Отчет по лабораторной работе №3

Модель боевых действий

Динькиев Валерий

Содержание

List of Tables

List of Figures

1 Цель работы

Построить упрощенную модель боевых действий с помощью Python.

2 Задание

Вариант 16 Между страной Õ и страной Ó идет война. Численности состава войск исчисляются от начала войны и являются временными функциями $x(t)$ и $y(t)$. В начальный момент времени страна Õ имеет армию численностью 39 800 человек, а в распоряжении страны Ó армия численностью в 21 400 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты a, b, c, h постоянны. Также считаем $P(t)$ и $Q(t)$ непрерывными функциями.

Постройте графики изменения численности войск армии Õ и армии Ó для следующих случаев:

1. Модель боевых действий между регулярными войсками

$$\frac{\partial x}{\partial t} = -0,42x(t) - 0,68y(t) + \sin(5t+1)$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = -0,59x(t) - 0,43y(t) + \cos(5t+2)$$

2. Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

$$\frac{\partial x}{\partial t} = -0,301x(t) - 0,7y(t) + \sin(20t) + 1$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = -0,502x(t)y(t) - 0,4y(t) + \cos(20t) + 1$$

3 Выполнение лабораторной работы

1. Модель боевых действий между регулярными войсками.

1.1. Изучил начальные условия. Коэффициент смертности, не связанный с боевыми действиями, у первой армии 0,42, а у второй – 0,43. Коэффициент эффективности первой и второй армии 0,59 и 0,68 соответственно. Функция, описывающая подход подкрепление первой армии, $P(t) = \sin(5t + 1)$, подкрепление второй армии описывается функцией $Q(t) = \cos(5t + 2)$. $x_0 = 39800$ – людей 1-ой армии, $y_0 = 21400$ – людей 2-ой армии.

1.2. Построим численное решение для начальных условий:

```
x_0 = 39800
y_0 = 21400
a_1 = 0.42
b_1 = 0.68
c_1 = 0.59
h_1 = 0.43
def P_1(t):
    p_1 = np.sin(5t + 1)
    return p_1

def Q_1(t):
    q_1 = np.cos(5t + 2)
    return q_1
```

1.3. Для времени задал следующие условия: $t_0 = 0$ – начальный момент времени, $t_{max} = 1$ –предельный момент времени, $dt = 0,05$ – шаг изменения времени.

1.4. Добавил в программу условия, описывающие время:

```
t_0 = 0
t_max = 1
dt = 0.05
t = np.arange(t_0, t_max, dt)
```

1.5. Запрограммировал заданную систему дифференциальных уравнений, описывающих изменение количества людей в армии:

```
def S_1(f, t):
    s_1 = -a_1*f[0] - b_1*f[1] + P_1(t)
    s_2 = -c_1*f[0] - h_1*f[1] + Q_1(t)
    return s_1, s_2
```

1.6. Создал вектор начальной численности армий:

```
v = np.array([x0, y0])
```

1.7. Запрограммировал решение системы уравнений:

```
f_1 = odeint(S1, v, t)
```

1.8. Построил график изменения численности армий:

```
plt.plot(t, f1)
```

2.1. Изучил начальные условия. Коэффициент смертности, не связанный с боевыми действиями, у первой армии 0,301, а у второй – 0,4. Коэффициент эффективности первой и второй армии 0,502 и 0,7 соответственно. Функция, описывающая подход подкрепление первой армии, $P(t) = \sin(20t) + 1$, подкрепление второй армии описывается функцией $Q(t) = \cos(20t) + 1$. $x_0 = 39800$ – людей 1-ой армии, $y_0 = 21400$ – людей 2-ой армии.

2.2. Построим численное решение для начальных условий:

```
x_0 = 39800
y_0 = 21400
a_2 = 0.301
b_2 = 0.7
c_2 = 0.502
h_2 = 0.4
def P_2(t):
    p_2 = np.sin(20t) + 1
    return p_2


def Q_2(t):
    q_2 = np.cos(20t) + 1
    return q_2
```

2.3. Для времени задал следующие условия: $t_0 = 0$ – начальный момент времени, $t_{max} = 1$ –предельный момент времени, $dt = 0,05$ – шаг изменения времени.

2.4. Добавил в программу условия, описывающие время:

```
t_0 = 0
t_max = 1
dt = 0.05
t = np.arange(t_0, t_max, dt)
```

2.5. Функция заданной системы дифференциальных уравнений, которое описывает изменение количества людей в армии:

```
def S_2(f, t):
    s_1 = -a_2*f[0] - b_2*f[1] + P_2(t)
    s_2 = -c_2*f[0] - h_2*f[1] + Q_2(t)
    return s_1, s_2
```

2.6. Запрограммировал решение системы уравнений:

```
f_2 = odeint(S_2, v, t)
```

2.7. Построил график изменения численности армий:

```
plt.plot(t, f_2)
```

3. Программа на Python

```
import math
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt
x_0 = 39800
y_0 = 21400

a_1 = 0.42
b_1 = 0.68
c_1 = 0.59
h_1 = 0.43

a_2 = 0.301
b_2 = 0.7
c_2 = 0.502
h_2 = 0.4

t0 = 0
tmax = 1
dt = 0.05
t = np.arange(t0, tmax, dt)

def P_1(t):
```

```
    p_1 = np.sin(5*t + 1)
    return p_1

def Q_1(t):
    q_1 = np.cos(5*t + 2)
    return q_1

def P_2(t):
    p_2 = np.sin(20*t) + 1
    return p_2

def Q_2(t):
    q_2 = np.cos(20*t) + 1
    return q_2

def S_1(f, t):
    s_1 = -a_1*f[0] - b_1*f[1] + P_1(t)
    s_2 = -c_1*f[0] - h_1*f[1] + Q_1(t)
    return s_1, s_2

def S_2(f, t):
    s_1 = -a_2*f[0] - b_2*f[1] + P_2(t)
    s_2 = -c_2*f[0] - h_2*f[1] + Q_2(t)
    return s_1, s_2

v = np.array([x0, y0])
f_1 = odeint(S_1, v, t)
f_2 = odeint(S_2, v, t)
```

```
plt.plot(t, f_2)
plt.ylabel('Количество людей в армии')
plt.xlabel('Время')
plt.legend(['Армия X', 'Армия Y'])

plt.plot(t, f_1)
plt.ylabel('Количество людей в армии')
plt.xlabel('Время')
plt.legend(['Армия X', 'Армия Y'])
```

3.1. Получил графики изменения численностей армий (см. рис. 3.1 и 3.2)

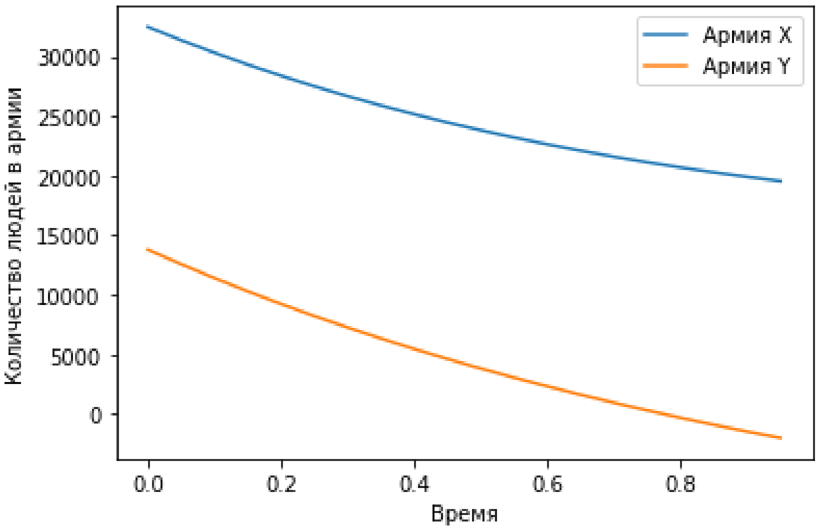

Figure 3.1: График боевых действий между регулярными войсками

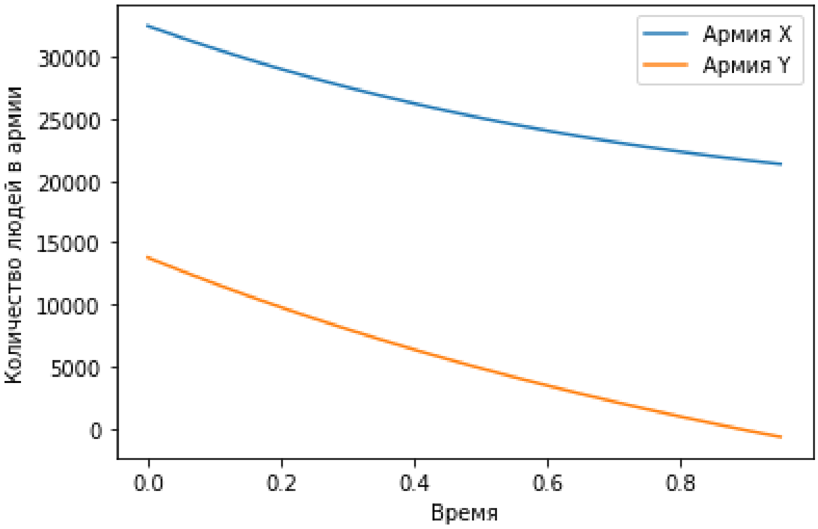

Figure 3.2: График боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

4 Выводы

Построил упрощенную модель боевых действий с помощью Python. В боевых действиях между регулярными войсками победит армия X. Также можно видеть по графику, что армии X понадобится довольно много времени, армию Y. В боевых действиях с участием регулярных войск и партизанских отрядов также победит армия X, но с меньшими потерями чем в случае с регулярными войсками.