\ S''_1 = 2c_1 + 6d_1(x + 1,0472) \\ S''_2 = 2c_2 + 6d_2(x + 0,5236) \\ S''_3 = 2c_3 + 6d_3(x - 0) \\ S''_4 = 2c_4 + 6d_4(x - 0,5236) \\ S''_5 = 2c_5 + 6d_5(x - 1,0472) \\ S''_6 = 2c_6 + 6d_6(x - 1,5708) \\ S''_7 = 2c_7 + 6d_7(x - 2,0944) \\ S''_8 = 2c_8 + 6d_8(x - 2,6180) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} S'_0 &= S'_1 \\ S''_0 &= S''_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_0 + 2c_0(-1,0472 + 1,5708) + 3d_0(-1,0472x + 1,5708)^2 \\ = b_1 + 2c_1(-1,0472 + 1,0472) + 3d_1(-1,0472 + 1,0472)^2 \\ 2c_0 + 6d_1(-1,0472 + 1,5708) = 2c_1 + 6d_1(-1,0472 + 1,0472) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_0 + 2c_0(0,5236) + 3d_0(0,2742) - b_1 &= 0 \\ 2c_0 + 6d_1(0,5236) - 2c_1 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S'_1 &= S'_2 \\ S''_1 &= S''_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b_1 + 2c_1(-0,5236 + 1,0472) + 3d_1(-0,5236 + 1,0472)^2 \\
= b_2 + 2c_2(-0,5236 + 0,5236) + 3d_2(-0,5236 + 0,5236)^2 \\
2c_1 + 6d_1(-0,5236 + 1,0472) = 2c_2 + 6d_2(-0,5236 + 0,5236)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b_1 + 2c_1(0,5236) + 3d_1(0,2742) - b_2 &= 0 \\
2c_1 + 6d_1(0,5236) - 2c_2 &= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S'_2 &= S'_3 \\
S''_2 &= S''_3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b_2 + 2c_2(0 + 0,5236) + 3d_2(0 + 0,5236)^2 &= b_3 + 2c_3(0 - 0) + 3d_3(0 - 0)^2 \\
2c_2 + 6d_2(0 + 0,5236) &= 2c_3 + 6d_3(0 - 0)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b_2 + 2c_2(0,5236) + 3d_2(0,2742) - b_3 &= 0 \\
2c_2 + 6d_2(0,5236) - 2c_3 &= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S'_3 &= S'_4 \\
S''_3 &= S''_4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b_3 + 2c_3(0,5236 - 0) + 3d_3(0,5236 - 0)^2 \\
= b_4 + 2c_4(0,5236 - 0,5236) + 3d_4(0,5236 - 0,5236)^2 \\
2c_3 + 6d_3(0,5236 - 0) = 2c_4 + 6d_4(0,5236 - 0,5236)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b_3 + 2c_3(0,5236) + 3d_3(0,2742) - b_4 &= 0 \\
2c_3 + 6d_3(0,5236) - 2c_4 &= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S'_4 &= S'_5 \\
S''_4 &= S''_5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b_4 + 2c_4(1,0472 - 0,5236) + 3d_4(1,0472 - 0,5236)^2 \\
= b_5 + 2c_5(1,0472 - 1,0472) + 3d_5(1,0472 - 1,0472)^2 \\
2c_4 + 6d_4(1,0472 - 0,5236) = 2c_5 + 6d_5(1,0472 - 1,0472)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b_4 + 2c_4(0,5236) + 3d_4(0,2742) - b_5 &= 0 \\
2c_4 + 6d_4(0,5236) - 2c_5 &= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S'_5 &= S'_6 \\
S''_5 &= S''_6
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b_5 + 2c_5(1,5708 - 1,0472) + 3d_5(1,5708 - 1,0472)^2 \\
= b_6 + 2c_6(1,5708 - 1,5708) + 3d_6(1,5708 - 1,5708)^2
\end{aligned}$$

$$2c_5 + 6d_5(1,5708 - 1,0472) = 2c_6 + 6d_6(1,5708 - 1,5708)$$

$$b_5 + 2c_5(0,5236) + 3d_5(0,2742) - b_6 = 0$$

$$2c_5 + 6d_5(0,5236) - 2c_6 = 0$$

$$S'_6 = S'_7$$

$$S''_6 = S''_7$$

$$b_6 + 2c_6(2,0944 - 1,5708) + 3d_6(2,0944 - 1,5708)^2$$

$$= b_7 + 2c_7(2,0944 - 2,0944) + 3d_7(2,0944 - 2,0944)^2$$

$$2c_6 + 6d_6(2,0944 - 1,5708) = 2c_7 + 6d_7(2,0944 - 2,0944)$$

$$b_6 + 2c_6(0,5236) + 3d_6(0,2742) - b_7 = 0$$

$$2c_6 + 6d_6(0,5236) - 2c_7 = 0$$

$$S'_7 = S'_8$$

$$S''_7 = S''_8$$

$$b_7 + 2c_7(2,618 - 2,0944) + 3d_7(2,618 - 2,0944)^2$$

$$= b_8 + 2c_8(2,618 - 2,6180) + 3d_8(2,618 - 2,6180)^2$$

$$2c_7 + 6d_7(2,618 - 2,0944) = 2c_8 + 6d_8(2,618 - 2,6180)$$

$$b_7 + 2c_7(0,5236) + 3d_7(0,2742) - b_8 = 0$$

$$2c_7 + 6d_7(0,5236) - 2c_8 = 0$$

Задамо поведінку сплайнів у початковій та кінцевій точках

№	X	Y
0	-1,5708	0
1	-1,0472	0,5483
2	-0,5236	0,2374
3	0	0
4	0,5236	0,2374
5	1,0472	0,5483
6	1,5708	0
7	2,0944	-2,1932
8	2,618	-5,9356
9	3,1416	-9,8696

$$S''_0 = 0$$

$$2c_0 + 6d_1(-1,5708 + 1,5708) = 0$$

$$c_0 = 0$$

$$S''_8 = 0$$

$$2c_8 + 6d_8(3,1416 - 2,6180) = 0$$

$$2c_8 + d_8(3,1416) = 0$$

Отримуємо такі рівняння:

$$\begin{aligned}a_0 &= 0 \\a_1 &= 0,5483 \\a_2 &= 0,2374 \\a_3 &= 0 \\a_4 &= 0,2374 \\a_5 &= 0,5483 \\a_6 &= 0 \\a_7 &= -2,1932 \\a_8 &= -5,9356 \\c_0 &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}b_0(0,5236) + d_0(0,1435) &= 0,5483 \\b_1(0,5236) + c_1(0,2742) + d_1(0,1435) &= -0,3109 \\b_2(0,5236) + c_2(0,2742) + d_2(0,1435) &= -0,2374 \\b_3(0,5236) + c_3(0,2742) + d_3(0,1435) &= 0,2374 \\b_4(0,5236) + c_4(0,2742) + d_4(0,1435) &= 0,2374 \\b_5(0,5236) + c_5(0,2742) + d_5(0,1435) &= -0,5483 \\b_6(0,5236) + c_6(0,2742) + d_6(0,1435) &= -2,1932 \\b_7(0,5236) + c_7(0,2742) + d_7(0,1435) &= -3,7424 \\b_8(0,5236) + c_8(0,2742) + d_8(0,1435) &= -3,934 \\b_0 + d_0(0,8226) - b_1 &= 0 \\d_0(3,1416) - 2c_1 &= 0 \\b_1 + c_1(1,0472) + d_1(0,8226) - b_2 &= 0 \\2c_1 + d_1(3,1416) - 2c_2 &= 0 \\b_2 + c_2(1,0472) + d_2(0,8226) - b_3 &= 0 \\2c_2 + d_2(3,1416) - 2c_3 &= 0 \\b_3 + c_3(1,0472) + d_3(0,8226) - b_4 &= 0 \\2c_3 + d_3(3,1416) - 2c_4 &= 0 \\b_4 + c_4(1,0472) + d_4(0,8226) - b_5 &= 0 \\2c_4 + d_4(3,1416) - 2c_5 &= 0 \\b_5 + c_5(1,0472) + d_5(0,8226) - b_6 &= 0 \\2c_5 + d_5(3,1416) - 2c_6 &= 0 \\b_6 + c_6(1,0472) + d_6(0,8226) - b_7 &= 0 \\2c_6 + d_6(3,1416) - 2c_7 &= 0 \\b_7 + c_7(1,0472) + d_7(0,8226) - b_8 &= 0 \\2c_7 + d_7(3,1416) - 2c_8 &= 0 \\2c_8 + d_8(3,1416) &= 0\end{aligned}$$

Коефіцієнти СЛАР:

№	b0	d0	b1	c1	d1	b2	c2	d2	b3	c3	d3	b4	c4	d4	b5	c5	d5	b6	c6	d6	b7	c7	d7	b8	c8	d8	
1	0.5236	0.1435	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.5483
2	0	0	0.5236	0.2742	0.1435	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0.3109
3	0	0	0	0	0	0	0.5236	0.2742	0.1435	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0.2374
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.5236	0.2742	0.1435	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.2374
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.5236	0.2742	0.1435	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.2374
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.5236	0.2742	0.1435	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0.5483
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.5236	0.2742	0.1435	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.5236	0.2742	0.1435	0	0	0	-3.7424
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.5236	0.2742	0.1435	-3.934
10	1	0.8226	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	3.1416	0	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	1	1.0472	0.8226	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	2	3.1416	0	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	1	1.0472	0.8226	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	2	3.1416	0	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1.0472	0.8226	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	3.1416	0	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1.0472	0.8226	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	3.1416	0	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1.0472	0.8226	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	3.1416	0	-2	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1.0472	0.8226	-1	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	3.1416	0	-2	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1.0472	0.8226	-1	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	3.1416	0	-2	0	0	0
26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	3.1416	0	0

Рахуємо методом оберненої матриці

2.4211	-0.6481	0.1735	-0.0464	0.0124	-0.0033	0.0019	-0.0002	0.0000	-0.2677	-0.0405	0.0717	0.0108	-0.0192	-0.0029	0.0051	0.0008	-0.0014	-0.0002	0.0004	0.0001	-0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-1.8655	2.3649	-0.6331	0.1695	-0.0454	0.0121	-0.0032	0.0009	-0.0002	0.9768	0.1478	-0.2615	-0.0396	0.0700	0.0106	-0.0187	-0.0028	0.0050	0.0008	-0.0013	-0.0002	0.0004	0.0001	-0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
0.8866	1.2972	-0.3473	0.0930	0.0249	0.0067	-0.0011	0.0005	-0.0001	-0.4642	0.0811	-0.1434	-0.0217	0.0384	0.0058	-0.0103	-0.0016	0.0028	0.0004	-0.0007	-0.0001	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
-2.9303	3.7148	-0.9944	0.2662	-0.0713	0.0191	-0.0051	0.0013	-0.0003	1.5343	-0.2679	-0.4107	-0.0621	0.1100	0.0166	-0.0294	-0.0045	0.0079	0.0012	-0.0021	-0.0003	0.0006	0.0001	-0.0001	0.0000	0.0000	
2.3644	-4.8629	3.1673	-0.8479	0.2270	-0.0608	0.0162	-0.0043	0.0009	-1.2380	0.2162	1.3082	0.1979	-0.3502	-0.0530	0.0937	0.0142	-0.0251	-0.0038	0.0067	0.0010	-0.0018	-0.0003	0.0004	0.0001	0.0000	
-0.2371	1.1871	1.2168	-0.3257	0.0872	-0.0233	0.0062	-0.0016	0.0003	0.1241	-0.0217	-0.4974	0.0760	-0.1345	-0.0204	0.0360	0.0054	-0.0096	-0.0015	0.0026	0.0004	-0.0007	-0.0001	0.0002	0.0000	0.0000	
0.7837	-3.9238	3.9807	-1.0656	0.2853	-0.0764	0.0204	-0.0054	0.0011	-0.4104	0.0716	1.6442	-0.2513	-0.4401	-0.0666	0.1178	0.0178	-0.0315	-0.0048	0.0084	0.0013	-0.0022	-0.0003	0.0006	0.0001	0.0000	
-0.6324	3.1661	-5.0775	3.2247	-0.8633	0.2311	-0.0618	0.0162	-0.0032	0.3311	-0.0578	-1.3267	0.2028	1.3319	0.2015	-0.3566	-0.0539	0.0954	0.0144	-0.0255	-0.0039	0.0068	0.0010	-0.0017	-0.0003	0.0001	
0.0634	-0.3175	1.2087	1.2110	-0.3242	0.0868	-0.0232	0.0061	-0.0012	-0.0332	0.0058	0.1330	-0.0203	-0.4998	0.0757	-0.1339	-0.0203	0.0358	0.0054	-0.0096	-0.0015	0.0026	0.0004	-0.0006	-0.0001	0.0001	
-0.2096	1.0494	-3.9950	3.9998	-1.0707	0.2866	-0.0766	0.0201	-0.0040	0.1097	-0.0192	-0.4397	0.0672	1.6520	-0.2501	-0.4422	-0.0669	0.1184	0.0179	-0.0317	-0.0048	0.0084	0.0013	-0.0021	-0.0004	0.0002	
0.1691	-0.8468	3.2235	-5.0929	3.2288	-0.8643	0.2311	-0.0608	0.0121	-0.0886	0.0155	0.3548	-0.0542	-1.3330	0.2018	1.3336	0.2017	-0.3570	-0.0540	0.0955	0.0145	-0.0255	-0.0039	0.0064	0.0011	-0.0006	
-0.0170	0.0849	-0.3233	1.2102	1.2106	-0.3240	0.0866	-0.0228	0.0046	0.0089	-0.0016	-0.0356	0.0054	0.1337	-0.0202	-0.5000	0.0756	-0.1338	-0.0202	0.0358	0.0054	-0.0095	-0.0015	0.0024	0.0004	-0.0002	
0.0561	-0.2807	1.0684	-4.0001	4.0011	-1.0710	0.2863	-0.0753	0.0150	-0.0294	0.0051	0.1176	-0.0180	-0.4418	0.0669	1.6526	-0.2500	-0.4424	-0.0669	0.1184	0.0179	-0.0315	-0.0048	0.0079	0.0014	-0.0007	
-0.0452	0.2265	-0.8621	3.2276	-5.0939	3.2288	-0.8633	0.2270	-0.0454	0.0237	-0.0041	-0.0949	0.0145	0.3565	-0.0540	-1.3334	0.2017	1.3337	0.2018	-0.3569	-0.0540	0.0951	0.0145	-0.0238	-0.0041	0.0021	
0.0045	-0.0227	0.0865	-0.3237	1.2103	1.2104	-0.3236	0.0851	-0.0170	-0.0024	0.0004	0.0095	-0.0015	-0.0358	0.0054	0.1337	-0.0202	-0.5000	0.0756	-0.1338	-0.0203	0.0356	0.0054	-0.0089	-0.0016	0.0008	
-0.0150	0.0751	-0.2857	1.0698	-4.0003	4.0009	-1.0697	0.2812	-0.0562	0.0078	-0.0014	-0.0315	0.0048	0.1182	-0.0179	-0.4420	0.0669	1.6526	-0.2500	-0.4422	-0.0669	0.1178	0.0180	-0.0294	-0.0051	0.0026	
0.0121	-0.0606	0.2305	-0.8631	3.2276	-5.0929	3.2247	-0.8479	0.1695	-0.0063	0.0011	0.0254	-0.0039	-0.0953	0.0144	0.3566	-0.0539	-1.3334	0.2017	1.3333	0.2018	-0.3552	-0.0543	0.0887	0.0155	-0.0077	
-0.0012	0.0061	-0.0231	0.0866	-0.3238	1.2108	1.2089	-0.3179	0.0635	0.0006	-0.0001	-0.0025	0.0004	0.0096	-0.0014	-0.0358	0.0054	0.1338	-0.0202	-0.5002	0.0757	-0.1332	-0.0204	0.0333	0.0058	-0.0029	
0.0040	-0.0201	0.0764	-0.2860	1.0695	-3.9990	3.9958	-1.0506	0.2100	-0.0021	0.0004	0.0084	-0.0013	-0.0316	0.0048	0.1182	-0.0179	-0.4418	0.0668	1.6520	-0.2499	-0.4401	-0.0673	0.1100	0.0192	-0.0096	
-0.0032	0.0162	-0.0616	0.2305	-0.8621	3.2235	-5.0775	3.1673	-0.6331	0.0017	-0.0003	-0.0068	0.0010	0.0255	-0.0039	-0.0952	0.0144	0.3561	-0.0539	-1.3317	0.2014	1.3269	0.2028	-0.3315	-0.0579	0.0289	
0.0003	-0.0016	0.0062	-0.0233	0.0870	-0.3254	1.2165	1.1874	-0.2375	-0.0002	0.0000	0.0007	-0.0001	0.0026	0.0004	0.0096	-0.0015	-0.0359	0.0054	0.1344	-0.0203	-0.5026	0.0760	-0.1243	-0.0217	0.0108	
-0.0011	0.0053	-0.0203	0.0761	-0.2847	1.0644	-3.9800	3.9246	-0.7845	0.0006	-0.0001	-0.0022	0.0003	0.0084	-0.0013	-0.0315	0.0048	0.1176	-0.0178	-0.4397	0.0665	1.6442	-0.2487	-0.4107	-0.0717	0.0358	
0.0008	-0.0042	0.0162	-0.0606	0.2265	-0.8468	3.1661	-4.8629	2.3649	-0.0004	0.0001	0.0018	-0.0003	-0.0067	0.0010	0.0250	-0.0038	-0.0936	0.0142	0.3498	-0.0529	-1.3079	0.1979	1.2383	0.2162	-0.1080	
-0.0001	0.0005	-0.0018	0.0066	-0.0248	0.0928	-0.3469	1.2970	0.8866	0.0000	0.0000	-0.0002	0.0000	0.0007	-0.0001	-0.0027	0.0004	0.0102	-0.0016	-0.0383	0.0058	0.1433	-0.0217	-0.5358	0.0811	-0.0405	
0.0003	-0.0013	0.0051	-0.0190	0.0710	-0.2657	0.9933	-3.7144	2.9303	-0.0001	0.0000	0.0006	-0.0001	-0.0021	0.0003	0.0078	-0.0112	-0.0294	0.0044	0.1097	-0.0166	-0.4104	0.0621	1.5343	-0.2321	-0.1338	
-0.0002	0.0008	-0.0032	0.0121	-0.0452	0.1691	-0.0623	0.0034	-1.8655	0.0001	0.0000	-0.0004	0.0001	0.0013	-0.0002	-0.0050	0.0008	0.0187	-0.0028	0.0699	0.0106	0.2612	-0.0395	-0.9768	0.1478	0.4035	

Множимо матрицю на колонку вільних коефіцієнтів.

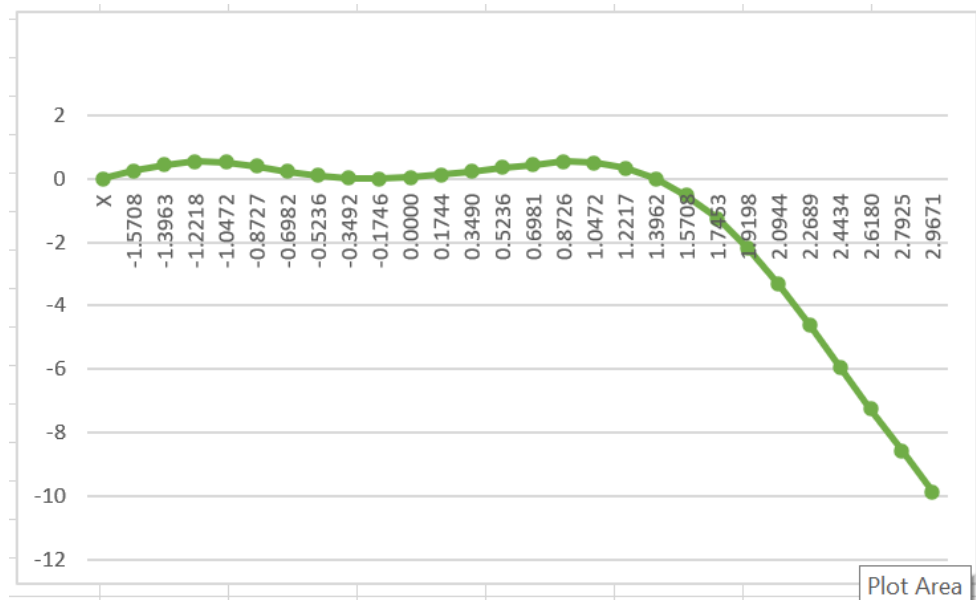
Отримали значення коефіцієнтів.

b0	1,480307
d0	-1,58041
b1	0,180263
c1	-2,4825
d1	1,919281
b2	-0,84061
c2	0,532303
d2	0,395738
b3	0,042347
c3	1,153927
d3	-0,70508
b4	0,670737
c4	0,046381
d4	-0,88164
b5	-0,00593
c5	-1,3385
d5	-1,24165
b6	-2,42899
c6	-3,28889
d6	-0,13634
b7	-5,98527
c7	-3,50305
d7	2,453145
b8	-7,63571
c8	0,350348
d8	-0,22304

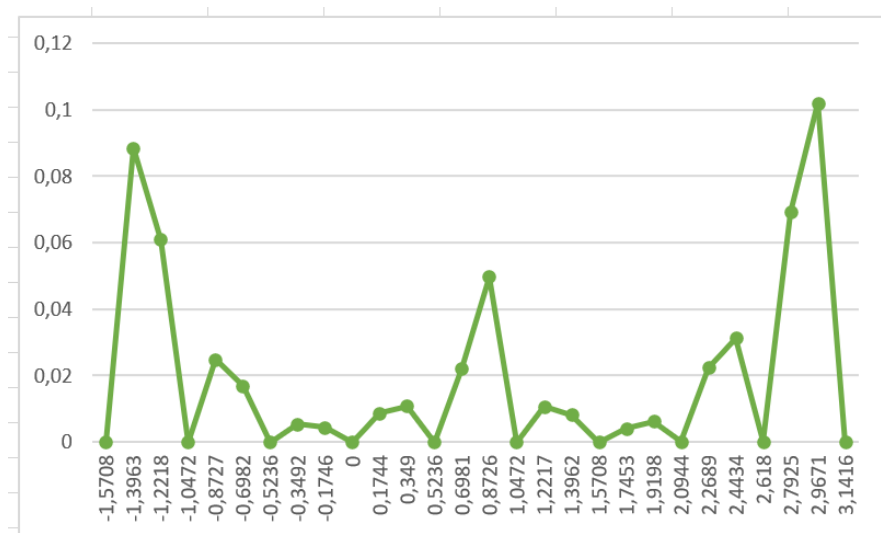
a0	0	a1	0,5483	a2	0,2374	a3	0	a4	0,2374	a5	0,5483	a6	0	a7	-2,1932	a8	-5,9356
b0	1,480307	b1	0,180263	b2	-0,84061	b3	0,042347	b4	0,670737	b5	-0,00593	b6	-2,42899	b7	-5,98527	b8	-7,63571
c0	0	c1	-2,4825	c2	0,532303	c3	1,153927	c4	0,046381	c5	-1,3385	c6	-3,28889	c7	-3,50305	c8	0,350348
d0	-1,58041	d1	1,919281	d2	0,395738	d3	-0,70508	d4	-0,88164	d5	-1,24165	d6	-0,13634	d7	2,453145	d8	-0,22304

Побудуємо графік сплайнів

X	Y
-1,5708	0,0000
-1,3963	0,2499
-1,2218	0,4494
-1,0472	0,5483
-0,8727	0,5144
-0,6982	0,3904
-0,5236	0,2374
-0,3492	0,1091
-0,1746	0,0257
0,0000	0,0000
0,1744	0,0387
0,3490	0,1254
0,5236	0,2374
0,6981	0,3512
0,8726	0,4397
1,0472	0,5483
1,2217	0,4999
1,3962	0,3304
1,5708	0,0000
1,7453	-0,5247
1,9198	-1,2541
2,0944	-2,1932
2,2689	-3,3313
2,4434	-4,6045
2,6180	-5,9356
2,7925	-7,2585
2,9671	-8,5680
3,1416	-9,8696



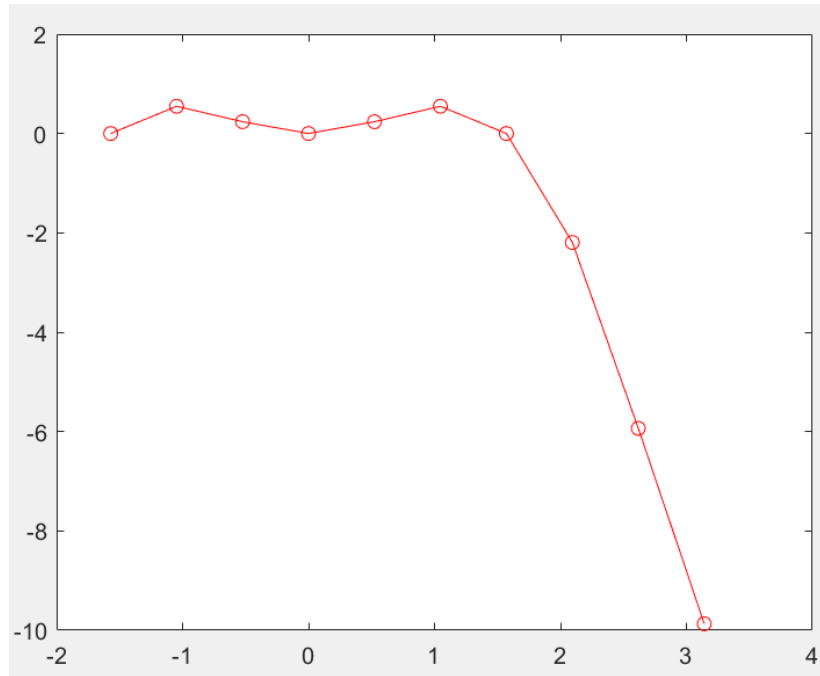
Графік похибки



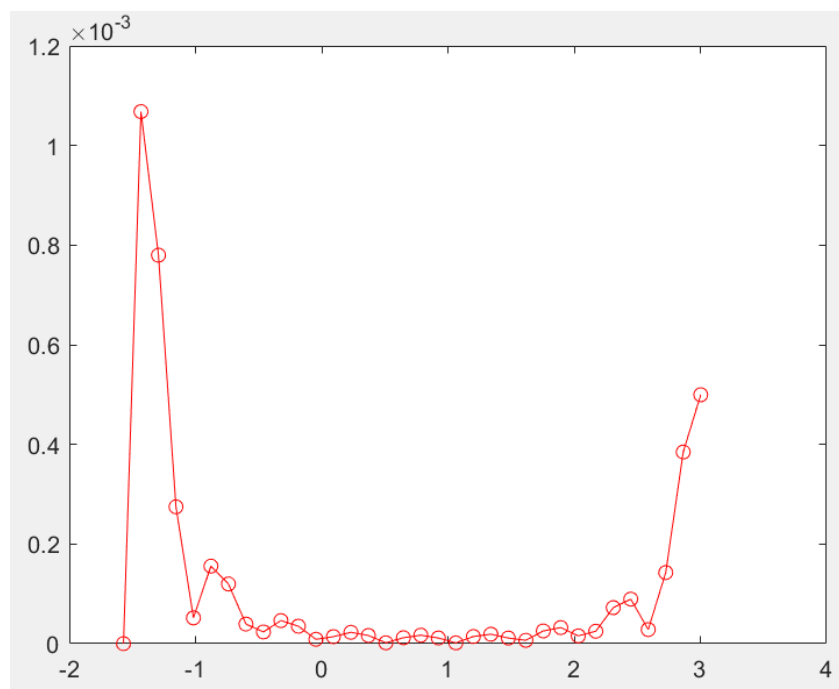
Інтерполяційний поліном у формі Ньютона (Пораховано програматично)

```

NEWTON POLINOM:
+ 1.51085e-16 + 1.0472(x - -1.5708) + -1.56699(x - -1.5708)(x - -1.0472) + 1.08287(x - -1.5708)(x - -1.0472)(x - -0.523599) + -0.294514(x - -1.5708)(x - -1.0472)(x - -0.523599)(
x - -2.22045e-16) + -0.0574944(x - -1.5708)(x - -1.0472)(x - -0.523599)(x - -2.22045e-16)(x - 0.523599) + 0.036602(x - -1.5708)(x - -1.0472)(x - -0.523599)(x - -2.22045e-16)(x -
0.523599)(x - 1.0472) + -0.00250785(x - -1.5708)(x - -1.0472)(x - -0.523599)(x - -2.22045e-16)(x - 0.523599)(x - 1.0472)(x - 1.5708) + -0.000938995(x - -1.5708)(x - -1.0472)(x -
-0.523599)(x - -2.22045e-16)(x - 0.523599)(x - 1.0472)(x - 1.5708)(x - 2.0944) + 0.00014293(x - -1.5708)(x - -1.0472)(x - -0.523599)(x - -2.22045e-16)(x - 0.523599)(x - 1.0472)(x
- 1.5708)(x - 2.0944)(x - 2.61799)
    
```



Похибка



Код програми

```
#include <iostream>
#include <cmath>
#include <vector>
#include <string>
#include <iomanip>
#define PI 3.14159265358979323846
using namespace std;

vector<double> knots(double start, double end, int amount) {
    vector<double> knots;
    double step = (end - start) / (amount - 1);
    for (double i = start; i <= end; i += step)
    {
        knots.push_back(i);
    }
    return knots;
}

vector<double> values(vector<double> knots) {
    vector<double> values;
    for (int i = 0; i < knots.size(); i++)
    {
        double y = pow(knots[i], 2) * cos(knots[i]);
        //double y = knots[i] * sqrt(knots[i]);
        values.push_back(y);
    }
    return values;
}

vector<double> Newton(vector<double> knots, vector<double> values) {

    vector<double> a;
    a.push_back(values[0]);
    for (int i = 1; i < knots.size(); i++)
    {
        double werh = (values[i] - a[0]);
        for (int j = 1; j < i; j++)
        {
            double n = 1;
            for (int k = 0; k < j; k++)
            {
                n *= knots[i] - knots[k];
            }
            werh -= a[j] * n;
        }
        double nis = 1;
        for (int j = 0; j < i; j++)
        {
            nis *= (knots[i] - knots[j]);
        }
        a.push_back(werh / nis);
    }

    for (int i = 0; i < knots.size(); i++)
    {
        cout << " + " << a[i];
        double n = 1;
        for (int j = 0; j < i; j++)
        {
```

```

        cout << "(" << "x" << " - " << knots[j] << ")";
    }
}
cout << endl;

return a;
}

vector<double> valuesNewton(vector<double> knots, vector<double> a, vector<double> X) {
    vector<double> values;

    for (auto x : X) {
        double N = 0;
        for (int i = 0; i < knots.size(); i++)
        {
            double n = 1;
            for (int j = 0; j < i; j++)
            {
                n *= x - knots[j];
            }
            N += a[i] * n;
        }
        values.push_back(N);
    }
    return values;
}

int main()
{
    int n = 10;    // с какой точностью выводить число

    vector<double> knot = knots(-PI/2, PI, 10);
    vector<double> value = values(knot);

    cout << "\nKNOTS:\t\tVALUES:\n";
    for (int i = 0; i < knot.size(); i++)
    {
        cout << fixed << setprecision(n) << knot[i] << "\t\t";
        cout << fixed << setprecision(n) << value[i] << "\n";
    }

    // Інтерполяційний поліном у формі Ньютона
    cout << "\nNEWTON POLINOM:\n";
    vector<double> NewtonPolinom = Newton(knot, value);

    vector<double> X = knot;
    vector<double> Y = valuesNewton(knot, NewtonPolinom, X);
    cout << "\n X:\t\t Y:\n";
    for (int i = 0; i < X.size(); i++)
    {
        cout << X[i] << "\t\t";
        cout << Y[i] << "\n";
    }

    // Значення похибки інтерполяційного поліному у формі Ньютона
    X = knots(-PI / 2, PI, 35);
    cout << "\n\nNEWTON ПОХИБКА:\n";
    cout << " values\t\t\t epsilon\n";
    vector<double> f = values(X);

```

```

vector<double> newton = valuesNewton(knot, NewtonPolinom, X);
for (int i = 0; i < X.size(); i++)
{
    double E = abs(newton[i]-f[i]);
    cout << X[i] << "\t\t";
    cout << E << "\n";
}

return 0;
}

```

Microsoft Visual Studio Debug Console

```

KNOTS:      VALUES:
-1.5707963268      0.0000000000
-1.0471975512      0.5483113556
-0.5235987756      0.2374257816
-0.0000000000      0.0000000000
0.5235987756      0.2374257816
1.0471975512      0.5483113556
1.5707963268      0.0000000000
2.0943951024      -2.1932454225
2.6179938780      -5.9356445393
3.1415926536      -9.8696044011

NEWTON POLINOM:
+ 0.0000000000 + 1.0471975512*(x - -1.5707963268) + -1.5669872981*(x - -1.5707963268)*(x - -1.0471975512) + 1.0828659740*(x - -1.5707963268)*(x - -1.0471975512)*(x - -0.5235987756) + -0.2945136545*(x - -1.5707963268)*(x - -1.0471975512)*(x - -0.5235987756)*(x - -0.0000000000) + -0.0574943558*(x - -1.5707963268)*(x - -1.0471975512)*(x - -0.5235987756)*(x - -0.0000000000)*(x - -0.5235987756) + 0.0366020437*(x - -1.5707963268)*(x - -1.0471975512)*(x - -0.5235987756)*(x - -0.0000000000)*(x - 0.5235987756)*(x - 1.0471975512) + -0.0025078518*(x - -1.5707963268)*(x - -1.0471975512)*(x - -0.5235987756)*(x - -0.0000000000)*(x - 0.5235987756)*(x - 1.0471975512)*(x - 1.5707963268) + -0.0009389952*(x - -1.5707963268)*(x - -1.0471975512)*(x - -0.5235987756)*(x - -0.0000000000)*(x - 0.5235987756)*(x - 1.0471975512)*(x - 1.5707963268)*(x - 2.0943951024) + 0.0001429304*(x - -1.5707963268)*(x - -1.0471975512)*(x - -0.5235987756)*(x - -0.0000000000)*(x - 0.5235987756)*(x - 1.0471975512)*(x - 1.5707963268)*(x - 2.0943951024)*(x - 2.6179938780)

X:      Y:
-1.5707963268      0.0000000000
-1.0471975512      0.5483113556
-0.5235987756      0.2374257816
-0.0000000000      -0.0000000000
0.5235987756      0.2374257816
1.0471975512      0.5483113556
1.5707963268      0.0000000000
2.0943951024      -2.1932454225
2.6179938780      -5.9356445393
3.1415926536      -9.8696044011

NEWTON POHIBKA:
values      epsilon
-1.5707963268      0.0000000000
-1.4321966509      0.0010680450
-1.2935969750      0.0007798088
-1.1549972991      0.0002747057
-1.0163976232      0.0000517442
-0.8777979473      0.0001557030
-0.7391982714      0.0001198851
-0.6005985955      0.0000394030
-0.4619989196      0.0000235210
-0.3233992438      0.0000463234
-0.1847995679      0.0000350733
-0.0461998920      0.0000087275
0.0923997839      0.0000140846
0.2309994598      0.0000227166
0.3695991357      0.0000163885
0.5081988116      0.0000017313
0.6467984875      0.0000118701
0.7853981634      0.0000169991
0.9239978393      0.0000113513
1.0625975152      0.0000015832
1.2011971911      0.0000143288
1.3397968670      0.0000189867
1.4783965429      0.0000112507
1.6169962188      0.0000066607
1.7555958947      0.0000255648
1.8941955705      0.0000322335
2.0327952464      0.0000156164
2.1713949223      0.0000249468
2.3099945982      0.0000723304
2.4485942741      0.0000804524
2.5871939500      0.0000282830
2.7257936259      0.0001427209
2.8643933018      0.0003846813
3.0029929777      0.0004996679

```