Projektarbeit – Statistik – 14.06.-15.06.2023 – Valerie Münz

Aufgabe 1: Produktqualität

Anpassungstest

Zunächst χ^2-Anpassungstest, um zu überprüfen, ob die drei Datensätze der angenommenen Verteilung (Vergangenheit) entsprechen.

Hypothesen

H_0: Der Datensatz entspricht der angenommenen Verteilung
H_1: Der Datensatz entspricht nicht der angenommenen Verteilung

$\chi^2 \geq \chi^2_{kritisch}$ Verwerfen der Nullhypothese

Voraussetzungen

- Nominal oder ordinal skalierte Daten -> ja
- Mindestens 50 Datenpunkte -> ja
- Daten liegen in Absolutwerten vor -> ja

<u>Linie 1</u>

```
> obs<-c(10,13,16,18,27,9,5)
> erw<-c(0.09,0.12,0.22,0.17,0.20,0.12,0.08)
> chisq.test(x=obs,p=erw)

        Chi-squared test for given probabilities

data:  obs
X-squared = 6.3006, df = 6, p-value = 0.3904
```

$\chi^2 = 6{,}3006 < \chi^2_{kritisch} = 12{,}592$

$p = 39{,}04\% > a = 5\%$

Kein Beleg für die Alternativhypothese, wir verbleiben in der Nullhypothese, der Datensatz der Linie 1 entspricht der angenommenen Verteilung aus der Vergangenheit.

<u>Linie 2</u>

```
> obs<-c(15,12,20,14,25,8,6)
> erw<-c(0.09,0.12,0.22,0.17,0.20,0.12,0.08)
> chisq.test(x=obs,p=erw)

        Chi-squared test for given probabilities

data:  obs
X-squared = 7.7946, df = 6, p-value = 0.2535
```

$\chi^2 = 7{,}7946 < \chi^2_{kritisch} = 12{,}592$

$p = 25{,}35\% > a = 5\%$

Kein Beleg für die Alternativhypothese, wir verbleiben in der Nullhypothese, der Datensatz der Linie 2 entspricht der angenommenen Verteilung aus der Vergangenheit.

Linie 3

```
> obs<-c(11,20,21,12,20,12,6)
> erw<-c(0.09,0.12,0.22,0.17,0.20,0.12,0.08)
> chisq.test(x=obs,p=erw)

        Chi-squared test for given probabilities

data:  obs
X-squared = 7.6018, df = 6, p-value = 0.2688
```

$\chi^2 = 7{,}6018 < \chi^2_{kritisch} = 12{,}592$

$p = 26{,}88\% > a = 5\%$

Kein Beleg für die Alternativhypothese, wir verbleiben in der Nullhypothese, der Datensatz der Linie 3 entspricht der angenommenen Verteilung aus der Vergangenheit.

Unabhängigkeitstest

Dann χ^2-Unabhängigkeitstest, um zu überprüfen, ob ein Zusammenhang zwischen der jeweiligen Linie und der Fehlerart besteht.

Hypothesen

H_0: Es besteht kein Zusammenhang zwischen Linie und Fehler (Unabhängigkeit)
H_1: Es besteht ein Zusammenhang zwischen Linie und Fehler (Abhängigkeit)
$\chi^2 \geq \chi^2_{kritisch}$ Verwerfen der Nullhypothese

```
        Pearson's Chi-squared test

data:  data
X-squared = 7.7022, df = 12, p-value = 0.8079
```

$\chi^2 = 7{,}7022 < \chi^2_{kritisch} = 21{,}026$

$p = 80{,}79\% > a = 5\%$

Kein Beleg für die Alternativhypothese, wir verbleiben in der Nullhypothese, es besteht kein Zusammenhang zwischen Linie und Fehler.

Fazit Aufgabe 1:

Die aktuelle Fehlerzusammensetzung entspricht der Fehlerzusammensetzung in der Vergangenheit. Auch besteht zwischen den Linien und den Fehlern kein Zusammenhang.

Aufgabe 2: Alternative

Es soll untersucht werden, ob die Veränderung der Faltvorrichtung zu einer Verbesserung der Flugzeit führt. Daher möchte ich den t-Test für unabhängige Stichproben nutzen, um zu überprüfen, ob der Mittelwert der Alternative signifikant über dem Mittelwert des Base-Modells liegt.

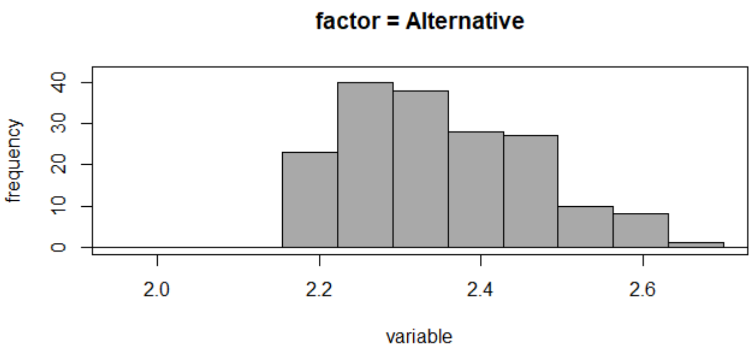
Voraussetzungen für den t-Test für zwei unabhängige Stichproben

- Mindestens intervallskaliert -> ja
- Keine extremen Ausreißer -> muss getestet werden, wenn Grafiken Hinweise darauf geben
- Normalverteilung der Grundgesamtheiten (bzw. n ≥ 30) -> Stichproben sind größer 30, teste trotzdem zur Sicherheit
- Keine signifikanten Streuungsunterschiede -> muss getestet werden

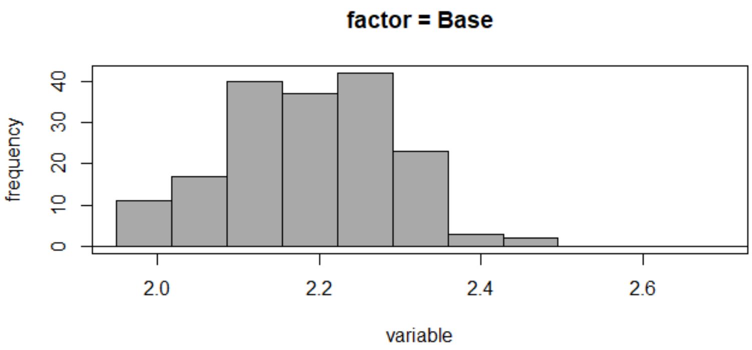
Deskriptivstatistik

```
Rcmdr>  summary(Alternative)
      Base          Alternative
 Min.   :1.963   Min.   :2.156
 1st Qu.:2.106   1st Qu.:2.259
 Median :2.200   Median :2.338
 Mean   :2.188   Mean   :2.348
 3rd Qu.:2.267   3rd Qu.:2.433
 Max.   :2.451   Max.   :2.672
```

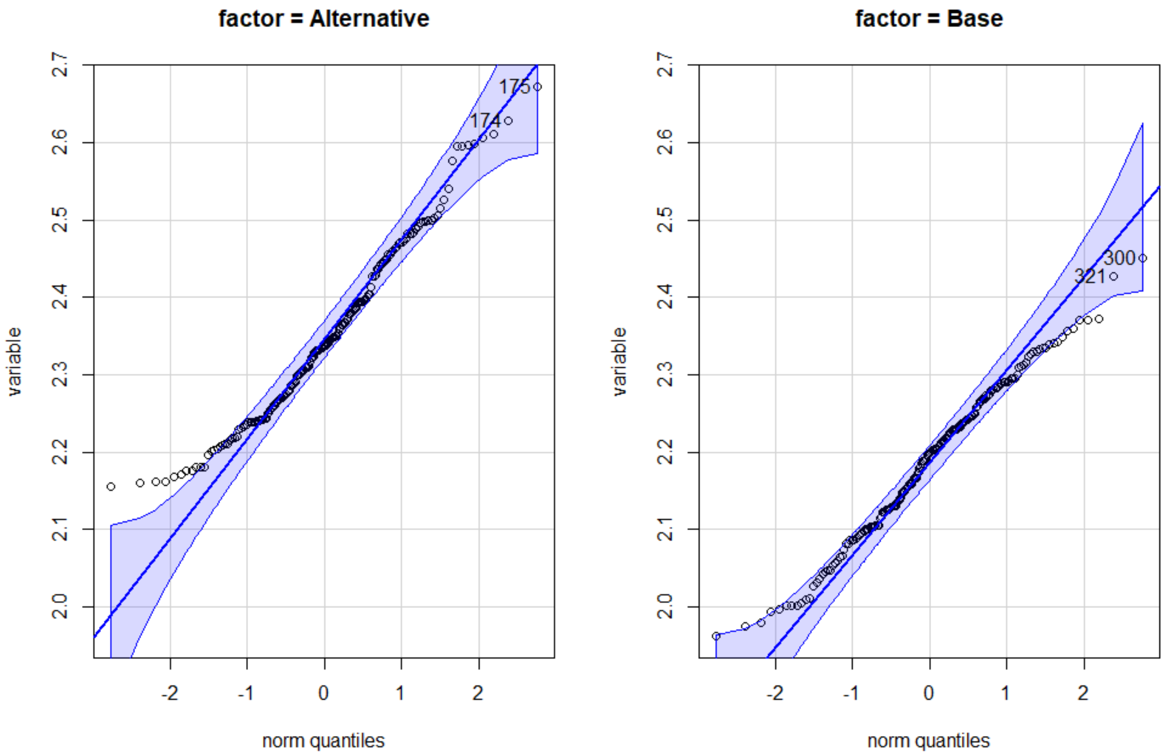
```
                mean        sd    IQR    0%    25%   50%   75%  100%   n
Alternative 2.348377 0.1130999 0.1740 2.156 2.2590 2.338 2.433 2.672 175
Base        2.188103 0.1016003 0.1615 1.963 2.1055 2.200 2.267 2.451 175
```



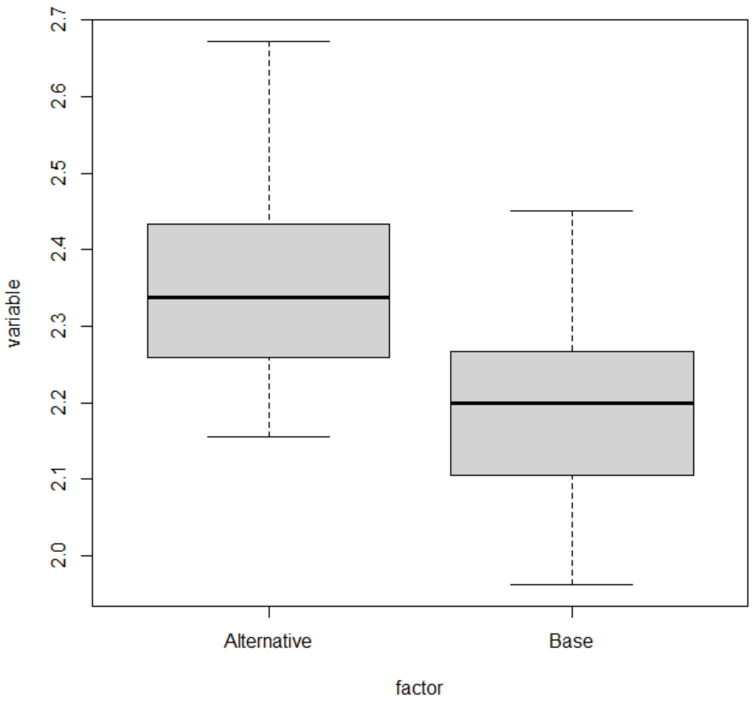
Auffälligkeiten Alternative:
- rechtsschief/linkssteil
- unimodal
- etwas längerer Tail rechts



Auffälligkeiten Base:
- linksschief/rechtssteil
- leicht bimodal (zwei Peaks)
- zwei sehr kleine Säulen bei 2.4.



Bei beiden Stichproben fallen einige Werte aus dem Konfidenzbereich raus, im mittleren Bereich schmiegen sich die Verteilungen aber schön an die Normalverteilungslinie.



Die Box von Alternative sieht sehr symmetrisch aus. Jedoch hat sie nach unten einen recht kurzen und nach oben einen recht langen Whisker. Dies bedeutet, dass sich im unteren Bereich viele Daten in einem kleinen Bereich befinden und im oberen Bereich viele Daten in einem größeren Bereich liegen. Die Box von Base sieht nicht ganz so symmetrisch aus, dafür sind ihre Whisker aber ähnlich lang. Die Streuung nach oben und unten scheint ähnlich zu sein.

Die Mittelwerte scheinen leicht unterschiedlich zu liegen.

Test auf Normalverteilung

H_0 Die Daten folgen der der Normalverteilung
H_1 Die Daten folgen nicht der Normalverteilung

```
 p-values adjusted by the Holm method:
            unadjusted adjusted
Alternative 0.0010786  0.0021573
Base        0.2073275  0.2073275
```

Base: $p = 20{,}73\% > a = 5\%$ → Verbleib in der Nullhypothese → normalverteilt
Alternative: $p = 0{,}11\% < a = 5\%$ → Wechsel in die Alternativhypothese → nicht normalverteilt

Test auf Varianzhomogenität

H_0 Die Varianzen sind gleich
H_1 Die Varianzen unterscheiden sich

```
Rcmdr>  Tapply(variable ~ factor, var, na.action=na.omit, data=Stacked_Alternative) # variances by group
Alternative       Base 
 0.01279159  0.01032262 

Rcmdr>  leveneTest(variable ~ factor, data=Stacked_Alternative, center="mean")
Levene's Test for Homogeneity of Variance (center = "mean")
       Df F value Pr(>F)
group   1  1.3631 0.2438
      348               
```

$p = 24\% > a5\%$ -> Verbleib in der Nullhypothese, die Varianzen sind gleich

Mit Levene getestet, da dieser Test auch für nicht-normalverteilte Verteilungen funktioniert.

Voraussetzungen für den t-Test für zwei unabhängige Stichproben

• intervallskaliert -> ja
• Keine Ausreißer -> kein Hinweis in den Grafiken, einige Werte verlassen bei der Alternative das Konfidenzintervall (QQ-Diagramm), sie sind dort aber nicht alleine, bei den Boxplots gibt es keine Hinweise auf Ausreißer
• Normalverteilung der Grundgesamtheiten (bzw. n ≥ 30) -> getestet, nur Base ist normalverteilt, Alternative nicht
• Keine signifikanten Streuungsunterschiede -> ja, getestet

- ➔ Eine Voraussetzung ist nicht erfüllt, mögliche Alternativen im Vorgehen sind Transformation der Daten und Überprüfung auf mögliche Ausreißer

Die Versuche über Logarithmieren oder ziehen der Wurzel eine Transformation durchzuführen haben nicht zum Ergebnis einer Normalverteilung bei Alternative geführt.

Ergebnisse Log:

```
 factor = Alternative

        Shapiro-Wilk normality test

data:  variablelog
W = 0.97659, p-value = 0.004759

 --------
 factor = Base

        Shapiro-Wilk normality test

data:  variablelog
W = 0.98759, p-value = 0.1264

 --------

 p-values adjusted by the Holm method:
            unadjusted adjusted
Alternative 0.0047591  0.0095183
Base        0.1264027  0.1264027
```

Ergebnisse Wurzel:

```
 factor = Alternative

        Shapiro-Wilk normality test

data:  variablewurzel
W = 0.97407, p-value = 0.002348

 --------
 factor = Base

        Shapiro-Wilk normality test

data:  variablewurzel
W = 0.98858, p-value = 0.1704

 --------

 p-values adjusted by the Holm method:
            unadjusted adjusted
Alternative 0.0023476  0.0046952
Base        0.1703543  0.1703543
```

Versuch über Yeo-Johnson-Transformation etwas zu erreichen:

```
Rcmdr>  summary(powerTransform(Alternative ~ 1, data=Alternative, family="yjPower"))
yjPower Transformation to Normality
   Est Power Rounded Pwr Wald Lwr Bnd Wald Upr Bnd
Y1   -5.4089          -2       -9.6911      -1.1267

 Likelihood ratio test that transformation parameter is equal to 0
                              LRT df      pval
LR test, lambda = (0) 6.320992  1 0.011932
```

Beide Gruppen wurden mit einem Lambda-Wert von -5,4089 transformiert.
(Formel: $((x+1)^{\lambda}-1)/\lambda$)
Anschließend wurde wieder ein Test auf Normalverteilung durchgeführt.

```
 p-values adjusted by the Holm method:
            unadjusted adjusted
Alternative 0.0524523  0.0524523
Base        0.0014794  0.0029589
```

Jetzt ist zwar die Alternative normalverteilt, Base jedoch nicht mehr.

Die Verteilung von Alternative auf Ausreißer zu testen (z.B. mit Grubbs) wird zu keinem Ergebnis führen, da auch wenn wir einen Wert aus der Stichprobe entfernen, die Verteilung noch nicht normalverteilt sein wird. Dies wiederum ist eine Voraussetzung für den Ausreißer-Test.

Da sowohl Transformation als auch Überprüfung auf Ausreißer nicht weiterhilft, werden jetzt nicht-parametrische Verfahren genutzt.

Wilcoxon-Test für unabhängige Stichproben

Einseitiger Test, da gefragt ist, ob es zu einer Verbesserung der Flugzeit kommt.

H_0 Alternative – Base ≤ 0
H_1 Alternative – Base > 0

```
Rcmdr>  Tapply(variable ~ factor, median, na.action=na.omit, data=Stacked_Alternative) # medians by group
Alternative        Base
      2.338       2.200

Rcmdr>  wilcox.test(variable ~ factor, alternative="greater", data=Stacked_Alternative)

        Wilcoxon rank sum test with continuity correction

data:  variable by factor
W = 26042, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: true location shift is greater than 0
```

Sehr kleiner p-Wert, kleiner als α von 5% -> Wechsel zur Alternativhypothese, die Flugzeit hat sich durch die Veränderung signifikant verbessert.

Fazit Aufgabe 2:

Leider war es nicht möglich nur parametrische Verfahren anzuwenden. Da die Stichprobe der Alternative nicht normal verteilt ist und auch die Versuche einer Transformation nicht zu Normalverteilung (für beide Stichproben) geführt haben, konnte der t-Test für unabhängige Stichproben nicht durchgeführt werden.
Stattdessen wurde der Wilcoxon-Test für unabhängige Stichproben genutzt. Hier ist das Ergebnis, dass die Veränderung der Faltvorrichtung zu einer signifikant besseren Flugzeit geführt hat.
Die veränderten Faltvorrichtungen sollten also beibehalten werden.

Aufgabe 3: Vergleiche

1mal t-Test für gepaarte Stichproben, (eventuell Korrelation vorher prüfen)
für den Rest einfaktorielle ANOVA gegen Base

Überprüfung mehrerer geänderter Flugmodelle auf Wirksamkeit
3a) Unterschiede in der Wirksamkeit der Änderungen hinsichtlich Base-Modell?
3b) Welcher Modelltyp besitzt die besten Flugeigenschaften?

3a) t-Test für verbundene Stichproben

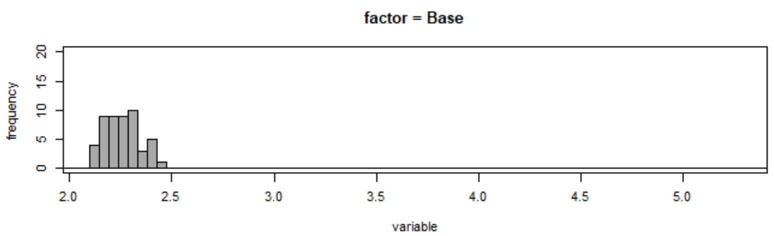
FL gegen Base, da Base aus FL gefertigt wird nachdem die Messung für FL stattfand

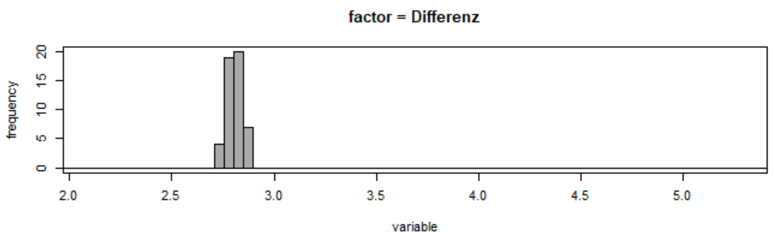
Voraussetzungen für den t-Test für zwei verbundene Stichproben

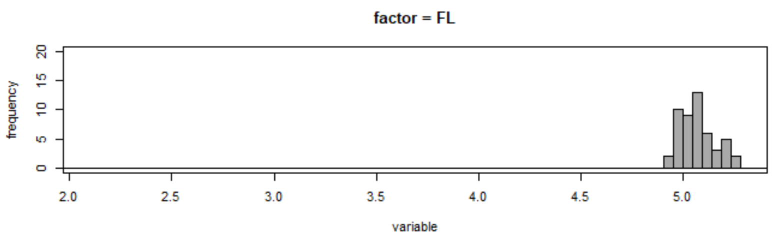
- Abhängigkeit der Stichproben -> ja, ein Modell wird aus dem anderen gefertigt
- Für die zu bildenden Differenzpaare ist gefordert
    - Mindestens intervallskaliert -> ja, es handelt sich um Flugzeit
    - Normalverteilung (bzw. n ≥ 30) -> besser testen, auch wenn Stichprobe größer 30
    - Möglichst positive Korrelation (sonst kann die Power leiden) -> testen

Deskriptivstatistik

```
Rcmdr>  summary(Base_FL)
      Base               FL              Differenz
 Min.   :2.100   Min.   :4.910   Min.   :2.720
 1st Qu.:2.195   1st Qu.:5.000   1st Qu.:2.790
 Median :2.260   Median :5.060   Median :2.810
 Mean   :2.262   Mean   :5.070   Mean   :2.808
 3rd Qu.:2.320   3rd Qu.:5.115   3rd Qu.:2.837
 Max.   :2.440   Max.   :5.280   Max.   :2.870

            mean         sd    IQR   0%   25%  50%    75% 100%  n
Base      2.2622 0.08291353 0.1250 2.10 2.195 2.26 2.3200 2.44 50
Differenz 2.8082 0.03514924 0.0475 2.72 2.790 2.81 2.8375 2.87 50
FL        5.0704 0.08573714 0.1150 4.91 5.000 5.06 5.1150 5.28 50
```



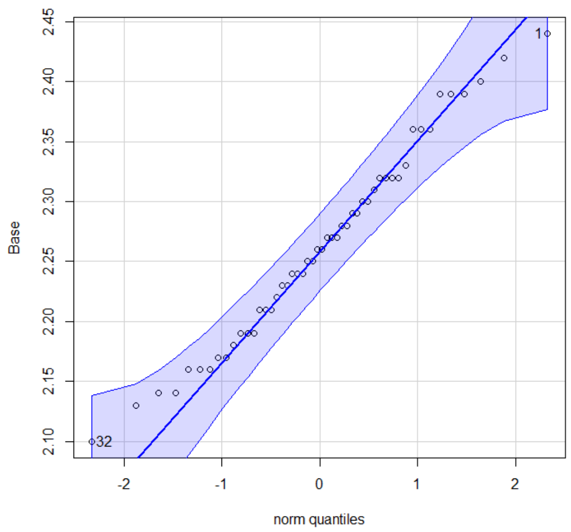




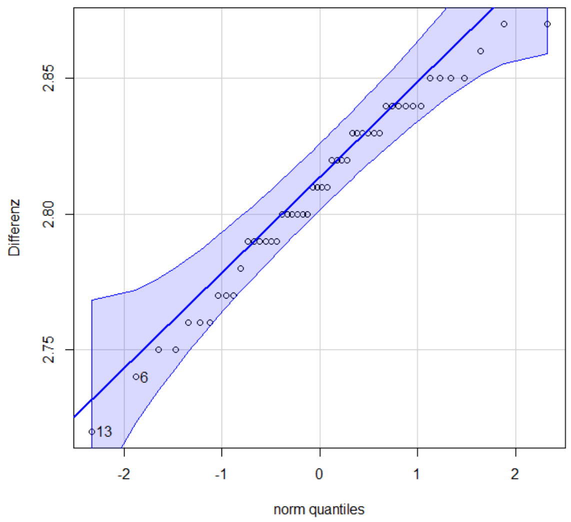
Hier habe ich die Anzahl der Klassen auf jeweils 50 geändert, bei der automatischen Anzahl der Klassen gab es in jedem Diagramm nur eine dicke Säule, die so gut wie keine Aussage macht, außer über die Lage.

Sieht soweit erstmal alles einigermaßen normalverteilt aus, wird im Anschluss noch getestet.

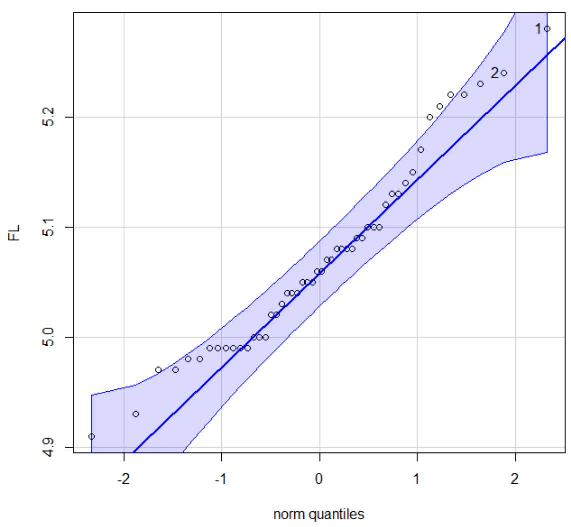
Auf den QQ-Diagrammen für die gestapelten Daten kann man nichts erkennen. Daher QQ-Diagramm für alle drei (inkl. Differenz) einzeln. (unterschiedliche Lage beachten)



Base:
Alle Werte liegen im Konfidenzbereich, auffällig ist, dass meist einige Werte auf einer waagrechten Linie liegen.



Differenz:
Alle Werte liegen im Konfidenzbereich, auch hier fast immer einige Werte auf waagrechten Linien, durch die Differenzbildung entstehen jeweils einige gleiche Werte.



FL:
Fast alle Werte liegen im Konfidenzbereich, auffällig ist im oberen Bereich eine Kurve.

Test auf Normalverteilung

```
 --------
 factor = Base

        Shapiro-Wilk normality test

data:  variable
W = 0.98119, p-value = 0.6032

 --------
 factor = Differenz

        Shapiro-Wilk normality test

data:  variable
W = 0.97196, p-value = 0.2775

 --------
 factor = FL

        Shapiro-Wilk normality test

data:  variable
W = 0.95607, p-value = 0.06086

 --------

 p-values adjusted by the Holm method:
          unadjusted adjusted
Base      0.60325    0.60325
Differenz 0.27749    0.55499
FL        0.06086    0.18258
```

Base:
$p = 60{,}32\% > a = 5\%$ -> Verbleib in der Nullhypothese -> man kann von Normalverteilung ausgehen

Differenz:
$p = 27{,}75\% > a = 5\%$ -> Verbleib in der Nullhypothese -> man kann von Normalverteilung ausgehen

FL:
$p = 6{,}086\% > a = 5\%$ -> Verbleib in der Nullhypothese -> man kann von Normalverteilung ausgehen

Test auf Korrelation

```
Rcmdr>  cor(Base_FL_oD[,c("Base","FL")], use="complete")
          Base        FL
Base 1.0000000 0.9136632
FL   0.9136632 1.0000000
```

Der Korrelationskoeffizient liegt bei 0,91. Es liegt also eine strake positive bzw. klare Korrelation vor, d.h. steigt die Flugzeit von Base, steigt auch die Flugzeit von FL und umgekehrt.

→ Die Voraussetzungen für den t-Test für verbundene Stichproben sind also erfüllt.

t-Test für verbundene Stichproben

Hypothesen für zweiseitigen Test

Zunächst zweiseitiger Test, um zu überprüfen, ob es signifikante Unterschiede zwischen beiden Stichproben gibt.

$\bar{x}_d = \bar{x}_1 - \bar{x}_2$
$H_0\ \bar{x}_d = 0$
$H_1\ \bar{x}_d \neq 0$

```
        Paired t-test

data:  FL and Base
t = 564.93, df = 49, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: true mean difference is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 2.798211 2.818189
sample estimates:
mean difference
         2.8082
```

$p = 2e^{-16}\,\% < a = 5\%$ -> Wechsel in die Alternativhypothese, es gibt einen signifikanten Unterschied zwischen beiden Stichproben.

Hypothesen für einseitigen Test

Jetzt nochmal einseitiger Test, um zu prüfen, ob FL signifikant bessere Flugzeiten als Base hat.

$\bar{x}_d = Mittelwert\ FL - Mittelwert\ Base$
$H_0\ \bar{x}_d \leq 0$
$H_1\ \bar{x}_d > 0$

```
        Paired t-test

data:  FL and Base
t = 564.93, df = 49, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: true mean difference is greater than 0
95 percent confidence interval:
 2.799866      Inf
sample estimates:
mean difference
         2.8082
```

$p = 2e^{-16}\ \% < \alpha = 5\%$ -> Wechsel in die Alternativhypothese, die Flugzeit von FL ist signifikant besser als die Flugzeit von Base.

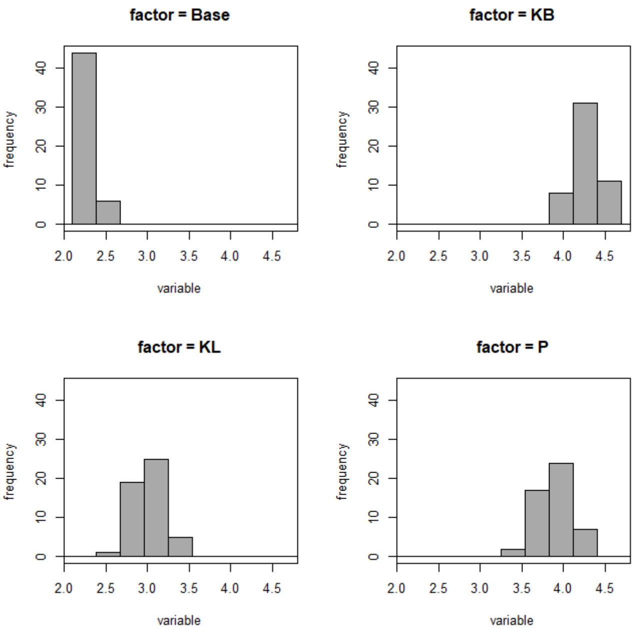
3a) Einfaktorielle ANOVA

Voraussetzungen für die einfaktorielle ANOVA

• Mindestens intervallskalierte abhängige Variable -> ja, es handelt sich um Flugzeit
• Merkmalsausprägungen müssen unabhängig voneinander sein -> ja, diese Modelle wurden alle einzeln gefertigt
• Normalverteilung der abhängigen Variablen in allen Gruppen
• Gleiche Varianz in allen Gruppen

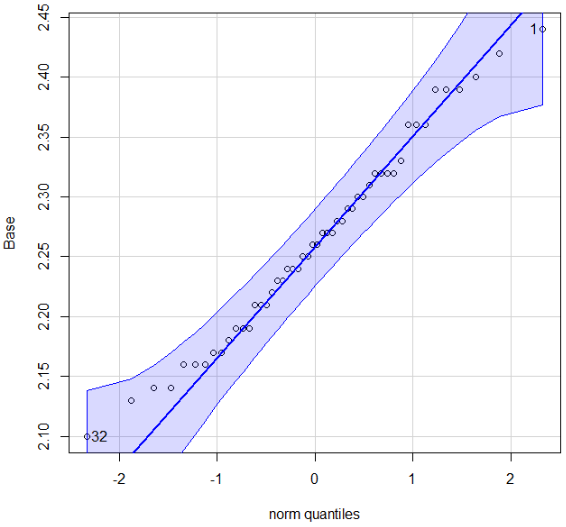
Deskriptivstatistik

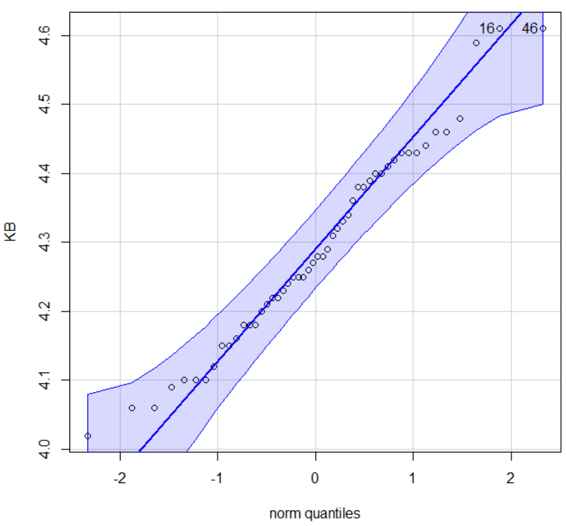
```
Rcmdr>  summary(Drei_ANOVA)
      Base              KB               KL               P
 Min.   :2.100   Min.   :4.020   Min.   :2.620   Min.   :3.490
 1st Qu.:2.195   1st Qu.:4.180   1st Qu.:2.902   1st Qu.:3.743
 Median :2.260   Median :4.275   Median :3.035   Median :3.880
 Mean   :2.262   Mean   :4.290   Mean   :3.018   Mean   :3.894
 3rd Qu.:2.320   3rd Qu.:4.400   3rd Qu.:3.125   3rd Qu.:4.060
 Max.   :2.440   Max.   :4.610   Max.   :3.350   Max.   :4.280

       mean         sd    IQR   0%    25%   50%   75% 100%  n
Base 2.2622 0.08291353 0.1250 2.10 2.1950 2.260 2.320 2.44 50
KB   4.2896 0.14617518 0.2200 4.02 4.1800 4.275 4.400 4.61 50
KL   3.0180 0.16293231 0.2225 2.62 2.9025 3.035 3.125 3.35 50
P    3.8944 0.19991998 0.3175 3.49 3.7425 3.880 4.060 4.28 50
```

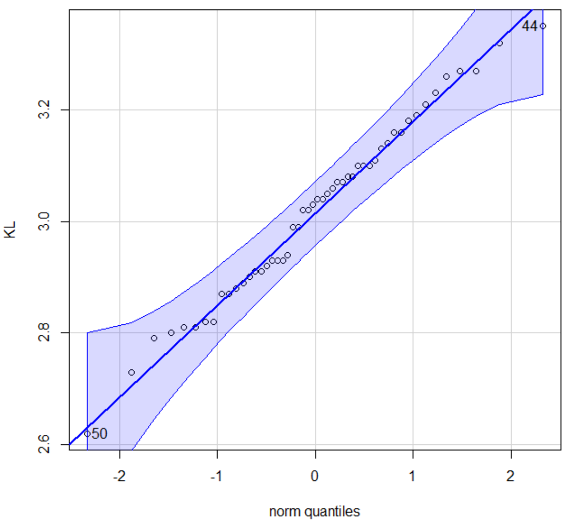


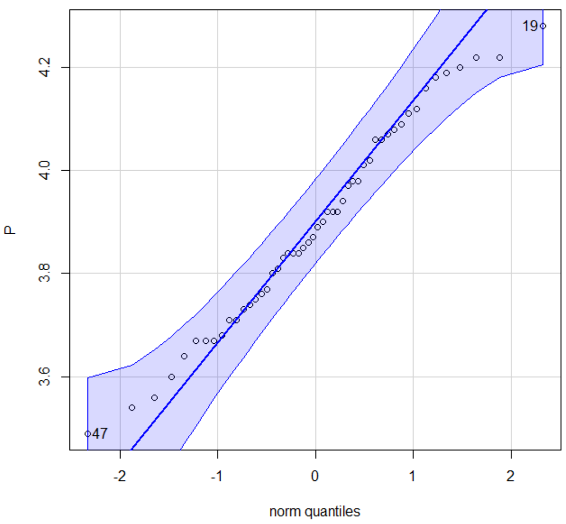
Keine große Aussagekraft, man sieht nur, dass Base um 2.0, KL um 3.0, P um 4.0 und KB zwischen 4.0 und 4.5 liegt.

Bei den QQ-Diagrammen der gestapelten Variablen lässt sich leider wieder fast nichts erkennen, daher auch hier nochmal einzeln. (unterschiedliche Lage beachten)

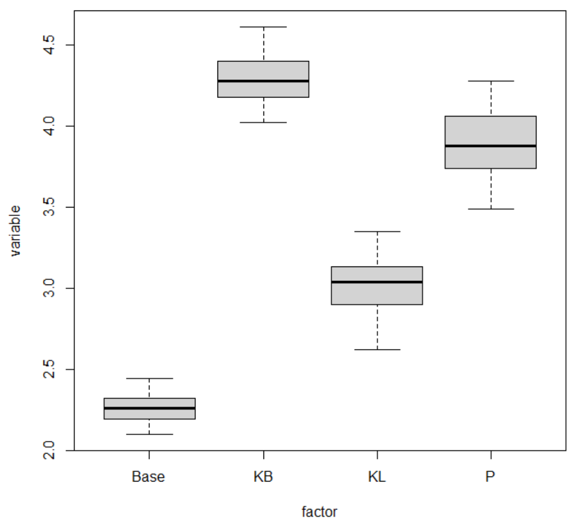


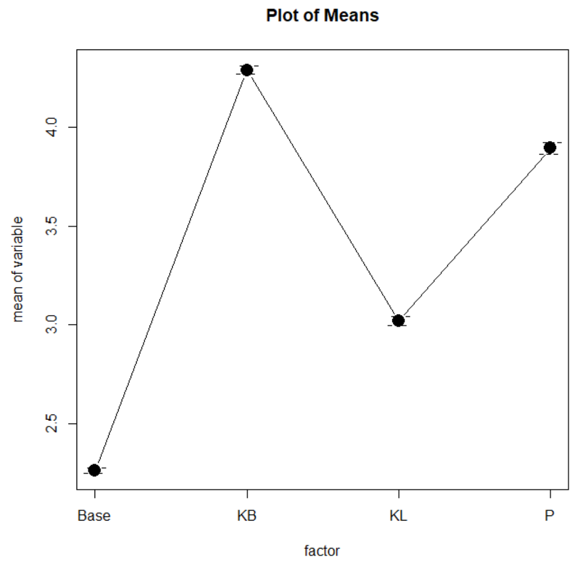






Alle Kurven haben eine ähnliche Form, die Werte im mittleren Bereich liegen nahe der Normalverteilungslinie. Im oberen und unteren Bereich ist jeweils eine leichte Kurve, sodass insgesamt jeweils eine leichte S-Kurve entsteht. Die Werte liegen alle im Konfidenzbereich, sieht also erstmal normalverteilt aus.





Boxplots und Plot der Mittelwerte, hier sieht man deutlich die Lageunterschiede der verschiedenen Stichproben. Zudem ist im Boxplot erkennbar, dass bei Base viele Werte im 50% Bereich um den Mittelwert liegen, bei KB und KL sind es etwas mehr und bei P am meisten.

Test auf Normalverteilung

```
 factor = Base

        Shapiro-Wilk normality test

data:  variable
W = 0.98119, p-value = 0.6032

 --------
 factor = KB

        Shapiro-Wilk normality test

data:  variable
W = 0.97424, p-value = 0.3411

 --------
 factor = KL

        Shapiro-Wilk normality test

data:  variable
W = 0.98759, p-value = 0.8746

 --------
 factor = P

        Shapiro-Wilk normality test

data:  variable
W = 0.97946, p-value = 0.5295

 --------

 p-values adjusted by the Holm method:
     unadjusted adjusted
Base 0.60325    1
KB   0.34109    1
KL   0.87460    1
P    0.52949    1
```

Base:
$p = 60{,}32\% > a = 5\%$ -> Verbleib in der Nullhypothese -> man kann von Normalverteilung ausgehen

KB:
$p = 34{,}11\% > a = 5\%$ -> Verbleib in der Nullhypothese -> man kann von Normalverteilung ausgehen

KL:
$p = 87{,}46\% > a = 5\%$ -> Verbleib in der Nullhypothese -> man kann von Normalverteilung ausgehen

P:
$p = 97{,}95\% > a = 5\%$ -> Verbleib in der Nullhypothese -> man kann von Normalverteilung ausgehen

Test auf Varianzhomogenität

H_0 Die Varianzen sind gleich

H_1 Die Varianzen unterscheiden sich

```
        Bartlett test of homogeneity of variances

data:  variable by factor
Bartlett's K-squared = 34.175, df = 3, p-value = 0.0000001819
```

p ist sehr klein, daher Wechsel in die Alternativhypothese, die Varianzen unterscheiden sich.

→ Die Voraussetzungen für die einfaktorielle ANOVA sind nicht erfüllt, es muss zu einem nicht-parametrischen Verfahren gewechselt werden.

Kruskal-Wallis-Test

H_0: Die Zentrallagen der einzelnen Gruppen unterscheiden sich nicht voneinander

H_1: Mindestens zwei Gruppen unterscheiden sich in der Zentrallage

```
        Kruskal-Wallis rank sum test

data:  variable by factor
Kruskal-Wallis chi-squared = 182.64, df = 3, p-value < 2.2e-16
```

p ist sehr klein, daher Wechsel in die Alternativhypothese, mind. zwei Gruppen unterscheiden sich in ihrer Zentrallage.

Paarweiser Wilcoxon Test

```
        Pairwise comparisons using Wilcoxon rank sum test with continuity correction

data:  Stacked_Vergleiche[, c("variable")] and Stacked_Vergleiche$factor

   Base   KB     KL    
KB <2e-16 -      -     
KL <2e-16 <2e-16 -     
P  <2e-16 2e-14  <2e-16

P value adjustment method: holm
```

Habe ein bisschen mit Hilfe von Chat GPT rum probiert, bis dann schließlich obiges Ergebnis erschien. Alle Werte sind sehr klein, das bedeutet alle Gruppen unterscheiden sich voneinander in ihrer Zentrallage.

Alternative zu Kruskal-Wallis-Test: Welch ANOVA

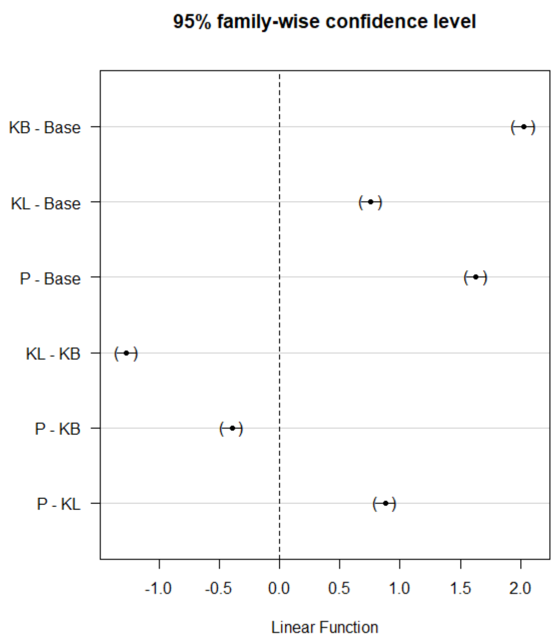
```
Rcmdr>  AnovaModel.1 <- aov(variable ~ factor, data=Stacked_Vergleiche)

Rcmdr>  summary(AnovaModel.1)
             Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)    
factor        3 123.59   41.20    1739 <2e-16 ***
Residuals   196   4.64    0.02                   
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Rcmdr>  with(Stacked_Vergleiche, numSummary(variable, groups=factor,
Rcmdr+    statistics=c("mean", "sd")))
       mean         sd data:n
Base 2.2622 0.08291353     50
KB   4.2896 0.14617518     50
KL   3.0180 0.16293231     50
P    3.8944 0.19991998     50

Rcmdr>  oneway.test(variable ~ factor, data=Stacked_Vergleiche) # Welch test

        One-way analysis of means (not assuming equal variances)

data:  variable and factor
F = 2875.9, num df = 3.00, denom df = 102.48, p-value < 2.2e-16
```

```
Multiple Comparisons of Means: Tukey Contrasts


Fit: aov(formula = variable ~ factor, data = Stacked_Vergleiche)

Linear Hypotheses:
               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
KB - Base == 0  2.02740    0.03078   65.86   <2e-16 ***
KL - Base == 0  0.75580    0.03078   24.55   <2e-16 ***
P - Base == 0   1.63220    0.03078   53.02   <2e-16 ***
KL - KB == 0   -1.27160    0.03078  -41.31   <2e-16 ***
P - KB == 0    -0.39520    0.03078  -12.84   <2e-16 ***
P - KL == 0     0.87640    0.03078   28.47   <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
(Adjusted p values reported -- single-step method)
```

Jeweils sehr kleine p-Werte, alles hochsignifikant (***), jeweils Wechsel in die Alternativhypothese, die Mittelwerte unterscheiden sich voneinander, bei allen Gruppen gegeneinander.

```
         Simultaneous Confidence Intervals

Multiple Comparisons of Means: Tukey Contrasts


Fit: aov(formula = variable ~ factor, data = Stacked_Vergleiche)

Quantile = 2.5921
95% family-wise confidence level
 

Linear Hypotheses:
               Estimate lwr     upr    
KB - Base == 0  2.0274   1.9476  2.1072
KL - Base == 0  0.7558   0.6760  0.8356
P - Base == 0   1.6322   1.5524  1.7120
KL - KB == 0   -1.2716  -1.3514 -1.1918
P - KB == 0    -0.3952  -0.4750 -0.3154
P - KL == 0     0.8764   0.7966  0.9562

Base   KB   KL    P 
 "a"  "b"  "c"  "d" 
```

Hier sieht man auch nochmal, dass jede Gruppe eine eigene „Familie“ hat, keine der Stichproben stammen aus einer gemeinsamen Grundgesamtheit.



Keines der Konfidenzintervalle liegt im Bereich der Null. Ebenfalls Beleg dafür, dass sich alle Stichproben voneinander unterscheiden.

3b) Welcher Modelltyp besitzt die besten Flugeigenschaften?

Alle neuen Modelle (KB, KL, P und FL) sind wie in den Grafiken zu erkennen besser als das Base-Modell hinsichtlich der Flugzeit.
Bei Tukey Contrasts erkennt man, dass die Mittelwerte von Base und KB am weitesten auseinander liegen. Von den drei Modellen KB, KL und P schneidet KB also am besten ab.
Jetzt muss KB noch mit FL verglichen werden.

t-Test für unabhängige Stichproben

- Mindestens intervallskaliert -> ja
- Keine extremen Ausreißer -> bereits positiv auf Normalverteilung getestet, daher keine Ausreißer
- Normalverteilung der Grundgesamtheiten (bzw. $n \geq 30$) -> ja, bereits getestet
- Keine signifikanten Streuungsunterschiede -> muss getestet werden

Test auf Varianzhomogenität

H_0 Die Varianzen sind gleich
H_1 Die Varianzen unterscheiden sich

```
        Bartlett test of homogeneity of variances

data:  variable by factor
Bartlett's K-squared = 13.197, df = 1, p-value = 0.0002803
```

p ist sehr klein, daher Wechsel in die Alternativhypothese, die Varianzen unterscheiden sich.

➔ Die Voraussetzungen für den t-Test für unabhängige Stichproben sind nicht erfüllt. Daher Wechsel zu einem nicht parametrischen Verfahren.

Wilcoxon-Test für unabhängige Stichproben

Einseitiger Test, da die Frage ist, ob das FL-Modell besser hinsichtlich der Flugzeit abschneidet als das KB-Modell.

H_0 FL – KB ≤ 0
H_1 FL – KB > 0

```
        Wilcoxon rank sum test with continuity correction

data:  variable by factor
W = 2500, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: true location shift is greater than 0
```

p ist sehr klein, daher Wechsel in die Alternativhypothese, das FL Modell ist besser als das KB-Modell.

Fazit Aufgabe 3:

Alle neuen Modelle unterscheiden sich vom Base-Modell und auch untereinander. Bei allen wird eine Verbesserung der Flugzeit im Vergleich zum Base-Modell festgestellt. Am besten schneidet das FL-Modell ab.

Aufgabe 4: Flugzeit vs. Preis

Mehrfaktorielle ANOVA (Körper-B, Flügel-L, Körper-L, Papierart) – Wirkung auf Zeit
Mehrfaktorielle ANOVA (Körper-B, Flügel-L, Körper-L, Papierart) – Wirkung auf Preis
Vergleich der beiden Wirkungen siehe Übung ANOVA Zwei

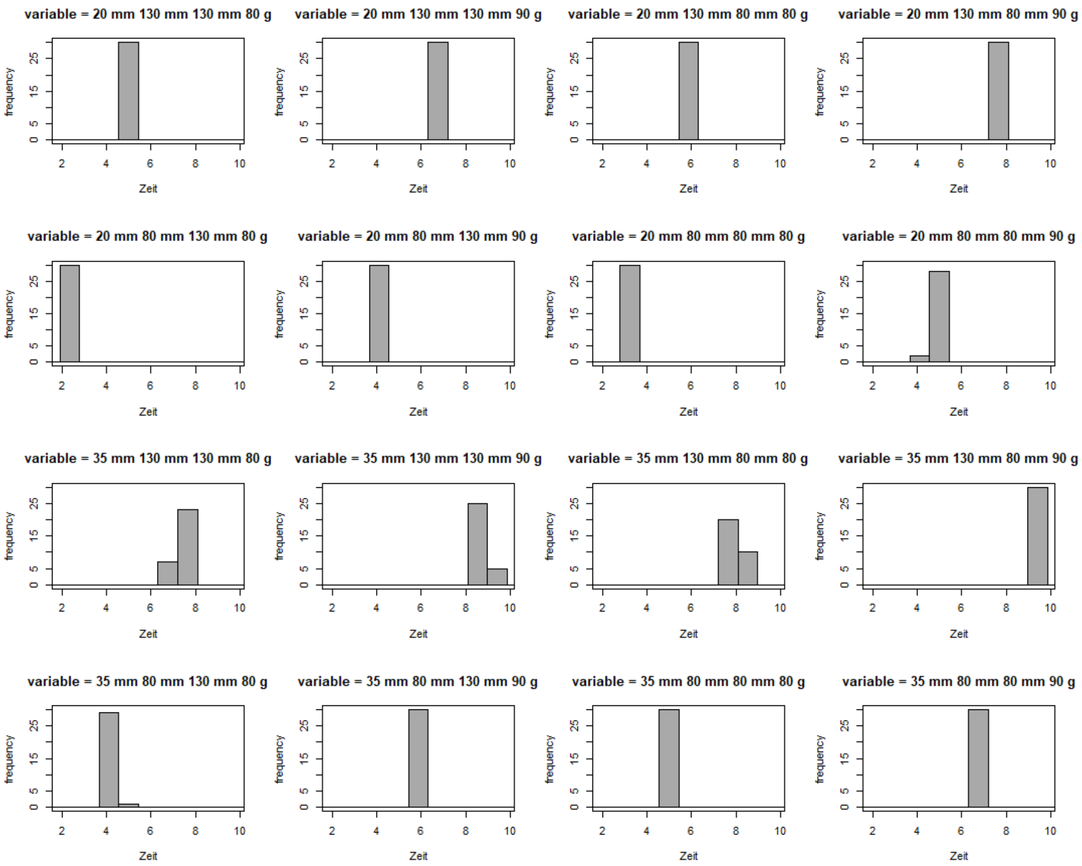
Die Frage ist, ob für die Materialkosten vergleichbare Einflüsse gelten wie für die Flugzeitverbesserung. Daher möchte ich zunächst durch eine mehrfaktorielle ANOVA die Wirkung der einzelnen Faktoren auf die Zeit und anschließend durch eine zweite mehrfaktorielle ANOVA die Wirkung der einzelnen Faktoren auf den Preis untersuchen. Zum Schluss werde ich dann die Wirkungen auf die Zeit und den Preis miteinander vergleichen.

Mehrfaktorielle ANOVA – Wirkung auf Zeit

Voraussetzungen

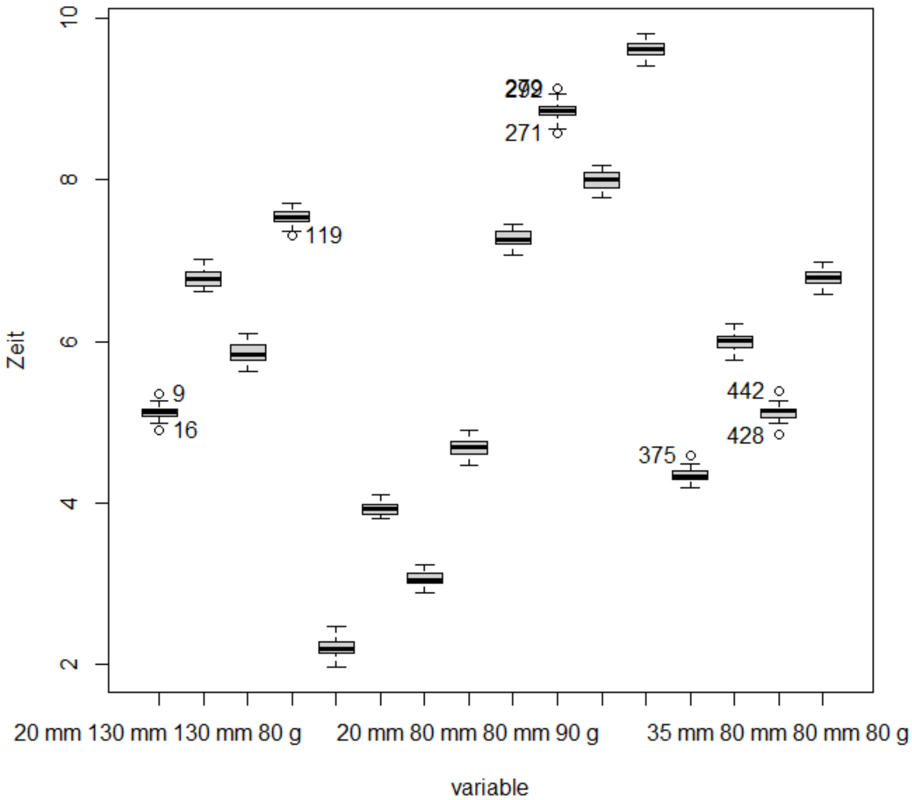
- Mindestens intervallskalierte abhängige Variable -> ja, es handelt sich hier um Flugzeit/-dauer
- Merkmalsausprägungen müssen unabhängig voneinander sein -> ja, nehmen wir an
- Normalverteilung der abhängigen Variablen innerhalb der einzelnen Gruppen -> wird getestet
- Gleiche Varianz aller Gruppen -> wird getestet

Deskriptivstatistik



Eine erste Übersicht über die sich ergebenden Gruppen und die Lagen und Ausprägungen ihrer Verteilungen.

Eine QQ-Diagramm-Matrix für alle Gruppen gleichzeitig wird von R blockiert, es kann nur maximal 12 Gruppen gleichzeitig darstellen.



Besonders viel lässt sich aus der Boxplot-Übersicht nicht herauslesen. Jedoch sieht man, dass die Mittelwerte der unterschiedlichen Gruppen sehr unterschiedlich liegen und dass manche Gruppen auch auffällige Werte aufweisen, die außerhalb der Whisker liegen.

Die Beschriftung der x-Achse kann man ignorieren. Die Namen der einzelnen Gruppen sind zu lang und können von R nicht an den jeweils passenden Stellen dargestellt werden.

Test auf Normalverteilung

```
--------
variable = 20 mm 130 mm 130 mm 80 g

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Zeit
W = 0.96793, p-value = 0.4841

--------
variable = 20 mm 130 mm 130 mm 90 g

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Zeit
W = 0.96178, p-value = 0.3437

--------
variable = 20 mm 130 mm 80 mm 80 g

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Zeit
W = 0.97506, p-value = 0.6845

--------
variable = 20 mm 130 mm 80 mm 90 g

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Zeit
W = 0.98224, p-value = 0.8816

--------
variable = 20 mm 80 mm 130 mm 80 g

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Zeit
W = 0.97476, p-value = 0.6756

--------
variable = 20 mm 80 mm 130 mm 90 g

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Zeit
W = 0.95001, p-value = 0.1692

--------
variable = 20 mm 80 mm 80 mm 80 g

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Zeit
W = 0.96399, p-value = 0.39

--------
variable = 20 mm 80 mm 80 mm 90 g

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Zeit
W = 0.9785, p-value = 0.7845

--------
```

```
--------
variable = 35 mm 130 mm 130 mm 80 g

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Zeit
W = 0.97722, p-value = 0.7478

--------
variable = 35 mm 130 mm 130 mm 90 g

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Zeit
W = 0.96395, p-value = 0.3891

--------
variable = 35 mm 130 mm 80 mm 80 g

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Zeit
W = 0.96917, p-value = 0.5167

--------
variable = 35 mm 130 mm 80 mm 90 g

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Zeit
W = 0.96075, p-value = 0.3236

--------
variable = 35 mm 80 mm 130 mm 80 g

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Zeit
W = 0.96031, p-value = 0.3155

--------
variable = 35 mm 80 mm 130 mm 90 g

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Zeit
W = 0.98383, p-value = 0.9156

--------
variable = 35 mm 80 mm 80 mm 80 g

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Zeit
W = 0.94468, p-value = 0.1216

--------
variable = 35 mm 80 mm 80 mm 90 g

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Zeit
W = 0.96812, p-value = 0.4892

--------
```

```
 p-values adjusted by the Holm method:
                        unadjusted adjusted
20 mm 130 mm 130 mm 80 g 0.48409    1
20 mm 130 mm 130 mm 90 g 0.34374    1
20 mm 130 mm 80 mm 80 g  0.68454    1
20 mm 130 mm 80 mm 90 g  0.88156    1
20 mm 80 mm 130 mm 80 g  0.67564    1
20 mm 80 mm 130 mm 90 g  0.16919    1
20 mm 80 mm 80 mm 80 g   0.38998    1
20 mm 80 mm 80 mm 90 g   0.78455    1
35 mm 130 mm 130 mm 80 g 0.74784    1
35 mm 130 mm 130 mm 90 g 0.38912    1
35 mm 130 mm 80 mm 80 g  0.51673    1
35 mm 130 mm 80 mm 90 g  0.32365    1
35 mm 80 mm 130 mm 80 g  0.31550    1
35 mm 80 mm 130 mm 90 g  0.91560    1
35 mm 80 mm 80 mm 80 g   0.12162    1
35 mm 80 mm 80 mm 90 g   0.48918    1
```

Alle unadjusted p-Werte sind größer als α von 5%, also Verbleib in der Nullhypothese. Es kann bei allen Gruppen von Normalverteilung ausgegangen werden.

Test auf Varianzhomogenität

```
Rcmdr>  Tapply(Zeit ~ variable, var, na.action=na.omit, data=Flugzeit)
Rcmdr+    # variances by group
20 mm 130 mm 130 mm 80 g 20 mm 130 mm 130 mm 90 g  20 mm 130 mm 80 mm 80 g 
             0.008680920              0.011805172              0.013282759 
 20 mm 130 mm 80 mm 90 g  20 mm 80 mm 130 mm 80 g  20 mm 80 mm 130 mm 90 g 
             0.009119655              0.010873678              0.007351264 
  20 mm 80 mm 80 mm 80 g   20 mm 80 mm 80 mm 90 g 35 mm 130 mm 130 mm 80 g 
             0.009575747              0.010689195              0.010134368 
35 mm 130 mm 130 mm 90 g  35 mm 130 mm 80 mm 80 g  35 mm 130 mm 80 mm 90 g 
             0.014846092              0.012599540              0.010678276 
 35 mm 80 mm 130 mm 80 g  35 mm 80 mm 130 mm 90 g   35 mm 80 mm 80 mm 80 g 
             0.008225402              0.010955057              0.010624023 
  35 mm 80 mm 80 mm 90 g 
             0.012126897 

Rcmdr>  bartlett.test(Zeit ~ variable, data=Flugzeit)

        Bartlett test of homogeneity of variances

data:  Zeit by variable
Bartlett's K-squared = 7.0737, df = 15, p-value = 0.9556
```

Der p-Wert ist mit 95% deutlich größer als α von 5%, es gibt keinen Beleg für die Alternativhypothese, daher Verbleib in der Nullhypothese. Es kann bei allen Gruppen von gleichen Varianzen ausgegangen werden.

- ➔ Es sind also alle Voraussetzungen für die mehrfaktorielle ANOVA erfüllt.

Hypothesen für die mehrfaktorielle ANOVA – Wirkung auf Zeit

Hauptfaktoren

Körperbreite

H_0: Es gibt **keinen** Unterschied der Flugzeit bei verschiedenen Körperbreiten.
H_1: Es gibt einen Unterschied der Flugzeit bei verschiedenen Körperbreiten.

Flügellänge

H_0: Es gibt **keinen** Unterschied der Flugzeit bei verschiedenen Flügellängen.
H_1: Es gibt einen Unterschied der Flugzeit bei verschiedenen Flügellängen.

Körperlänge

H_0: Es gibt **keinen** Unterschied der Flugzeit bei verschiedenen Körperlängen.
H_1: Es gibt einen Unterschied der Flugzeit bei verschiedenen Körperlängen.

Papier
H_0: Es gibt **keinen** Unterschied der Flugzeit bei verschiedenen Papierstärken.
H_1: Es gibt einen Unterschied der Flugzeit verschiedenen Papierstärken.

Zweifach-Wechselwirkung

Wechselwirkung Körperbreite:Flügellänge
H_0: Die Flugzeit der verschiedenen Körperbreiten wird **nicht** durch die Flügellänge beeinflusst.
H_1: Die Flugzeit der verschiedenen Körperbreiten ist abhängig von der Flügellänge.

Wechselwirkung Körperbreite:Körperlänge
H_0: Die Flugzeit der verschiedenen Körperbreiten wird **nicht** durch die Körperlänge beeinflusst.
H_1: Die Flugzeit der verschiedenen Körperbreiten ist abhängig von der Körperlänge.

Wechselwirkung Körperbreite:Papier
H_0: Die Flugzeit der verschiedenen Körperbreiten wird **nicht** durch die Papierstärke beeinflusst.
H_1: Die Flugzeit der verschiedenen Körperbreiten ist abhängig von der Papierstärke.

Wechselwirkung Flügellänge:Körperlänge
H_0: Die Flugzeit der verschiedenen Flügellängen wird **nich**t durch die Körperlänge beeinflusst.
H_1: Die Flugzeit der verschiedenen Flügellängen ist abhängig von der Körperlänge.

Wechselwirkung Flügellänge:Papier
H_0: Die Flugzeit der verschiedenen Flügellängen wird **nich**t durch die Papierstärke beeinflusst.
H_1: Die Flugzeit der verschiedenen Flügellängen ist abhängig von der Papierstärke.

Wechselwirkung Körperlänge:Papier
H_0: Die Flugzeit der verschiedenen Körperlängen wird **nich**t durch die Papierstärke beeinflusst.
H_1: Die Flugzeit der verschiedenen Körperlängen ist abhängig von der Papierstärke.

Dreifach-Wechselwirkung

Wechselwirkung Körperbreite:Flügellänge:Körperlänge
H_0: Körperbreite, Flügellänge und Körperlänge beeinflussen sich nicht gegenseitig hinsichtlich ihrer jeweiligen Flugzeit.
H_1: Die Flugzeit von Körperbreite, Flügellänge und Körperlänge ist abhängig von den jeweils zwei anderen Faktoren.

Wechselwirkung Körperbreite:Flügellänge:Papier
H_0: Körperbreite, Flügellänge und Papier beeinflussen sich nicht gegenseitig hinsichtlich ihrer jeweiligen Flugzeit.
H_1: Die Flugzeit von Körperbreite, Flügellänge und Papier ist abhängig von den jeweils zwei anderen Faktoren.

Wechselwirkung Körperbreite:Körperlänge:Papier
H_0: Körperbreite, Körperlänge und Papier beeinflussen sich nicht gegenseitig hinsichtlich ihrer jeweiligen Flugzeit.
H_1: Die Flugzeit von Körperbreite, Körperlänge und Papier ist abhängig von den jeweils zwei anderen Faktoren.

Wechselwirkung Flügellänge:Körperlänge:Papier
H_0: Flügellänge, Körperlänge und Papier beeinflussen sich nicht gegenseitig hinsichtlich ihrer jeweiligen Flugzeit.
H_1: Die Flugzeit von Flügellänge, Körperlänge und Papier ist abhängig von den jeweils zwei anderen Faktoren.

Vierfach-Wechselwirkung

Wechselwirkung Körperbreite:Flügellänge:Körperlänge:Papier

H_0: Körperbreite, Flügellänge, Körperlänge und Papier beeinflussen sich nicht gegenseitig hinsichtlich ihrer jeweiligen Flugzeit.

H_1: Die Flugzeit von Körperbreite, Flügellänge, Körperlänge und Papier ist abhängig von den jeweils drei anderen Faktoren.

```
Response: Zeit
                                   Sum Sq  Df    F value    Pr(>F)
Flügel.L                           987.28   1 92071.2551 < 2.2e-16 ***
Körper.B                           531.51   1 49567.5071 < 2.2e-16 ***     Hauptfaktoren
Körper.L                            71.13   1  6633.6456 < 2.2e-16 ***
Papier                             328.62   1 30645.9680 < 2.2e-16 ***
Flügel.L:Körper.B                    0.03   1     2.4623  0.117289
Flügel.L:Körper.L                    0.08   1     6.9943  0.008454 **
Körper.B:Körper.L                    0.00   1     0.1437  0.704809         Zweifach-Wechselwirkung
Flügel.L:Papier                      0.02   1     2.1674  0.141644
Körper.B:Papier                      0.05   1     5.0931  0.024486 *
Körper.L:Papier                      0.00   1     0.0252  0.873990
Flügel.L:Körper.B:Körper.L           0.01   1     0.8732  0.350557
Flügel.L:Körper.B:Papier             0.02   1     1.7253  0.189656         Dreifach-Wechselwirkung
Flügel.L:Körper.L:Papier             0.03   1     3.2025  0.074176 .
Körper.B:Körper.L:Papier             0.03   1     2.7467  0.098129 .
Flügel.L:Körper.B:Körper.L:Papier    0.03   1     2.3800  0.123579         Vierfach-Wechselwirkung
Residuals                            4.98 464
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

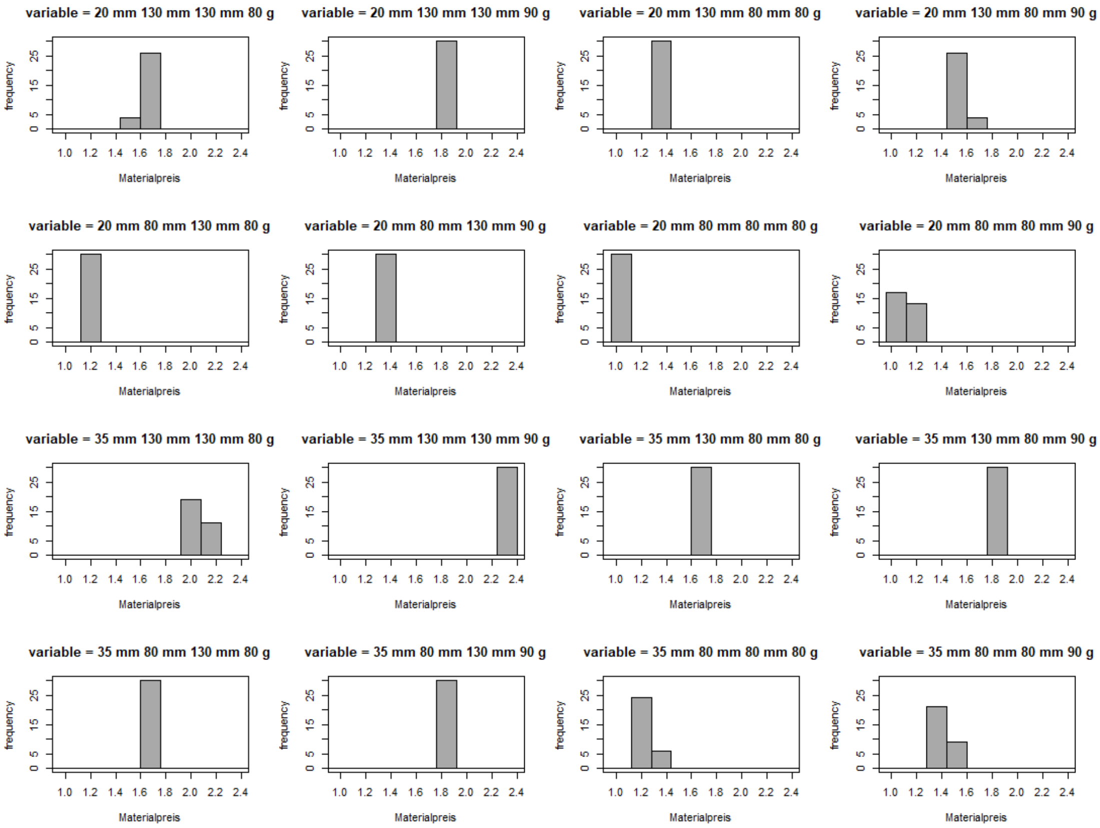
Residuen sind im Vergleich zu den Hauptfaktoren recht klein, es scheint so, dass alle auf die Flugzeit wirkenden Faktoren beachtet wurden.

Mehrfaktorielle ANOVA – Wirkung auf Preis

Voraussetzungen

- Mindestens intervallskalierte abhängige Variable -> ja, es handelt sich hier um den Materialpreis
- Merkmalsausprägungen müssen unabhängig voneinander sein -> ja, nehmen wir an
- Normalverteilung der abhängigen Variablen innerhalb der einzelnen Gruppen -> wird getestet
- Gleiche Varianz aller Gruppen -> wird getestet

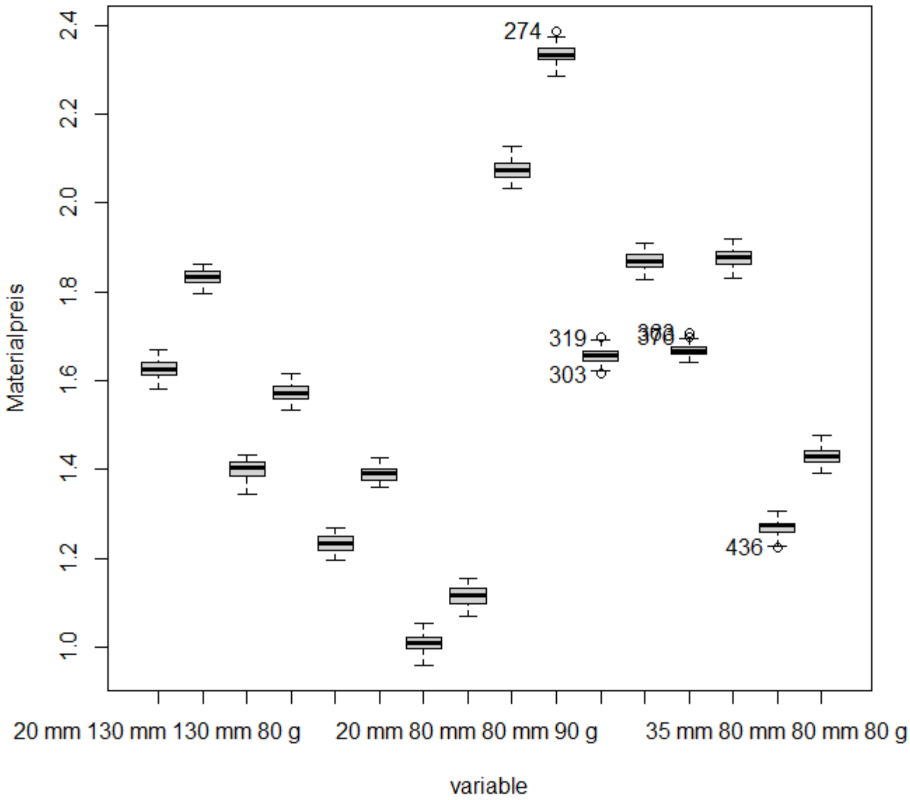
Deskriptivstatistik



Eine erste Übersicht über die sich ergebenden Gruppen und die Lagen und Ausprägungen ihrer Verteilungen.

Eine QQ-Diagramm-Matrix für alle Gruppen gleichzeitig wird von R blockiert, es kann nur maximal 12 Gruppen gleichzeitig darstellen.

Besonders viel lässt sich aus der Boxplot-Übersicht nicht herauslesen. Jedoch sieht man, dass die Mittelwerte der unterschiedlichen Gruppen sehr unterschiedlich liegen und dass manche Gruppen auch auffällige Werte aufweisen, die außerhalb der Whisker liegen.



Besonders viel lässt sich aus der Boxplot-Übersicht nicht herauslesen. Jedoch sieht man, dass die Mittelwerte der unterschiedlichen Gruppen sehr unterschiedlich liegen und dass manche Gruppen auch auffällige Werte aufweisen, die außerhalb der Whisker liegen.

Die Beschriftung der x-Achse kann man ignorieren. Die Namen der einzelnen Gruppen sind zu lang und können von R nicht an den jeweils passenden Stellen dargestellt werden.

Test auf Normalverteilung

```
--------
variable = 20 mm 130 mm 130 mm 80 g

	Shapiro-Wilk normality test

data:  Materialpreis
W = 0.98878, p-value = 0.9835

--------
variable = 20 mm 130 mm 130 mm 90 g

	Shapiro-Wilk normality test

data:  Materialpreis
W = 0.94327, p-value = 0.1114

--------
variable = 20 mm 130 mm 80 mm 80 g

	Shapiro-Wilk normality test

data:  Materialpreis
W = 0.95939, p-value = 0.2989

--------
variable = 20 mm 130 mm 80 mm 90 g

	Shapiro-Wilk normality test

data:  Materialpreis
W = 0.9751, p-value = 0.6857

--------
variable = 20 mm 80 mm 130 mm 80 g

	Shapiro-Wilk normality test

data:  Materialpreis
W = 0.97348, p-value = 0.6379

--------
variable = 20 mm 80 mm 130 mm 90 g

	Shapiro-Wilk normality test

data:  Materialpreis
W = 0.9757, p-value = 0.7033

--------
variable = 20 mm 80 mm 80 mm 80 g

	Shapiro-Wilk normality test

data:  Materialpreis
W = 0.97001, p-value = 0.5393

--------
variable = 20 mm 80 mm 80 mm 90 g

	Shapiro-Wilk normality test

data:  Materialpreis
W = 0.965, p-value = 0.4129

--------
```

```
--------
variable = 35 mm 130 mm 130 mm 80 g

	Shapiro-Wilk normality test

data:  Materialpreis
W = 0.96885, p-value = 0.5083

--------
variable = 35 mm 130 mm 130 mm 90 g

	Shapiro-Wilk normality test

data:  Materialpreis
W = 0.9952, p-value = 0.9999

--------
variable = 35 mm 130 mm 80 mm 80 g

	Shapiro-Wilk normality test

data:  Materialpreis
W = 0.98576, p-value = 0.9494

--------
variable = 35 mm 130 mm 80 mm 90 g

	Shapiro-Wilk normality test

data:  Materialpreis
W = 0.97317, p-value = 0.629

--------
variable = 35 mm 80 mm 130 mm 80 g

	Shapiro-Wilk normality test

data:  Materialpreis
W = 0.97192, p-value = 0.593

--------
variable = 35 mm 80 mm 130 mm 90 g

	Shapiro-Wilk normality test

data:  Materialpreis
W = 0.98562, p-value = 0.9472

--------
variable = 35 mm 80 mm 80 mm 80 g

	Shapiro-Wilk normality test

data:  Materialpreis
W = 0.95382, p-value = 0.2138

--------
variable = 35 mm 80 mm 80 mm 90 g

	Shapiro-Wilk normality test

data:  Materialpreis
W = 0.98619, p-value = 0.9556

--------
```

```
 p-values adjusted by the Holm method:
                         unadjusted adjusted
20 mm 130 mm 130 mm 80 g 0.98349    1
20 mm 130 mm 130 mm 90 g 0.11141    1
20 mm 130 mm 80 mm 80 g  0.29891    1
20 mm 130 mm 80 mm 90 g  0.68570    1
20 mm 80 mm 130 mm 80 g  0.63792    1
20 mm 80 mm 130 mm 90 g  0.70332    1
20 mm 80 mm 80 mm 80 g   0.53933    1
20 mm 80 mm 80 mm 90 g   0.41289    1
35 mm 130 mm 130 mm 80 g 0.50831    1
35 mm 130 mm 130 mm 90 g 0.99995    1
35 mm 130 mm 80 mm 80 g  0.94942    1
35 mm 130 mm 80 mm 90 g  0.62896    1
35 mm 80 mm 130 mm 80 g  0.59298    1
35 mm 80 mm 130 mm 90 g  0.94724    1
35 mm 80 mm 80 mm 80 g   0.21377    1
35 mm 80 mm 80 mm 90 g   0.95563    1
```

Alle unadjusted p-Werte sind größer als α von 5%, also Verbleib in der Nullhypothese. Es kann bei allen Gruppen von Normalverteilung ausgegangen werden.

Test auf Varianzhomogenität

```
Rcmdr>  Tapply(Materialpreis ~ variable, var, na.action=na.omit, data=Preis)
Rcmdr+     # variances by group
20 mm 130 mm 130 mm 80 g 20 mm 130 mm 130 mm 90 g  20 mm 130 mm 80 mm 80 g 
            0.0004898402             0.0003828517             0.0004725851 
 20 mm 130 mm 80 mm 90 g  20 mm 80 mm 130 mm 80 g  20 mm 80 mm 130 mm 90 g 
            0.0004792138             0.0003854586             0.0003314264 
  20 mm 80 mm 80 mm 80 g   20 mm 80 mm 80 mm 90 g 35 mm 130 mm 130 mm 80 g 
            0.0004067310             0.0005654437             0.0006215126 
35 mm 130 mm 130 mm 90 g  35 mm 130 mm 80 mm 80 g  35 mm 130 mm 80 mm 90 g 
            0.0005112241             0.0003861103             0.0004475126 
 35 mm 80 mm 130 mm 80 g  35 mm 80 mm 130 mm 90 g   35 mm 80 mm 80 mm 80 g 
            0.0002557747             0.0003969023             0.0003247230 
  35 mm 80 mm 80 mm 90 g 
            0.0004767402 

Rcmdr>  bartlett.test(Materialpreis ~ variable, data=Preis)

        Bartlett test of homogeneity of variances

data:  Materialpreis by variable
Bartlett's K-squared = 10.41, df = 15, p-value = 0.7932
```

Der p-Wert ist mit 79% deutlich größer als α von 5%, es gibt keinen Beleg für die Alternativhypothese, daher Verbleib in der Nullhypothese. Es kann bei allen Gruppen von gleichen Varianzen ausgegangen werden.

- ➔ Es sind also alle Voraussetzungen für die mehrfaktorielle ANOVA erfüllt.

Hypothesen für die mehrfaktorielle ANOVA – Wirkung auf Materialpreis

Hauptfaktoren

Körperbreite

H_0: Es gibt **keinen** Unterschied des Materialpreises bei verschiedenen Körperbreiten.
H_1: Es gibt einen Unterschied des Materialpreises bei verschiedenen Körperbreiten.

Flügellänge

H_0: Es gibt **keinen** Unterschied des Materialpreises bei verschiedenen Flügellängen.
H_1: Es gibt einen Unterschied des Materialpreises bei verschiedenen Flügellängen.

Körperlänge

H_0: Es gibt **keinen** Unterschied des Materialpreises bei verschiedenen Körperlängen.
H_1: Es gibt einen Unterschied des Materialpreises bei verschiedenen Körperlängen.

Papier
H_0: Es gibt **keinen** Unterschied des Materialpreises bei verschiedenen Papierstärken.
H_1: Es gibt einen Unterschied des Materialpreises verschiedenen Papierstärken.

Zweifach-Wechselwirkung

Wechselwirkung Körperbreite:Flügellänge
H_0: Der Materialpreis der verschiedenen Körperbreiten wird **nicht** durch die Flügellänge beeinflusst.
H_1: Der Materialpreis der verschiedenen Körperbreiten ist abhängig von der Flügellänge.

Wechselwirkung Körperbreite:Körperlänge
H_0: Der Materialpreis der verschiedenen Körperbreiten wird **nicht** durch die Körperlänge beeinflusst.
H_1: Der Materialpreis der verschiedenen Körperbreiten ist abhängig von der Körperlänge.

Wechselwirkung Körperbreite:Papier
H_0: Der Materialpreis der verschiedenen Körperbreiten wird **nicht** durch die Papierstärke beeinflusst.
H_1: Der Materialpreis der verschiedenen Körperbreiten ist abhängig von der Papierstärke.

Wechselwirkung Flügellänge:Körperlänge
H_0: Der Materialpreis der verschiedenen Flügellängen wird **nich**t durch die Körperlänge beeinflusst.
H_1: Der Materialpreis der verschiedenen Flügellängen ist abhängig von der Körperlänge.

Wechselwirkung Flügellänge:Papier
H_0: Der Materialpreis der verschiedenen Flügellängen wird **nich**t durch die Papierstärke beeinflusst.
H_1: Der Materialpreis der verschiedenen Flügellängen ist abhängig von der Papierstärke.

Wechselwirkung Körperlänge:Papier
H_0: Der Materialpreis der verschiedenen Körperlängen wird **nich**t durch die Papierstärke beeinflusst.
H_1: Der Materialpreis der verschiedenen Körperlängen ist abhängig von der Papierstärke.

Dreifach-Wechselwirkung

Wechselwirkung Körperbreite:Flügellänge:Körperlänge
H_0: Körperbreite, Flügellänge und Körperlänge beeinflussen sich nicht gegenseitig hinsichtlich ihres jeweiligen Materialpreises.
H_1: Der Materialpreis von Körperbreite, Flügellänge und Körperlänge ist abhängig von den jeweils zwei anderen Faktoren.

Wechselwirkung Körperbreite:Flügellänge:Papier
H_0: Körperbreite, Flügellänge und Papier beeinflussen sich nicht gegenseitig hinsichtlich ihres jeweiligen Materialpreises.
H_1: Der Materialpreis von Körperbreite, Flügellänge und Papier ist abhängig von den jeweils zwei anderen Faktoren.

Wechselwirkung Körperbreite:Körperlänge:Papier
H_0: Körperbreite, Körperlänge und Papier beeinflussen sich nicht gegenseitig ihres jeweiligen Materialpreises.
H_1: Der Materialpreis von Körperbreite, Körperlänge und Papier ist abhängig von den jeweils zwei anderen Faktoren.

Wechselwirkung Flügellänge:Körperlänge:Papier
H_0: Flügellänge, Körperlänge und Papier beeinflussen sich nicht gegenseitig hinsichtlich ihres jeweiligen Materialpreises.
H_1: Der Materialpreis von Flügellänge, Körperlänge und Papier ist abhängig von den jeweils zwei anderen Faktoren.

Vierfach-Wechselwirkung

Wechselwirkung Körperbreite:Flügellänge:Körperlänge:Papier

H_0: Körperbreite, Flügellänge, Körperlänge und Papier beeinflussen sich nicht gegenseitig hinsichtlich ihres jeweiligen Materialpreises.

H_1: Der Materialpreis von Körperbreite, Flügellänge, Körperlänge und Papier ist abhängig von den jeweils drei anderen Faktoren.

```
Response: Materialpreis
                               Sum Sq  Df    F value    Pr(>F)
Flügel.L                      21.3844   1 49343.5810 < 2.2e-16 ***
Körper.B                      16.9501   1 39111.5309 < 2.2e-16 ***    Hauptfaktoren
Körper.L                      13.8577   1 31976.0545 < 2.2e-16 ***
Papier                         4.1631   1  9606.0678 < 2.2e-16 ***
Flügel.L:Körper.B              0.0000   1     0.0001 0.9930063
Flügel.L:Körper.L              0.0006   1     1.4968 0.2217873
Körper.B:Körper.L              1.0168   1  2346.1826 < 2.2e-16 ***    Zweifach-Wechselwirkung
Flügel.L:Papier                0.0875   1   201.9807 < 2.2e-16 ***
Körper.B:Papier                0.0785   1   181.2293 < 2.2e-16 ***
Körper.L:Papier                0.0568   1   131.0888 < 2.2e-16 ***
Flügel.L:Körper.B:Körper.L     0.0053   1    12.2450 0.0005115 ***
Flügel.L:Körper.B:Papier       0.0001   1     0.1772 0.6739748        Dreifach-Wechselwirkung
Flügel.L:Körper.L:Papier       0.0008   1     1.9323 0.1651756
Körper.B:Körper.L:Papier       0.0003   1     0.7387 0.3905238
Flügel.L:Körper.B:Körper.L:Papier 0.0003 1    0.7387 0.3905238        Vierfach-Wechselwirkung
Residuals                      0.2011 464
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Residuen sind im Vergleich zu den Hauptfaktoren recht klein, es scheint so, dass alle auf den Materialpreis wirkenden Faktoren beachtet wurden.

Vergleich der Wirkungen auf Zeit und Preis

	ANOVA für Zeit	ANOVA für Preis	Unterschiedliche/gleiche Wirkung
Flügel.L	***	***	Gleich starke Wirkung
Flügel.B	***	***	Gleich starke Wirkung
Körper.L	***	***	Gleich starke Wirkung
Papier	***	***	Gleich starke Wirkung
Flügel.L:Körper.B			Gleich schwache Wirkung
Flügel.L:Körper.L	**		Unterschiedliche Wirkung
Körper.B:Körper.L		***	Unterschiedliche Wirkung
Flügel.L:Papier		***	Unterschiedliche Wirkung
Körper.B:Papier	*	***	Unterschiedliche Wirkung
Körper.L:Papier		***	Unterschiedliche Wirkung
Flügel.L:Körper.B:Körper.L		***	Unterschiedliche Wirkung
Flügel.L:Körper.B:Papier			Gleich schwache Wirkung
Flügel.L:Körper.L:Papier	.		Unterschiedliche Wirkung
Körper.B:Körper.L:Papier	.		Unterschiedliche Wirkung
Flügel.L:Körper.B:Körper.L:Papier			Gleich schwache Wirkung

***=äußerst signifikant **=sehr signifikant *=signifikant

Alle anderen Codes (. und   )geben an, dass der p-Wert größer 0,05 und somit nicht signifikant ist.

Sowohl auf die Flugzeit als auch auf den Materialpreis wirken die 4 Hauptfaktoren gleich stark.
Die Wirkung der Wechselwirkung von Flügellänge und Körperlänge auf die Zeit ist sehr signifikant, deren Wirkung auf den Preis allerdings gar nicht.
Die Wirkung der Wechselwirkungen von Körperbreite und Körperlänge; Flügellänge und Papier; Körperlänge und Papier auf den Preis sind äußerst signifikant, auf die Zeit wirken diese gar nicht.
Die Wirkung der Wechselwirkung von Körperbreite und Papier auf den Preis ist äußerst signifikant, auf die Zeit wirken sie signifikant.
Die Wirkung der Wechselwirkungen von Flügellänge und Körperbreite und Körperlänge auf den Preis ist äußerst signifikant, auf die Zeit wirken sie nicht.

Fazit Aufgabe 4:

Für die Materialkosten gelten hinsichtlich der vier Hauptfaktoren vergleichbare Einflüsse wie für die Flugzeit.
Bei den verschiedenen Wechselwirkungen unterscheiden sich die Einflüsse auf Materialkosten und Flugzeit jedoch.
Hier sind noch weitere Überprüfungen notwendig, wenn in Zukunft die Kostenstruktur mehr im Fokus der Optimierungen stehen soll.