

Esercizi terza settimana.

1. Si consideri una domanda a scelta multipla con  $n$  opzioni di risposta. Consideriamo uno studente che si è esercitato al punto di dare le risposte corrette ad una proporzione  $0 < p < 1$  delle domande che possono presentarsi. Se non sa rispondere ad una domanda sceglie a caso una delle risposte indicate. A) Con che probabilità risponde correttamente ad una domanda? B) Sapendo che ha risposto correttamente alla domanda, con che probabilità si è affidato al caso?
2. Da un insieme di 100 monete, delle quali 99 bilanciate e una che ha testa da ambo i lati scegliamo una moneta, che viene lanciata 7 volte. Se è uscita testa 7 volte, con che probabilità la moneta che è stata lanciata è quella truccata?
3. Uno studente lavora ad una tesi e il professore ha previsto di effettuare due verifiche intermedie prima della verifica finale della tesi. Dalla sua esperienza personale il professore sa che un quarto degli studenti sono in ritardo alla prima verifica. Inoltre l'80 per cento degli studenti NON in ritardo ad una verifica NON è in ritardo alla verifica successiva, mentre il 70 per cento degli studenti in ritardo ad una verifica è in ritardo alla verifica successiva. Quale percentuale di studenti è in ritardo alla verifica finale? Quale percentuale di studenti è in ritardo alla verifica finale se NON lo era alla prima verifica?
4. Si consideri un'intervista fatta ad una comunità di individui, che riguarda il gradimento di una certa opera pubblica proposta dall'amministrazione. Da esperienze precedenti si stima che la proporzione di individui che accettano di rispondere all'intervista è del 70 per cento tra i sostenitori dell'opera e del 30 per cento tra coloro che sono contrari. Se tra coloro che hanno risposto all'intervista la proporzione dei favorevoli all'opera è del 60 per cento, quanto vale questa proporzione nell'intera comunità? (Attenzione: non è previsto che un individuo possa essere neutrale rispetto alla questione!)
5. Alice manda un bit a Bob in modo completamente casuale, ma Bob riceve il bit sbagliato il 5 per cento delle volte se il bit spedito è 0, mentre il 10 per cento delle volte se il bit spedito è 1. A) Se Bob riceve il bit 1, con che probabilità questo è il bit spedito da Alice? B) Se il bit viene mandato 3 volte (si intende lo STESSO bit) INDIPENDENTEMENTE, se Bob riceve 110 con che probabilità era stato mandato 1 da Alice? (Attenzione: non abbiamo ancora parlato dell'indipendenza di 3 eventi, ma dovrete poter indovinare correttamente cosa significa).
6. Un crimine è stato certamente commesso da Andrea o da Bruno. Inizialmente non c'erano motivi per "preferire" l'uno all'altro. Ma, mentre il gruppo sanguigno di Bruno non è stato rilevato (inventatevi voi il motivo, la mia fantasia ha dei limiti), il gruppo sanguigno di Andrea è lo stesso che il colpevole ha lasciato sulla scena del delitto, ed è un gruppo sanguigno presente nel 10 per cento della popolazione. A) Saputa questa informazione, calcolare la probabilità che Andrea sia il colpevole. B) Saputa questa informazione, con che probabilità Bruno ha lo stesso gruppo sanguigno del colpevole? (Attenzione: qui si usa l'INDIPENDENZA CONDIZIONATA vista nell'ultima lezione).
7. Sappiamo che un nostro conoscente ha 2 figli\*, ma non che conosciamo il sesso. Assumendo che il sesso di un\* figli\* sia indipendente dal sesso dell'altr\* e che M e F abbiano la stessa probabilità rispondere alle seguenti domande. A) Sapendo che almeno uno dei due figli\* è F, con che probabilità \* due sono FF? B) Se invece scegliamo a caso uno dei due figli\* ed è F, con che probabilità anche l'altr\* è F? (Attenzione: aiutatevi con un albero in entrambi i casi). N.B.: In inglese esiste il termine siblings, che sta sia per brother che per sister, che mi avrebbe risparmiato tutti questi \*.
8. (Il paradosso di Monty Hall). Durante un programma televisivo ad un concorrente viene proposto dal presentatore il gioco seguente: dietro tre porte chiuse identiche ci sono due capre e un'automobile, e al concorrente viene chiesto di puntare su una sola porta. Successivamente, però, il presentatore apre una delle porte e mostra che dietro c'è una capra. Chiede quindi al concorrente se vuole cambiare la sua scelta. Voi che fareste?