

ESAME DI RICERCA OPERATIVA

Corso di Laurea in *Ingegneria Informatica e Automatica*

15 gennaio 2021 – TURNO A

Istruzioni

- Usate i fogli bianchi allegati per calcoli, ragionamenti e quanto altro reputiate necessario fare per rispondere alle 10 domande seguenti.
- Per ciascuna delle 10 domande indicare in corrispondenza di ciascuna delle affermazioni *a)*, *b)*, *c)* e *d)* se essa è VERA o FALSA, apponendo un segno sul rettangolo **VERO** o sul rettangolo **FALSO** sul *foglio risposte*.
- Ricordatevi di scrivere su tale *foglio risposte* tutte le informazioni richieste ed in particolare il vostro nome e cognome (i fogli senza nome e cognome saranno cestinati e dovrete ripetere l'esame in un'altra sessione).
- Avete un'ora esatta di tempo per svolgere gli esercizi. Al termine del tempo dovete consegnare il solo *foglio risposte* (potete tenere il testo delle domande e i fogli bianchi).
- Ricordatevi di segnare esattamente sui fogli che rimarranno a voi le risposte che avete dato in modo da potervi autovalutare una volta che vi verrà fornita la soluzione.
- Scaduta l'ora rimanete seduti. Passeremo a raccogliere i *fogli risposte*. Chi non consegna immediatamente il foglio al nostro passaggio non avrà altra possibilità di consegna e dovrà ripetere l'esame in un altro appello.
- ATTENZIONE. Durante la prova di esame:
 - Non è possibile parlare, per nessuna ragione, con i vostri colleghi.
 - Non è possibile allontanarsi dall'aula.
 - Non si possono usare telefoni cellulari o tablet.
 - Non è possibile usare dispense, libri o appunti.

Chi contravviene anche a una sola di queste regole dovrà ripetere la prova di esame in altro appello.

Valutazione

- Per ogni affermazione VERO/FALSO correttamente individuata viene assegnato **1 punto**
- Per ogni affermazione VERO/FALSO non risposta vengono assegnati **0 punti**
- Per ogni affermazione VERO/FALSO NON correttamente individuata viene assegnato un punteggio negativo pari a **-0.25 punti**

Supera la prova chi totalizza un punteggio pari ad almeno 28 punti

1. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette:

- ND F (a) Ogni poliedro in \mathbb{R}^n ammette un numero finito di vertici.
 OK F (b) Un insieme formato da tre punti distinti in \mathbb{R}^3 può essere un poliedro.
 OK F (c) Un poliedro è dato dall'intersezione di un numero finito o infinito di semispazi chiusi ed iperpiani.
 OK F (d) Un poliedro non vuoto contiene infiniti punti.

2. Si consideri il problema primale (P)

$$\begin{aligned} \min \quad & c^T x \\ & Ax \leq b \\ & x \geq 0, \end{aligned}$$

min $c^T x$
 $-Ax \geq -b$
 $x \geq 0$

dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette:

- OK V (a) Il relativo problema duale è

$$\begin{aligned} \max \quad & -b^T y \\ & -A^T y \leq c \\ & y \geq 0. \end{aligned}$$

- OK F (b) Il problema duale ammette sempre soluzione ottima.
 OK V (c) Se il problema primale (P) è illimitato allora il suo duale è inammissibile.
 ND V (d) Se il problema primale (P) è inammissibile allora anche il suo duale è inammissibile.

3. Si considerino le seguenti affermazioni e dire quali sono corrette:

- OK V (a) Dato un insieme convesso e un poliedro, l'intersezione tra essi risulta un insieme convesso.
 OK F (b) Il sottoinsieme della retta reale costituito da $\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\}$ è un insieme convesso.
 OK F (c) Un poliedro $P \subseteq \mathbb{R}^n$ ammette al più n vertici.
 OK F (d) Se un punto appartenente ad un poliedro ha componenti negative allora non può essere un vertice.

4. Dire quali delle seguenti affermazioni sono vere:

- OK F (a) Una matrice è totalmente unimodulare se e solo se tutti i suoi elementi sono pari a 0, 1, -1.
 OK F (b) Una matrice è unimodulare se e solo se tutti i suoi elementi sono pari a 0, 1, -1.
 ND V (c) Una matrice totalmente unimodulare può avere solamente elementi pari a 0, 1, -1.
 OK V (d) Se una matrice è totalmente unimodulare allora è anche unimodulare.

5. Dato il poliedro

$$\begin{aligned} 2x_1 - 3x_2 &\leq 4 \\ x_1 - x_2 + 4x_3 &= -2 \\ x_1 &\leq 10 \\ x &\geq 0, \end{aligned}$$

quali tra le seguenti affermazioni sono corrette:

- OK F (a) Poichè vi sono 3 variabili, il poliedro ammette al più 3 vertici.
 OK F (b) Il poliedro contiene rette.
 OK F (c) Il punto $(0, 0, -1/2)^T$ è un vertice del poliedro.
 OK V (d) Il punto $(0, 2, 0)^T$ è un vertice del poliedro.

6. Al termine della Fase I del metodo del Simplex dire quali tra le seguenti affermazioni sono corrette:

- NO ✓ (a) Se al termine della Fase I vi sono p variabili originali non in base ($p < m$), allora è possibile effettuare p scambi degeneri per farle entrare in base.
- OK ✗ (b) All'ottimo, la funzione obiettivo del problema ausiliario coincide con la funzione obiettivo del problema originale.
- OK ✓ (c) Il problema ausiliario (artificiale) ammette sempre soluzione ottima.
- OK ✗ (d) Se il problema ausiliario (artificiale) ammette soluzione ottima, allora il problema originale è non vuoto.

7. Sia dato un problema di PL in forma Standard. Dire quali affermazioni risultato corrette:

- OK ✗ (a) Il numero delle basi e delle SBA coincide.
- OK ✗ (b) La SBA corrente è ottima se e solo se $\gamma > 0$.
- OK ✗ (c) Se la matrice $(B^{-1}N)$ ha tutti elementi non positivi, allora il problema è illimitato inferiormente.
- OK ✗ (d) Se $\gamma_h < 0$ allora la variabile x_h è candidata ad uscire dalla base.

8. Si supponga di avere al termine della Fase I del metodo del Simplex la seguente SBA:
 $x_B = (x_1, \alpha_1, x_3, \alpha_3)^T$, $x_N = (x_2, \alpha_2, \alpha_4, x_4)^T$ ed inoltre

$$B^{-1}N \rightarrow \begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & -3 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & -5 \\ -1 & -2 & -9 & 0 \end{pmatrix}, \quad B^{-1}b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$\alpha_3 \rightarrow x_2 \rightarrow$

Dire quali affermazioni sono corrette:

- OK ✗ (a) La funzione obiettivo del problema ausiliario vale 6.
- OK ✓ (b) Nella SBA iniziale per la Fase II vi sono 3 variabili in base.
- OK ✗ (c) È possibile effettuare uno scambio degeneri tra la variabile in base α_1 e la variabile fuori base x_2 .
- OK ✓ (d) È possibile effettuare uno scambio degeneri tra la variabile in base α_3 e la variabile fuori base x_2 .

9. Sia dato il problema di Programmazione Lineare ($x \in \mathbb{R}^5$):

$$\min \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -4 & 2 \end{pmatrix} x$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 & -2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & -4 & 0 \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$x \geq 0.$$

- OK ✗ (a) La base formata dalle 3^a e 5^a colonna è una base ammissibile.
- OK ✓ (b) La base formata dalle 1^a e 3^a colonna è una base ammissibile ma non soddisfa il criterio di ottimalità.
- OK ✗ (c) Per risolvere il problema dato si può applicare direttamente la Fase II del metodo del simplex.
- OK ✓ (d) Il numero di SBA del problema è al più pari a 10.

10. All'iterazione corrente della fase II del metodo del simplesso applicato ad un Problema di Programmazione Lineare in forma di minimizzazione si ha:

$$B^{-1}N = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 2-3\tau & 0 \\ 5+\tau & 0 & 9\tau^2-4 & -\tau \\ 3 & 0 & -3 & \tau \end{pmatrix}, \quad B^{-1}b = \begin{pmatrix} 1 \\ \tau \\ \tau \end{pmatrix}, \quad \gamma = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

dove τ è un parametro reale. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- si* **f** (a) Se $\tau > 0$ il problema è illimitato.
di **v** (b) Se $\tau = 2/3$ il problema è illimitato.
de **f** (c) Esistono valori di τ per cui il criterio di ottimalità è verificato.
f (d) La seconda e la terza variabile fuori base sono candidate ad entrare in base.

34