

Act 6: Determinantes de Matrices

Observaciones entre los dos métodos

El método de Pivote se utiliza en matrices de cualquier tamaño. Su procedimiento consiste en descomponer el determinante en términos de determinantes menores, todo esto tomando en cuenta las leyes de los signos.

El método de la lluvia o La regla de Sarrus, consiste en agregar a la matriz las dos primeras columnas de dicha matriz su derecha, luego se suman los productos de las diagonales descendientes y se restan los productos de las diagonales ascendentes.

Resolver una matriz 4x4 usando el método de la lluvia

Es posible resolver una matriz 4x4 utilizando este método, pero se agregarán más pasos, volviendo el procedimiento un poco complejo, parecido al método del pivote haciendo uso de la ley de signos.

Pasos para resolver una matriz 4x4 por el método de la lluvia:

- 1- A la derecha de la matriz original se copian las tres primeras columnas, luego se multiplican las diagonales teniendo en cuenta la ley de signos, comenzando con el signo de "+" después con el signo de "-" y así sucesivamente:

Método de la lluvia (matriz 4x4)

$$B = \begin{bmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ m & n & o & p \end{bmatrix} \begin{matrix} + & - & + & - \\ + & - & + & - \\ + & - & + & - \\ + & - & + & - \end{matrix}$$

$\det(A_1) = [afkp - bgln + chin - dejo] - [-dgjm + ahkn - belo + cfip]$

$\det(A_1) = afkp - bgln + chin - dejo + dgjm - ahkm + belo - cfip$

- 2- A partir de la matriz original se permutan la segunda columna por la tercera columna, creando una nueva matriz, de nuevo se copiaran las primeras tres columnas de la matriz a su derecha. Se realiza el mismo procedimiento del primer paso pero ahora la ley de signos comenzara por el signo "-" después el "+" y así sucesivamente:

$$B = \begin{bmatrix} a & c & b & d \\ e & g & f & h \\ i & k & j & l \\ m & o & n & p \end{bmatrix}$$

$$\det(A_2) = [agjp + cfim - bhio + dekn] - [dfkm - ahjo + celn - bgip]$$

$$\det(A_2) = -agjp + cfim - bhio + dekn - dfkm + ahjo - celn + bgip$$

- 3- De la matriz obtenida en el paso 2, se permutan la tercera columna con la cuarta columna, creando ahora otra nueva matriz, y se realiza el mismo procedimiento realizado en el primer paso, aplicando la misma ley de signos que se llevo a cabo en el primer paso, primero el signo de "+" después el de "-" sucesivamente:

$$B = \begin{bmatrix} a & c & d & b \\ e & g & h & f \\ i & k & j & l \\ m & o & p & n \end{bmatrix}$$

$$\det(A_3) = [agln - chjm + dfio - bekp] - [-bhkm + aflo - cejp + dgin]$$

$$\det(A_3) = agln - chjm + dfio - bekp + bhkm - aflo + cejp - dgin$$

- 4- El resultado (la determinante), será la suma de las tres determinantes de las matrices de los pasos anteriores:

$$\det(A) = \det(A_1) + \det(A_2) + \det(A_3)$$

$$\begin{aligned} \det(A) = & afkp - ahkm - agjp + ahjo + agln - aflo \\ & - bglm + belo - bhio + bgip - bekp + bhkm \\ & + chin - cfip + cflm - celh - chjm + cejp \\ & - dejo + dgjm + dekn - dfkm + dfio - dgin \end{aligned}$$