

1. произведение комплексных чисел $z_1 \cdot z_2$, если $z_1=3+2i$, $z_2=-4-5i$

$$(3 + 2i) \cdot (-4 - 5i) = -3 \cdot 4 - 3 \cdot 5i - 2 \cdot 4i - 2 \cdot 5i^2 = -12 - 15i - 8i + 10 = -2 - 23i$$

2. частное комплексных чисел z_1/z_2 , если $z_1=3+2i$, $z_2=-4-5i$

$$\frac{3 + 2i}{-4 - 5i} = \frac{(3 + 2i)(-4 + 5i)}{(-4 - 5i)(-4 + 5i)} = \frac{-3 \cdot 4 + 3 \cdot 5i - 2 \cdot 4i + 2 \cdot 5i^2}{4 \cdot 4 + 5 \cdot 5} = \frac{-12 + 15i - 8i - 10}{16 + 25} = \frac{-22 + 7i}{41} = \frac{-22}{41} + \frac{7}{41}i$$

3. Найдите сумму комплексных чисел $z_1=3+2i$, $z_2=-4-5i$

$$3 + 2i + (-4 - 5i) = (3 - 4) + (2 - 5)i = -1 - 3i$$

4. Найдите разность комплексных чисел $z_1=3+2i$, $z_2=-4-5i$

$$3 + 2i - (-4 - 5i) = (3 + 4) + (2 + 5)i = 7 + 7i$$

5. Найдите произведение комплексных чисел $z_1 \cdot z_2$, если $z_1=-1+3i$, $z_2=2-i$

$$(-1 + 3i) \cdot (2 - i) = -1 \cdot 2 + 1 \cdot i + 3 \cdot 2i - 3 \cdot i^2 = -2 + i + 6i + 3 = 1 + 7i$$

6. Найдите частное комплексных чисел z_1/z_2 , если $z_1=-1+3i$, $z_2=2-i$

$$\frac{-1 + 3i}{2 - i} = \frac{(-1 + 3i)(2 + i)}{(2 - i)(2 + i)} = \frac{-1 \cdot 2 - 1 \cdot i + 3 \cdot 2i + 3 \cdot i^2}{2 \cdot 2 + 1 \cdot 1} = \frac{-2 - i + 6i - 3}{4 + 1} = \frac{-5 + 5i}{5} = -1 + i$$

7. Найдите сумму комплексных чисел $z_1=-1+3i$, $z_2=2-i$

$$-1 + 3i + 2 - i = (-1 + 2) + (3 - 1)i = 1 + 2i$$

8. Найдите разность комплексных чисел $z_1=-1+3i$, $z_2=2-i$

$$-1 + 3i - (2 - i) = (-1 - 2) + (3 + 1)i = -3 + 4i$$

9. Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x^2 - 5x + 6}{3x^2 - 9x} \right)$

Вынесем общие сомножители:

$$\frac{x-3}{x-3} \cdot \frac{x-2}{3 \cdot x} \cdot \frac{x-2}{3 \cdot x} \\ \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-2}{3 \cdot x} \cdot \frac{3-2}{3 \cdot 3} \cdot \frac{1}{9}$$

Ответ:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{3x^2 - 9x} = \frac{1}{9}$$

10. Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x^2 - 9}{x^2 - 3x} \right)$

Вынесем общие сомножители:

$$\frac{x-3}{x-3} \cdot \frac{x+3}{x} \cdot \frac{x+3}{x} \\ \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+3}{x} \cdot \frac{3+3}{3} \cdot \frac{6}{3} = 2$$

Ответ:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 3x} = 2$$

11. Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^3 + x^2 - x - 1} \right)^n$

Вынесем общие сомножители:

$$\frac{(x-1)^2}{x-1} \cdot \frac{x+1}{(x+1)^2} = (x-1) \cdot \frac{x+1}{(x+1)^2} \\ \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x+1} \cdot \frac{1-1}{1+1} \cdot \frac{0}{2} = 0$$

Ответ:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^3 + x^2 - x - 1} = 0$$

12. Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{x^2 - 2x - 8}{5x^2 - 20x} \right)$

Вынесем общие сомножители:

$$\frac{x-4}{x-4} \cdot \frac{x+2}{5 \cdot x} \cdot \frac{x+2}{5 \cdot x} \\ \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x+2}{5 \cdot x} \cdot \frac{4+2}{5 \cdot 4} \cdot \frac{6}{20} \cdot \frac{3}{10}$$

Ответ:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 2x - 8}{5x^2 - 20x} = \frac{3}{10}$$

13. Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{x+4}}{x} \right)$

В точке $x=0$ функция терпит разрыв. Исследуем функцию в окрестности этой точки.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4}}{x} = \frac{\sqrt{0+4}}{0} = 2 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \\ 2 \cdot \lim_{x \rightarrow -\delta} \frac{1}{x} = 2 \cdot \lim_{x \rightarrow 0-\delta} \frac{1}{x} = 2 \cdot \lim_{\delta \rightarrow 0} \left(-\frac{1}{\delta} \right) = -\infty \\ 2 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = \infty \\ 2 \cdot \lim_{x \rightarrow \delta} \frac{1}{x} = 2 \cdot \lim_{x \rightarrow 0+\delta} \frac{1}{x} = 2 \cdot \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{1}{\delta} = \infty \\ 2 \cdot \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = \infty$$

Ответ:

В этой точке функция не имеет предела. Следовательно, $x=0$ точка разрыва II рода.

14. Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3 + 2x^2 + 3x + 4}{4x^3 + 3x^2 + 2x + 1} \right)$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x^2 + 3x + 4}{4x^3 + 3x^2 + 2x + 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{x^3} \cdot \frac{1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2} + \frac{4}{x^3}}{4 + \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x^3}} \cdot \frac{1}{4}$$

Ответ:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x^2 + 3x + 4}{4x^3 + 3x^2 + 2x + 1} = \frac{1}{4}$$

15. Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^4 + 3x^2 + 5x - 6}{x^3 + 3x^2 + 7x - 1} \right)$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4}{x^3} \cdot \frac{2 + \frac{3}{x^2} + \frac{5}{x^3} - \frac{6}{x^4}}{1 + \frac{3}{x} + \frac{7}{x^2} - \frac{1}{x^3}} = \lim_{x \rightarrow \infty} x = \infty$$

Ответ:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 + 3x^2 + 5x - 6}{x^3 + 3x^2 + 7x - 1} = \infty$$

16. Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{\frac{5}{x}}$

Используя свойства второго замечательного предела:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{a}{x} \right)^{b \cdot x} = e^{a \cdot b}$$

Получаем:

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2 \cdot x)^{\frac{5}{x}} = \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2 \cdot x)^{\frac{5}{x}} \\ \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2 \cdot x)^{\frac{5}{x}} = e^{10}$$

Ответ:

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2 \cdot x)^{\frac{5}{x}} = e^{10}$$

17. Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^{5x}$

Находим предел:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x}$$

Поскольку $1/\infty=0$:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x} = 0$$

Таким образом:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x} = 0$$

Тогда:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^{5x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x = \infty$$

Ответ:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^{5x} = \infty$$

18. Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{3x}\right)^{5x+1}$

Здесь предел вида: $\infty^\infty = \infty$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{3x}\right)^{5x+1} = \infty$$

Ответ:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{3x}\right)^{5x+1} = \infty$$

19. Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 5x}{0.5x}\right)$

В силу свойств первого замечательного предела, исходное выражение можно

упростить:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sin(5x) = \lim_{x \rightarrow 0} 5x$$

Тогда исходный предел можно представить в виде:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(5x)}{0.5x} = 10.00000000000000$$

Ответ:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(5x)}{0.5x} = 10.00000000000000$$

20. Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x^2}{3x^2}\right)$

В силу свойств первого замечательного предела, исходное выражение можно

упростить:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sin(x^2) = \lim_{x \rightarrow 0} x^2$$

Тогда исходный предел можно представить в виде:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2)}{3x^2} = \frac{1}{3}$$

Ответ:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2)}{3x^2} = \frac{1}{3}$$

21. Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2gx}{3x}\right)$

Упростим выражение:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{tg(x)}{x} = \frac{2}{3} \cdot \frac{tg(x)}{x}$$

В силу свойств первого замечательного предела, исходное выражение можно

упростить:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{3} \cdot \frac{tg(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{3} \cdot x$$

Тогда исходный предел можно представить в виде:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{3} \cdot \frac{tg(x)}{x} = \frac{2}{3}$$

Ответ:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{3} \cdot \frac{tg(x)}{x} = \frac{2}{3}$$

22. Найти производную функции $y = 2\sin(3x^2 + 5)$

$$(2 \sin(3x^2 + 5))'_x$$

⇓

$$2 \cdot (\sin(3x^2 + 5))'_x$$

⇓

$$2 \cdot (\sin(3x^2 + 5))'_x$$

⇓

$$2 \cdot \cos(3x^2 + 5) \cdot (3x^2 + 5)'_x$$

⇓

$$2 \cos(3x^2 + 5) \cdot (3x^2 + 5)'_x$$

⇓

$$2 \cos(3x^2 + 5) \cdot (3 \cdot (x^2)'_x + (5)'_x)$$

⇓

$$2 \cos(3x^2 + 5) \cdot (3 \cdot (x^2)'_x + (5)'_x)$$

⇓

$$2 \cos(3x^2 + 5) \cdot (3 \cdot 2 \cdot x + 0)$$

$$12x \cos(3x^2 + 5)$$

23. Найти производную функции $y = 3\cos^5 8x$

$$(3 \cos^5(8x))'_x$$

⇓

$$3 \cdot (\cos^5(8x))'_x$$

⇓

$$3 \cdot (\cos^5(8x))'_x$$

⇓

$$3 \cdot 5 \cdot \cos^4(8x) \cdot (\cos(8x))'_x$$

⇓

$$15 \cos^4(8x) \cdot (\cos(8x))'_x$$

⇓

$$15 \cos^4(8x) \cdot (-\sin(8x)) \cdot (8x)'_x$$

⇓

$$-15 \cos^4(8x) \sin(8x) \cdot (8x)'_x$$

⇓

$$-15 \cos^4(8x) \sin(8x) \cdot 8 \cdot (x)'_x$$

⇓

$$-120 \cos^4(8x) \sin(8x) \cdot (x)'_x$$

⇓

$$-120 \cos^4(8x) \sin(8x) \cdot 1$$

$$-120 \cos^4(8x) \sin(8x)$$

24. Найдите производную функции $y = (2x^3 + 5)^4$

$$\begin{aligned} & \left((2x^3 + 5)^4 \right)'_x \\ & \Downarrow \\ & 4 \cdot (2x^3 + 5)^3 \cdot (2x^3 + 5)'_x \\ & 4 (2x^3 + 5)^3 \cdot (2x^3 + 5)'_x \\ & \Downarrow \\ & 4 (2x^3 + 5)^3 \cdot \left(3 \cdot (x^3)'_x + (5)'_x \right) \\ & 4 (2x^3 + 5)^3 \cdot \left(3 \cdot (x^3)'_x + (5)'_x \right) \\ & \Downarrow \\ & 4 (2x^3 + 5)^3 \cdot (2 \cdot 3 \cdot x^2 + 0) \\ & 24 x^2 (2x^3 + 5)^3 \end{aligned}$$

25. Найдите асимптоты функции $y = \frac{2x^2 + 8x + 8}{x + 2}$

Уравнения наклонных асимптот обычно ищут в виде $y = kx + b$. По определению асимптоты:

$$\lim_{x \rightarrow a} kx + b - f(x)$$

Находим коэффициент k:

$$\begin{aligned} k &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 + 8x + 8}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 + 8x + 8}{x^2 + 2x} = 0 \end{aligned}$$

Находим коэффициент b:

$$\begin{aligned} b &= \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - kx \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 + 8x + 8}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 + 8x + 8}{x + 2} = \infty \end{aligned}$$

Предел равен ∞ , следовательно, наклонные асимптоты функции отсутствуют.

Найдем вертикальные асимптоты. Для этого определим точки разрыва:

$$x_1 = -2$$

Находим пределы в точке $x_1 = -2$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -2-0} \frac{2x^2 + 8x + 8}{x + 2} &= 0 \\ \lim_{x \rightarrow -2+0} \frac{2x^2 + 8x + 8}{x + 2} &= 0 \end{aligned}$$

$x_1 = -2$ точка разрыва II рода и является вертикальной асимптотой.

$$y = \frac{2x^2 + 8x + 8}{x + 2}$$

Найдем наклонную асимптоту при $x \rightarrow -\infty$:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} kx + b - f(x)$$

Находим коэффициент k:

$$\begin{aligned} k &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 + 8x + 8}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 + 8x + 8}{x^2 + 2x} = 0 \end{aligned}$$

Находим коэффициент b:

$$\begin{aligned} b &= \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - kx \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 + 8x + 8}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 + 8x + 8}{x + 2} = -\infty \end{aligned}$$

Предел равен $-\infty$, следовательно, наклонные асимптоты функции отсутствуют.

26. Найдите промежутки возрастания и убывания, экстремумы функции $y = \frac{2x^2 + 8x + 8}{x + 2}$

Найдем точки разрыва функции.

$$x_1 = -2$$

1. Находим интервалы возрастания и убывания. Первая производная.

$$f'(x) = \frac{4x + 8}{x + 2} - \frac{2x^2 + 8x + 8}{(x + 2)^2}$$

или

$$f'(x) = \frac{-2x^2 - 8x + 4(x + 2)^2 - 8}{(x + 2)^2}$$

Находим нули функции. Для этого приравняем производную к нулю.

$$-2x^2 + 8x + 8 = 0$$

Откуда:

$$x = -2$$

$(-\infty; -2)$	$(-2; -2)$	$(-2; +\infty)$
$f'(x) > 0$		$f'(x) > 0$
функция возрастает		функция возрастает

27. Найдите промежутки возрастания и убывания, экстремумы функции $y = \frac{x^2}{x - 1}$

Найдем точки разрыва функции.

$$x_1 = 1$$

1. Находим интервалы возрастания и убывания. Первая производная.

$$f'(x) = -\frac{x^2}{(x - 1)^2} + 2 \cdot \frac{x}{x - 1}$$

или

$$f'(x) = x \cdot \frac{x - 2}{(x - 1)^2}$$

Находим нули функции. Для этого приравняем производную к нулю

$$x(x - 2) = 0$$

Откуда:

$$x_1 = 0, x_2 = 2$$

$(-\infty; 0)$	$(0; 1)$	$(1; 2)$	$(2; +\infty)$
$f'(x) > 0$	$f'(x) < 0$	$f'(x) < 0$	$f'(x) > 0$
функция возрастает	функция убывает	функция убывает	функция возрастает

28. Найдите асимптоты функции $y = \frac{x^2}{x - 1}$

Уравнения наклонных асимптот обычно ищут в виде $y = kx + b$. По определению асимптоты:

$$\lim_{x \rightarrow a} kx + b - f(x)$$

Находим коэффициент k:

$$\begin{aligned} k &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x - 1} = \infty \end{aligned}$$

Поскольку коэффициент k равен бесконечности, наклонных асимптот не существует.

Найдем вертикальные асимптоты. Для этого определим точки разрыва:

$$x_1 = 1$$

Находим пределы в точке $x_1 = 1$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1-0} \frac{x^2}{x - 1} &= -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1+0} \frac{x^2}{x - 1} &= \infty \end{aligned}$$

$x_1 = 1$ точка разрыва II рода и является вертикальной асимптотой.

$$y = \frac{x^2}{x - 1}$$

Найдем наклонную асимптоту при $x \rightarrow -\infty$:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} kx + b - f(x)$$

Находим коэффициент k:

$$\begin{aligned} k &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x - 1} = -\infty \end{aligned}$$

29. Найдите асимптоты функции $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 2}$

Уравнения наклонных асимптот обычно ищут в виде $y = kx + b$. По определению асимптоты:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} kx + b - f(x)$$

Находим коэффициент k:

$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 + 2x} = 0$$

Находим коэффициент b:

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - kx = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 2} = \infty$$

Предел равен ∞ , следовательно, наклонные асимптоты функции отсутствуют.

Найдем вертикальные асимптоты. Для этого определим точки разрыва:

$$x_1 = -2$$

Находим пределы в точке $x_1 = -2$

$$\lim_{x \rightarrow -2-0} \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 2} = -\infty$$
$$\lim_{x \rightarrow -2+0} \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 2} = \infty$$

$x_1 = -2$ точка разрыва II рода и является вертикальной асимптотой.

$$y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 2}$$

Найдем наклонную асимптоту при $x \rightarrow -\infty$:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} kx + b - f(x)$$

Находим коэффициент k:

$$k = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 + 2x} = 0$$

Находим коэффициент b:

$$b = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - kx = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 2} = -\infty$$

30. Найдите промежутки возрастания и убывания, экстремумы функции $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 2}$

Найдем точки разрыва функции.

$$x_1 = -2$$

1. Находим интервалы возрастания и убывания. Первая производная.

$$f'(x) = \frac{2x - 2}{x + 2} - \frac{x^2 - 2x + 3}{(x + 2)^2}$$

или

$$f'(x) = \frac{-x^2 + 2x + 2(x - 1)(x + 2) - 3}{(x + 2)^2}$$

Находим нули функции. Для этого приравняем производную к нулю

$$x^2 + 4x - 7 = 0$$

Откуда:

$$x_1 = 1.3166, x_2 = -5.3166$$

$(-\infty; -5.3166)$	$(-5.3166; -2)$	$(-2; 1.3166)$	$(1.3166; +\infty)$
$f'(x) > 0$	$f'(x) < 0$	$f'(x) < 0$	$f'(x) > 0$
функция возрастает	функция убывает	функция убывает	функция возрастает

31. Найдите асимптоты функции $y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$

Уравнения наклонных асимптот обычно ищут в виде $y = kx + b$. По определению асимптоты:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} kx + b - f(x)$$

Находим коэффициент k:

$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 4}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 4}{x^3} = 0$$

Находим коэффициент b:

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - kx = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 4}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 4}{x^2} = \infty$$

Предел равен ∞ , следовательно, наклонные асимптоты функции отсутствуют.

Найдем вертикальные асимптоты. Для этого определим точки разрыва:

$$x_1 = 0$$

Находим пределы в точке $x_1 = 0$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 4}{x^2} = \infty$$
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 4}{x^2} = \infty$$

$x_1 = 0$ точка разрыва II рода и является вертикальной асимптотой.

$$y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$$

Найдем наклонную асимптоту при $x \rightarrow -\infty$:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} kx + b - f(x)$$

Находим коэффициент k:

$$k = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + 4}{x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + 4}{x^3} = 0$$

Находим коэффициент b:

$$b = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - kx = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + 4}{x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + 4}{x^2} = -\infty$$

Предел равен $-\infty$, следовательно, наклонные асимптоты функции отсутствуют.

32. Найдите промежутки возрастания и убывания, экстремумы функции $y=\frac{x^2-2x+3}{x+2}$

Найдем точки разрыва функции.

$x_1=-2$

1. Находим интервалы возрастания и убывания. Первая производная.

$f'(x)=\frac{2\cdot x-2}{x+2}-\frac{x^2-2\cdot x+3}{(x+2)^2}$

или

$f'(x)=\frac{-x^2+2\cdot x+2\cdot(x-1)\cdot(x+2)-3}{(x+2)^2}$

Находим нули функции. Для этого приравняем производную к нулю

$x^2+4\cdot x-7=0$

Откуда:

$x_1=1.3166, x_2=-5.3166$

$(-\infty;-5.3166)$	$(-5.3166;-2)$	$(-2;1.3166)$	$(1.3166;+\infty)$
$f(x) > 0$	$f(x) < 0$	$f(x) < 0$	$f(x) > 0$
функция возрастает	функция убывает	функция убывает	функция возрастает