Razones

1. Expresa en radianes los ángulos:

1. 30º **2.** 45º **3.** 210º **4.** 405º

2. Expresa en grados sexagesimales los ángulos:

1. $\frac{2\pi}{3}$ **2.** $\frac{3\pi}{4}$ **3.** $\frac{5\pi}{3}$ **4.** 3 r

3. Sabiendo que $\operatorname{sen}\alpha = \frac{1}{3}$ y $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, calcula el valor exacto de las otras razones del ángulo α.

4. Sabiendo que $\operatorname{tg}\alpha = \frac{3}{2}$ y $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, calcula el valor exacto de las otras razones del ángulo α.

5. Escribe la expresión $2\operatorname{tg}^2\alpha - 2\sec^2\alpha + 5\operatorname{sen}^2\alpha$ de forma que solo contenga la razón coseno.

6. Simplifica las siguientes expresiones:

1. $\frac{\sec\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}$ **2.** $\frac{\operatorname{sen}^2\alpha}{1-\cos\alpha}$ **3.** $\frac{\sec\alpha}{\operatorname{cosc}\alpha\cdot\operatorname{tg}\alpha}$

7. Simplifica la expresión: $\operatorname{sen}\alpha\cdot\cos\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right) + \cos\alpha + \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)\cdot\operatorname{sen}(\pi-\alpha)$

8. Halla, sin usar la calculadora, el valor exacto de las siguientes razones:

1. sen 135 **2.** cos 210 **3.** tg 300 **4.** sen 870

9. Calcula el valor numérico de la expresión $\operatorname{sen}\frac{5x}{2} - \cos(\pi+2x) - 2\cos 3x - \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}+2x\right)$, para $x = \frac{\pi}{3}$.

10. Suponiendo ángulos del primer cuadrante, halla, sin calculadora, el valor exacto de las siguientes expresiones:

1. $\operatorname{sen}\left(\operatorname{arc}\cos\frac{1}{2}\right)$ **2.** $\cos\left(30+\operatorname{arc}\operatorname{sen}\frac{1}{2}\right)$ **3.** $\operatorname{sen}\left(\operatorname{arc}\cos\frac{2}{3}\right)$ **4.** arc cos(sen 12)

11. ✶ Sabiendo que $\operatorname{sen}\alpha = \frac{2}{3}$ y $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, calcula el valor exacto de las siguientes razones:

1. $\operatorname{sen} 2\alpha$ **2.** $\cos\frac{\alpha}{2}$ **3.** $\operatorname{ctg} 2\alpha$

12. ✶ Sabiendo que $\operatorname{tg}\alpha = \frac{3}{2}$ y $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, calcula el valor exacto de las siguientes razones:

1. $\operatorname{sen}\frac{\alpha}{2}$ **2.** $\cos 2\alpha$ **3.** $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$

13. ✶ Sabiendo que $\operatorname{sen}\alpha = \frac{1}{3}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ y $\operatorname{tg}\beta = -\frac{3}{2}, \frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$, calcula el valor exacto de las siguientes razones:

1. $\operatorname{sen}(\alpha+\beta)$ **2.** $\cos(\alpha-\beta)$ **3.** $\operatorname{tg}\frac{\alpha+\beta}{2}$

14. ✶ Sabiendo que $\cos\alpha = -\frac{1}{4}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ y $\operatorname{ctg}\beta = \frac{4}{3}, \pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$, calcula el valor exacto de las siguientes razones:

1. $\operatorname{sen}(2\alpha+\beta)$ **2.** $\cos(\alpha-2\beta)$ **3.** $\operatorname{tg}(2\alpha-\beta)$

15. ✶ Escribe las razones de $\cos 2\alpha$, $\cos 3\alpha$ y $\cos 4\alpha$ en función solo de la razón $\cos\alpha$.

16. ✶ Transforma las siguientes sumas en producto (sin calcular las razones):

1. sen 60 + sen 40 **2.** tg 60 + tg 46 **3.** $1 + \cos\alpha$

17. ✶ Transforma las siguientes operaciones en producto:

1. $\text{sen}^2\alpha - \text{sen}^2\beta$

2. $\text{sen}\ \alpha + \text{sen}\ \beta + \text{sen}(\alpha+\beta)$

18. ✶ Halla, sin usar calculadora, el valor exacto de las siguientes razones:

1. sen 15 **2.** cos 75 **3.** tg 105 **4.** cos 517°30'

19. ✶ Simplifica la siguiente expresión: $\dfrac{\text{sen}\ 2\alpha}{1 - \cos^2\alpha} \cdot \dfrac{1 + \cos\alpha}{\cos\alpha}$

20. ✶ Simplifica las siguientes expresiones:

1. $\dfrac{\cos\alpha - \text{sen}\ \alpha}{\cos\alpha + \text{sen}\ \alpha}$

2. $\dfrac{\text{sen}\ \alpha + \text{sen}\ \beta}{\text{sen}\ \alpha - \text{sen}\ \beta} \cdot \dfrac{\cos\alpha - \cos\beta}{\cos\alpha + \cos\beta}$

21. Comprueba que son ciertas las siguientes igualdades:

Igualdades

1. $\text{tg}\ \alpha + \text{cotg}\ \alpha = \sec\alpha \cdot \text{cosec}\ \alpha$

2. $1 + \text{cotg}^2\alpha = \text{cosec}^2\alpha$

3. $\dfrac{\text{tg}^2\alpha}{1+\text{tg}^2\alpha} = \text{sen}^2\alpha$

4. $\text{tg}^2\alpha = \sec^2\alpha - 1$

5. $\text{tg}^2\alpha - \text{sen}^2\alpha = \text{tg}^2\alpha \cdot \text{sen}^2\alpha$

6. $\sec\alpha - \cos\alpha = \text{tg}\ \alpha \cdot \text{sen}\ \alpha$

7. $\sec^2\alpha + \text{cosec}^2\alpha = \sec^2\alpha \cdot \text{cosec}^2\alpha$

8. $\sec^2\alpha - \text{cosec}^2\alpha = \text{tg}^2\alpha - \text{cotg}^2\alpha$

9. $\dfrac{\sec\alpha - \cos\alpha}{\text{cosec}\ \alpha - \text{sen}\ \alpha} = \text{tg}^3\alpha$

10. $\sec^2\alpha - \text{sen}^2\alpha = \cos^2\alpha + \text{tg}^2\alpha$

11. $\dfrac{\text{cosec}\ \alpha}{1+\text{cotg}^2\alpha} = \text{sen}\ \alpha$

12. $\dfrac{\text{tg}^2\alpha + 1}{\sec^2\alpha - 1} = \text{cotg}^2\alpha + 1$

13. $\dfrac{\text{sen}\ \alpha}{1 - \cos\alpha} - \text{cotg}\ \alpha = \text{cosec}\ \alpha$

14. $\dfrac{\cos\alpha}{1 - \text{sen}\ \alpha} - \sec\alpha = \text{tg}\ \alpha$

15. $\sqrt{\dfrac{1 - \cos\alpha}{1 + \cos\alpha}} = \dfrac{\text{sen}\ \alpha}{1 + \cos\alpha}$

16. $\dfrac{\text{sen}\ \alpha}{1 + \cos\alpha} = \dfrac{1 - \cos\alpha}{\text{sen}\ \alpha}$

17. $\dfrac{1}{1 - \cos\alpha} + \dfrac{1}{1 + \cos\alpha} = 2\cdot\text{cosec}^2\alpha$

18. $\dfrac{1}{\sec\alpha - 1} - \dfrac{1}{\sec\alpha + 1} = 2\cdot\text{cotg}^2\alpha$

19. $\text{tg}^2\alpha + \text{cotg}^2\alpha + 2 = \sec^2\alpha + \text{cosec}^2\alpha$

20. $\text{tg}^2\alpha + \text{cotg}^2\alpha + 1 = \dfrac{\sec^2\alpha - \text{cosec}^2\alpha}{\text{sen}^2\alpha - \cos^2\alpha} - 1$

22. ✶ Comprueba que son ciertas las siguientes igualdades:

1. $2\cdot\text{cotg}\ 2\alpha = \text{cotg}\ \alpha - \text{tg}\ \alpha$

2. $\dfrac{1 - \text{tg}^2\alpha}{1 + \text{tg}^2\alpha} = \cos 2\alpha$

3. $\text{tg}\ \alpha + \text{ctg}\ 2\alpha = \text{cosc}\ 2\alpha$

4. $\text{tg}\ \alpha + \text{ctg}\ \alpha = 2\cdot\text{cosc}\ 2\alpha$

5. $\dfrac{1}{1 - \text{tg}\ \alpha} - \dfrac{1}{1 + \text{tg}\ \alpha} = \text{tg}\ 2\alpha$

6. $2\cdot\cos^2\alpha - \dfrac{\text{sen}\ 2\alpha}{\text{tg}\ 2\alpha} = 1$

7. $\dfrac{2\cdot\text{tg}\ \alpha}{1 + \text{tg}^2\alpha} = \text{sen}\ 2\alpha$

8. $\dfrac{\text{tg}\ \alpha}{\text{tg}\ 2\alpha - \text{tg}\ \alpha} = \cos 2\alpha$

9. cos 57 + sen 27 = cos 3

10. sen 125 - cos 25 = -sen 5

11. $\dfrac{\text{sen}\ 5\alpha + \text{sen}\ \alpha}{\text{sen}\ 3\alpha - \text{sen}\ \alpha} = 1 + 2\cdot\cos 2\alpha$

12. $\dfrac{\cos\alpha + \text{sen}\ \alpha}{\cos\alpha - \text{sen}\ \alpha} = \text{tg}\ 2\alpha + \sec 2\alpha$

13. $\text{sen}(\alpha+\beta)\cdot\text{sen}(\alpha-\beta) = \text{sen}^2\alpha - \text{sen}^2\beta$

14. $\text{tg}(\alpha+\beta)\cdot\text{tg}(\alpha-\beta) = \dfrac{\cos^2\beta - \cos^2\alpha}{\cos^2\beta - \text{sen}^2\alpha}$

15. $\dfrac{\text{ctg}\ \alpha - 1}{\text{ctg}\ \alpha + 1} = \dfrac{1 - \text{sen}\ 2\alpha}{\cos 2\alpha}$

16. $\dfrac{\text{sen}\ 2\alpha}{1 - \cos^2\alpha} \cdot \dfrac{1 - \cos\alpha}{\cos\alpha} = 2\cdot\text{tg}\ \dfrac{\alpha}{2}$

17. $\dfrac{\text{sen}\ \alpha - \text{sen}\ \beta}{\cos\beta - \text{sen}\ \alpha} = \sqrt{3}$ $(\alpha+\beta = 60°)$

18. $\dfrac{\text{sen}\ \alpha + \text{sen}\ \beta}{\cos\alpha + \cos\beta} = \sqrt{2} - 1$ $(\alpha+\beta = 45°)$

19. $tgA \cdot tgB \cdot tgC = tgA + tgB + tgC \quad (A+B+C = 180°)$ **20.** $tgA \cdot tgB + tgB \cdot tgC + tgC \cdot tgA = 1 \quad (A+B+C = 90)$

23. Resuelve las siguientes ecuaciones:

Ecuaciones

1. $\text{sen } 2x = \frac{1}{2}$ **2.** $\cos x = -\cos 22$ **3.** $\text{tg } x = \sqrt{3}$ **4.** $\text{sen } x = \cos 32$

5. $\text{tg } x = \text{sen } x$ **6.** $\text{tg } x = \text{cotg } x$ **7.** $\cos x = \text{sen } x + \sec x$ **8.** $\text{sen } x + \cos x = \text{cosec } x$

9. $\text{sen}^2 x - \cos^2 x = 0$ **10.** $2\cos^2 x = 2 - \text{sen}^2 x$ **11.** $2\cos^2 x - 3\text{sen } x = 3$ **12.** $2\sec 3x = \cos 2x - 1$

13. $\sec^2 x = 4\text{sen}^2 x$ **14.** $\sec^2 x + 2 = 8\text{sen}^2 x$ **15.** $\cos x - \sec x = \text{sen}^2 x$ **16.** $\text{cosec } x - \text{sen } x = 2\cos^2 x$

17. $\text{sen } x + \cos x = 1$ **18.** $\text{tg } x - 1 = \sqrt{2}\sec x$

24. ✶ Resuelve las siguientes ecuaciones:

1. $\text{sen } 2x + \text{sen } x = 0$ **2.** $\cos 2x + \cos x = 0$ **3.** $\text{sen } 2x = \text{tg } x$

4. $\text{tg } 2x + 2\cos x = 0$ **5.** $\text{tg } 2x + \text{tg } x = 0$ **6.** $\text{sen } x = \cos x + 1$

7. $1 - \text{sen}\frac{x}{2} = \cos x$ **8.** $\text{tg}\frac{x}{2} = \text{cotg } x$ **9.** $3\cos x \cdot \text{sen } 2x = 2\text{sen}^3 x$

10. $\cos 2x = \cos x - \sec x + 1$ **11.** $\text{sen } 3x - \text{sen } x = \cos 2x$ **12.** $\cos x + \text{sen } 2x = \cos 3x$

13. $\text{sen } 3x - \cos 3x = \text{sen}x - \cos x$ **14.** $\text{sen } x + \text{sen } 2x + \text{sen } 3x = 0$ **15.** $\text{sen } 2x = \cos 3x$

16. $\text{sen}(2x-1) + \cos(x+2) = 0$ (radianes)

25. Resuelve los siguientes sistemas (ángulos positivos del primer giro):

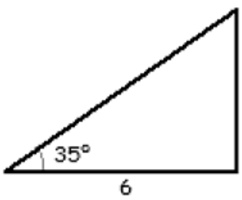
1. $\begin{cases} x + y = 90 \\ \text{sen } x + \cos y = \sqrt{2} \end{cases}$ **2.** $\begin{cases} \text{sen}(x-y) = \frac{1}{2} \\ \cos(x+y) = 0 \end{cases}$ **3.** $\begin{cases} \text{sen } x + \cos y = \frac{1}{2} \\ \text{cosec } x + \sec y = -1 \end{cases}$ **4.** $\begin{cases} 2\cos x + \text{sen } y = 2 \\ \sec x - \text{cosec } y = 1 \end{cases}$

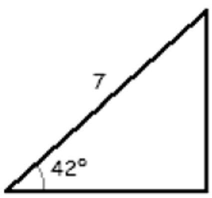
26. ✶ Resuelve los siguientes sistemas (ángulos positivos del primer giro):

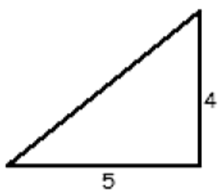
1. $\begin{cases} \text{sen } x \cdot \text{sen } y = \frac{1}{4} \\ \cos x \cdot \cos y = \frac{3}{4} \end{cases}$ **2.** $\begin{cases} \text{sen}^2 x + \cos^2 y = \frac{3}{4} \\ \cos^2 x - \text{sen}^2 y = \frac{1}{4} \end{cases}$ **3.** $\begin{cases} \cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2} \\ \text{tg } x + \text{tg } y = 2 \end{cases}$ **4.** $\begin{cases} \cos^2 x + \text{sen}^2 y = \frac{3}{2} \\ \text{tg } x + \text{cotg } y = 0 \end{cases}$

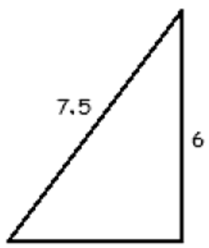
27. Resuelve y halla el área de los siguientes triángulos rectángulos:

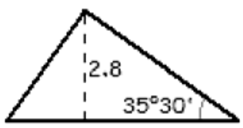
Aplicaciones

1.


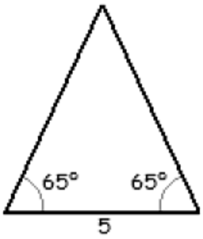
2.


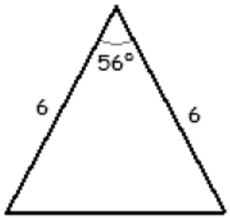
3.


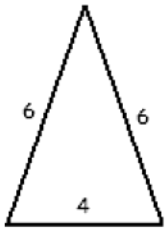
4.


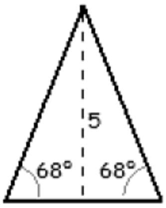
5.


28. Resuelve y halla el área de los siguientes triángulos isósceles:

1.


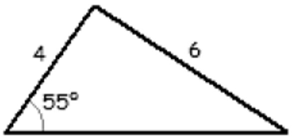
2.


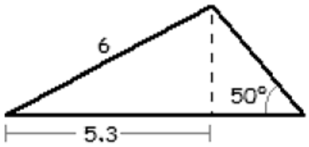
3.


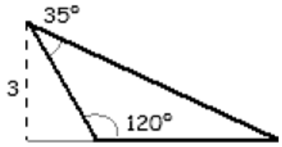
4.


5.

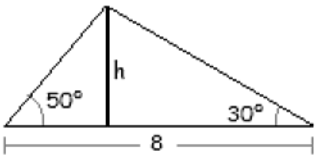

29. Resuelve y halla el área de los siguientes triángulos:

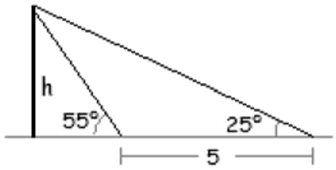
1.


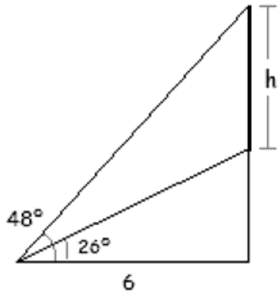
2.


3.


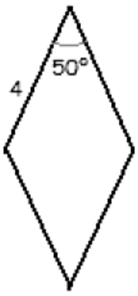
30. Halla el valor de **h** en las siguientes figuras y calcula el área de los tres triángulos que forman:

1.


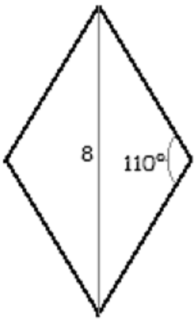
2.


3.


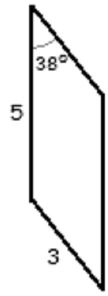
31. Calcula el área de las siguientes figuras:

1.


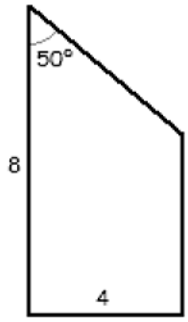
Rombo

2.


Rombo

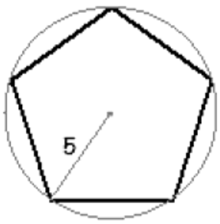
3.


Paralelogramo

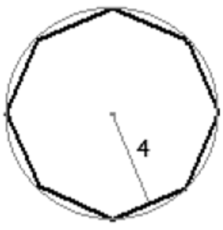
4.


Trapecio rectángulo

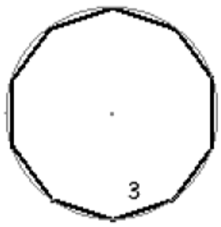
32. Halla el área de los siguientes polígonos regulares:

1.


Pentágono

2.


Octógono

3.


Decágono

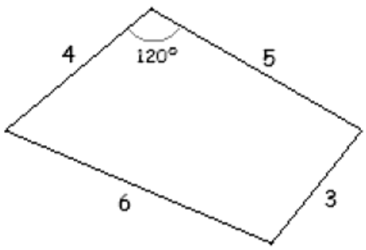
33. ✶ Resuelve y halla el área de los siguientes triángulos:

1. a = 4, b = 5, c = 6 **2.** a = 7, b = 10, c = 4 **3.** a = 5, b = 7, C = 62º **4.** b = 6, A = 106º, C = 38º30'

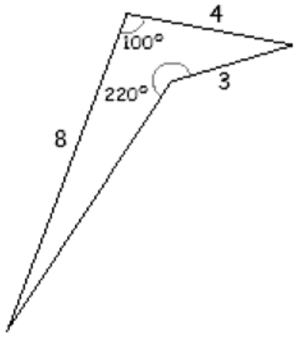
5. c = 5, b = 6, B = 40º **6.** A = 50º, a = 5, c = 6

34. ✶ Halla el área de los siguientes cuadriláteros:

1.



2.



35. Calcula la altura de una torre situada en terreno horizontal, sabiendo que con un aparato de 1.20 m de altura, colocado a 10 m de ella, se ha medido el ángulo que forma con la horizontal la visual dirigida al punto más elevado, obteniéndose 58º32'.

36. Una escalera de bomberos de 10 m de longitud se ha fijado en un punto de la calzada. Si se apoya sobre una de las fachadas forma un ángulo con el suelo de 55º y si se apoa sobre la otra fachada el ángulo que forma es de 70º. Halla la anchura de la calle y la altura que alcanza la escalera sobre cada una de las fachadas.

37. Se desea saber la altura de un edificio situado en la orilla opuesta de un río. La visual al extremo superior del edificio, desde un cierto punto del suelo, forma un ángulo de elevación de 27º. Aproximándose 20 m a la orilla, el ángulo es de 56º. Calcula la altura.

38. Dos individuos observan un globo situado entre ellos y en el mismo plano vertical. La distancia entre los individuos es de 500 m. Los ángulos de elevación del globo desde los observadores son de 36º y 41º respectivamente. Halla la altura del globo y su distancia a cada observador.

39. Determina la distancia que existe desde los puntos A y B, que distan entre sí 300 m, a otro inaccesible C, sabiendo que desde A se ven los puntos B y C con un águlo de 42º y desde B, el ángulo con el que se ven los otros dos puntos es de 56º35'.

40. Una antena está sujeta al suelo mediante 4 cables, fijados en los vértices de un cuadrado de 20 m, estando la antena situada en el centro de dicho cuadrado. Sabiendo que el ángulo que forman los cables con el suelo es de 65º, determina la altura de la antena y la longitud total de los cables.

41. Las distancias desde un punto A a otros dos B y C son, respectivamente, 210 m y 150 m. Desde A se ve a ambos con un ángulo de 38º. Calcula la distancia que hay entre los puntos B y C.

42. Para acceder a la entrada de un edificio hay que subir una rampa de 30 m, que tiene una inclinación de 10º. La visual al punto más alto del edificio, desde el inicio de la rampa, es de 38º. Calcula la altura del edificio.

43. Colocados a 50 m de un edificio, se ve su punto más alto con un ángulo de elevación de 31º. En ese punto más alto del edificio hay una antena, que se ve con un ángulo de elevación de 35º. Halla la altura del edificio y de la antena.

44. ✶ Ana y Beatriz desean saber la distancia que hay entre dos puntos inaccesibles C y D. Para ello se colocan a 30 m de distancia entre sí. Ana ve los puntos C y D con respecto a Beatriz con ángulos de 40º35' y 70º, respectivamente, mientras que Beatrizlos ve con restecto a Ana con ángulos de 100º22' y 60º, respectivamente. Determina la distancia que existe entre C y D.

45. ✶ Resuelve los siguientes triángulos, sabiendo que su área es 5 u^2:

1. a = 5, b = 6 **2.** B = 50º, b = 6 **3.** B = 50º, C = 60º

46. Resuelve los siguientes triángulos, sabiendo que la altura sobre el lado a es: $h_a = 5$:

1. b = 6, c = 7 **2.** B = 50°, b = 6 **3.** B = 50°, C = 60°

47. Resuelve los siguientes triángulos, sabiendo que su perímetro es 20:

1. b = 6, c = 7 **2.** B = 50°, b = 6 **3.** B = 50°, C = 60°

48. Resuelve los siguientes triángulos (h_a es la altura sobre la base a):

1. Área = 4, $h_a = 5$, b = 6 **2.** Área = 4, $h_a = 5$, C = 60°

49. Resuelve los siguientes triángulos:

1. Área = 5, perímetro = 12, a = 5 **2.** Área = 5, perímetro = 12, B = 60°

50. Resuelve los siguientes triángulos (h_a es la altura sobre la base a):

1. Perímetro = 20, $h_a = 5$, b = 6 **2.** Perímetro = 20, $h_a = 5$, C = 70°

51. Calcula los lados y los ángulos de un triángulo de 10 cm^2 de área, 20 cm de perímetro y 5 cm de altura sobre la base a.

Soluciones

1.1. $\frac{\pi}{6}$ **1.2.** $\frac{\pi}{4}$ **1.3.** $\frac{7\pi}{6}$ **1.4.** $\frac{9\pi}{4}$ **2.1.** 120 **2.2.** 135 **2.3.** 102°51'26'' **2.4.** 171°53'14'' **3.** $\cos\alpha = \frac{-2\sqrt{2}}{3}$; $tg\alpha = \frac{-\sqrt{2}}{4}$; $sec\alpha = \frac{-3\sqrt{2}}{4}$; $cosc\alpha = 3$; $ctg\alpha = -2\sqrt{2}$ **4.** $sen\alpha = \frac{-3\sqrt{13}}{13}$; $\cos\alpha = \frac{-2\sqrt{13}}{13}$; $sec\alpha = \frac{-\sqrt{13}}{2}$; $cosc\alpha = \frac{-\sqrt{13}}{3}$; $ctg\alpha = \frac{2}{3}$ **5.** $3-5\cos^2\alpha$ **6.1.** $\cos\alpha$ **6.2.** $1+\cos\alpha$ **6.3.** 1 **7.** $2\cos\alpha$ **8.1.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **8.2.** $\frac{-\sqrt{3}}{2}$ **8.3.** $-\sqrt{3}$ **8.4.** $\frac{1}{2}$ **9.** $\frac{5}{2}$ **10.1.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **10.2.** $\frac{1}{2}$ **10.3.** $\frac{\sqrt{5}}{3}$ **10.4.** 78 **11.1.** $\frac{-4\sqrt{5}}{9}$ **11.2.** $\frac{\sqrt{18-6\sqrt{5}}}{6}$ **11.3.** $\frac{-\sqrt{5}}{20}$ **12.1.** $\frac{\sqrt{338+52\sqrt{13}}}{26}$ **12.2.** $\frac{-5}{13}$ **12.3.** $-\frac{2+\sqrt{13}}{3}$ **13.1.** $\frac{2\sqrt{13}+6\sqrt{26}}{39}$ **13.2.** $-\frac{3\sqrt{13}+4\sqrt{26}}{39}$ **13.3.** $\frac{27+9\sqrt{26}-3\sqrt{2}-3\sqrt{13}}{34}$ **14.1.** $\frac{21+4\sqrt{15}}{40}$ **14.2.** $\frac{24\sqrt{15}-7}{100}$ **14.3.** $\frac{143\sqrt{15}-600}{371}$ **15.** $2\cos^2\alpha-1$; $4\cos^3\alpha-3\cos\alpha$; $8\cos^4\alpha-8\cos^2\alpha+1$ **16.1.** $2\cdot sen50\cdot\cos10$ **16.2.** $\frac{sen106}{\cos60\cdot\cos46}$ **16.3.** $2\cdot\cos^2\frac{\alpha}{2}$ **17.1.** $sen(\alpha+\beta)\cdot sen(\alpha-\beta)$ **17.2.** $8\cdot\cos\alpha\cdot\cos\beta\cdot sen\frac{\alpha+\beta}{2}$ **18.1.** $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ **18.2.** $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ **18.3.** $-2-\sqrt{3}$ **18.4.** $-\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$ **19.** $2ctg\frac{\alpha}{2}$ **20.1.** $tg(45-\alpha)$ **20.2.** $-tg^2\frac{\alpha+\beta}{2}$ **22.1.** si **22.2.** si **22.3.** si **22.4.** si **22.5.** si **22.6.** si **22.9.** si **22.10.** si **22.11.** si **22.12.** si **22.13.** si **22.14.** si **22.15.** si **22.16.** si **22.17.** si **22.18.** si **22.19.** si **22.20.** si **23.1.** 15+180k; 75+180k **23.2.** 158+360k; 202+360k **23.3.** 60+180k **23.4.** 58+360k; 122+360k **23.5.** 180k **23.6.** 45+90k **23.7.** 180k; 135+180k **23.8.** 45+180k; 90+180k **23.9.** 45+90k **23.10.** 180k **23.11.** 210+360k; 270+360k; 330+360k **23.12.** 90+180k **23.13.** 45+90k **23.14.** 45+90k; 60+180k; 120+180k **23.15.** 180k **23.16.** 30+360k, 90+180k, 150+360k **23.17.** 360k, 90+360k **23.18.** 135+360k **24.1.** 120k, 180+360k **24.2.** 120k **24.3.** 180k, 45+90k **24.4.** 90+180k, 210+360k, 330+360k **24.5.** 60k **24.6.** 90+360k, 180+360k **24.7.** 360k, 60+720k, 300+720k **24.8.** 60+360k, 300+360k **24.9.** 60k **24.10.** 180k, 60+360k, 120+360k **24.11.** 30+360k, 45+90k, 150+360k **24.12.** 90k, 210+360k, 330+360k **24.13.** 180k, 67.5+90k **24.14.** 90k, 120+360k, 240+360k **24.15.** 18+72k, 270+360k **24.16.** $\frac{3\pi-2}{6}+\frac{2k\pi}{3}+2k\pi$ **25.1.** (45,45) **25.2.** (30,240), (60,30), (120,330), (150,120), (210,60), (240,210), (300,150), (330,300) **25.3.** (90,120), (90,240), (210,0), (330,0) **25.4.** (60,90), (300,90) **26.1.** (30,30), (150,150), (210,210), (330,330) **26.2.** (30,45), (30,135), (30,225), (30,315), (150,45), (150,135), (150,225), (150,315), (210,45), (210,135), (210,225), (210,315), (330,45), (330,135), (330,225), (330,315), **26.3.** (45,45), (225,225) **26.4.** (30,120), (30,300), (150,60), (150,240), (210,120), (210,300), (330,60), (330, 240) **27.1.** 55°, 7.32, 4.2; 12.6 **27.2.** 48°, 5.2, 4.68; 12.17 **27.3.** 6.4, 50°20'25'', 38°39'35''; 10 **27.4.** 4.5, 36°52'12'', 53°7'48''; 13.5 **27.5.** 54°30', 4.82, 3.44, 5.92; 8.29 **28.1.** 50°, 5.92, 5.92; 13.4 **28.2.** 62°, 62°, 5.64; 14.95 **28.3.** 70°31'44'', 70°31'44'', 38°56'32''; 11.32 **28.4.** 44°, 5.39, 5039, 4.04; 10.1 **28.5.** 4.74, 42°35'9'', 42°35'9''; 8.94 **29.1.** 33°8'19'', 91°51'41'', 7.31; 11.99 **29.2.** 27°57'10'', 102°2'50'', 3.67, 7.66; 10.76 **29.3.** 25°, 7.1, 3.46, 4.7; 7.05 **30.1.** 3.12; 4.09, 8.39, 12.48 **30.2.** 3.5; 4.29, 8.75, 13.04 **30.3.** 3.73; 8.79, 11.19, 19.98 **31.1.** 12.27 **31.2.** 22.4 **31.3.** 9.25 **31.4.** 25.28 **32.1.** 59.5 **32.2.** 53.12 **32.3.** 69.3 **33.1.** A=41°24'34'', B=55°46'16'', C=82°49'10'', S=9.91 **33.2.** A=33°7'23'', B=128°40'55'', C=18°11'42'', S=10.93 **33.3.** A=43°31'46'', B=74°28'14'', c=6.41, S=15.435 **33.4.** B=35°30', a=9.93, c=6.43, S=18.94 **33.5.** A=107°36'42'', C=32°23'18'', a=8.9, S=14.3 **33.6.** B_1=63°10'58'', C_1=66°49'2'', b_1=5.83, S_1=13.4; B_2=16°49'2'', C_2=113°10'58'', b_2=1.89, S_2=4.34 **34.1.** 16.72 **34.2.** 8.96 **35.** 17.54 **36.** 9.4, 8.2; 9.16 **37.** 15.57 **38.** 198.47; 337.66, 302.52 **39.** 253.56, 202.59 **40.** 30.32, 133.8 **41.** 130.21 **42.** 17.87 **43.** 30.04, 4.97 **44.** 22.97 **45.1.** A_1= 52°31'41'', B_1= 108°3'', C_1= 19°28'16'', c_1= 2.1; A_2= 8°50'40'', B_2= 10°37'36'', C_2= 160°31'44'', c_2= 10.84 **45.2.** A_1= 116°15'45'', C_1= 13°44'15'', a_1= 7.02, c_1= 1.86; A_2= 13°44'15'', C_2= 116°15'45'', a_2= 1.86, c_2= 7.02 **45.3.** A = 70°, a = 3.76, b = 3.07, c = 3,47 **46.1.** A_1= 77°58'21'', B_1= 45°35'5'', C_1= 56°26'34'', a_1= 8.22; A_2= 10°51'29'', B_2= 45°35'5'', C_2= 123°33'26'', a_2= 1.58 **46.2.** A_1= 73°33'26'', C_1= 56°26'34'', a_1= 7.51, c_1= 6.53; A_2= 6°26'34'', C_2= 123°33'26'', a_2= 0.88, c_2= 6.53 **46.3.** A= 70°, a= 7.08, b= 5.77, c= 6.53 **47.1.** A = C = 64°37'23'', B = 50°45'14'', a = 7 **47.2.** A_1= 74°33'49'', C_1= 55°26'11'', a_1= 7.55, c_1= 6.45; A_2= 55°26'11'', C_2= 74°33'49'', a_2= 6.45, c_2= 7.55; **47.3.** A = 70°, a = 7.31, b = 5.96, c = 6.73 **48.1.** A_1= 14°35'55'', B_1= 108°57'31'', C_1= 55°26'34'', a_1= 1.6, c_1= 5.29; A_2= 10°57'53'', B_2= 45°28'41'', C_2= 123°33'26'', a_2= 1.6, c_2= 7.01 **48.2.** A= 15°34'28'', B= 104°25'22'', a= 1.6, b= 5.77, c= 5.16 **49.1.** A_1= 79°40'37'', B_1=23°54'43'', C_1= 76°24'40'', b_1= 2.06, c_1= 4.94; A_2= 79°40'37'', B_2=76°24'40'', C_2= 23°54'43'', b_2= 4.94, c_2= 2.06 **49.2.** A_1= 95°18'11'', C_1= 21°41'49'', a_1= 5.24, b_1= 4.56, c_1= 2.2; A_2= 24°41'49'', C_2= 95°18'11'', a_2= 2.2, b_2= 4.56, c_2= 5.24 **50.1.** A_1= 72°22'42'', B_1= 50°10'44'', C_1= 56°26'34'', a_1= 7.49, c_1= 6.51; A_2= 24°13'52'', B_2= 32°12'42'', C_2= 123°33'26'', a_2= 4.62, c_2= 9.38 **50.2.** A= 67°30'8'', B= 42°29'52'', a= 7.28, b= 5.32, c= 7.4 **51.** A_1= 18°52'57'', B_1= 31°33'54'', C_1= 129°33'9'', a_1= 4, b_1= 6.47, c_1= 9.53; A_2= 18°52'57'', B_2= 129°33'9'', C_2= 31°33'54'', a_2= 4, b_2= 9.53, c_2= 6.47;