Método del pivote (Expansión de Laplace)

Obtener el determinante de una matriz 4x4 por el método del pivote.

$$\begin{vmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ m & n & o & p \end{vmatrix}$$

Aplicaremos el método de los adjuntos para facilitar el cálculo del determinante.

$$\begin{vmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ m & n & o & p \end{vmatrix}$$

Seleccionamos una columna sobre la cual se trabajarán los adjuntos, de esta forma, el determinante estará dado por:

$$D_1 = a * adj(a) - e * adj(e) + i * adj(i) - m * adj(m)$$

Ahora, calcularemos cada adjunto (determinante) individualmente

- adj(a)

$$\begin{vmatrix} f & g & h \\ j & k & l \\ n & o & p \end{vmatrix}$$

Como se demostró en clase, por el método del pivote, o el método de la lluvia, el determinante estará dado por:

$$adj(a) = fkp + gln + hjo - gjp - flo - hkn$$

De igual forma con los demás adjuntos:

- adj(e)

$$\begin{vmatrix} b & c & d \\ j & k & l \\ n & o & p \end{vmatrix}$$

$$adj(e) = bkp + cln + djo - cjp - blo - dkn$$

- adj(i)

$$\begin{vmatrix} b & c & d \\ f & g & h \\ n & o & p \end{vmatrix}$$

$$adj(i) = bgp + chn + dfo - cfp - bho - dgn$$

- adj(m)

$$\begin{vmatrix} b & c & d \\ f & g & h \\ j & k & l \end{vmatrix}$$

$$adj(m) = bgl + chj + dfk - cfl - bhk - dgj$$

Por lo tanto, el determinante de la matriz inicial estaría dado por:

$$D_1 = a * adj(a) - e * adj(e) + i * adj(i) - m * adj(m)$$

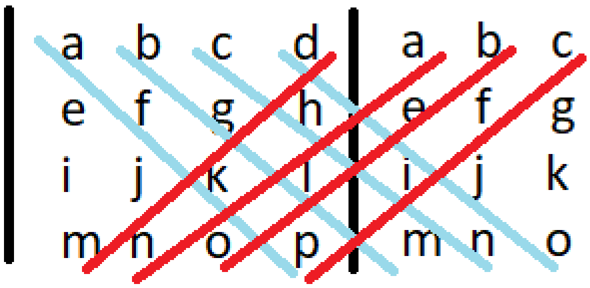
$$D_1 = a * (fkp + gln + hjo - gjp - flo - hkn) - e * (bkp + cln + djo - cjp - blo - dkn) + i * (bgp + chn + dfo - cfp - bho - dgn) - m * (bgl + cgh + dfk - cfl - bhk - dgj)$$

$$D_1 = afkp + agln + ahjo - agjp - aflo - ahkn - ebkp - ecln - edjo + ecjp + eblo + edkn + ibgp + ichn + idfo - icfp - ibho - idgn - mbgl - mchj - mdfk + mcfl + mbhk + mdgj$$

Regla de Sarrus

Ahora, verificaremos el método de la lluvia para una matriz 4x4.

Para ello, crearemos la forma visual de la matriz:



En este modelo, las líneas azules representarán las sumas y las rojas las restas. Como se observa, se duplicaron las primeras 3 columnas del determinante en el lado derecho para aplicar el método. El determinante estará dado por:

$$D_2 = afkp + bglm + chin + dejo - cfip - belo - ahkn - dgjm$$

Así bien tendríamos

$$D_1 = afkp + agln + ahjo - agjp - aflo - ahkn - ebkp - ecln - edjo + ecjp + eblo + edkn + ibgp + ichn + idfo - icfp - ibho - idgn - mbgl - mchj - mdfk + mcfl + mbhk + mdgj$$

$$D_2 = afkp + bglm + chin + dejo - cfip - belo - ahkn - dgjm$$

Como se puede observar

$$D_1 \neq D_2$$

Por lo que se puede concluir que el método de la lluvia no es efectivo en una matriz 4x4.

Preguntas del PDF

<u>¿Es posible aplicar el método de la lluvia para una matriz 4x4? Justifique su respuesta.</u>

<u>Si no es posible, explique por qué y qué método alternativo recomendaría para calcular el determinante.</u>

Como se observó, no se llegó a un resultado concluyente para el método de la lluvia en una matriz 4x4, ya que esta no dio el resultado esperado obtenido con el método tradicional. Por lo tanto, se puede concluir que el método de la lluvia no es aplicable para una matriz 4x4.

El método efectivo para calcular un determinante de una matriz 4x4 sería el Método del pivote o de Expansión de Laplace.