Corso di Laurea in
Ingegneria Informatica e Automatica

Corso di RICERCA OPERATIVA

PROVA di AUTOVALUTAZIONE N.1

ESERCIZI

1. Classificare i seguenti problemi:

$$
\begin{aligned}
\min \quad & -x_1 + 2x_2 + x_4 + 10x_5 + x_6 + x_7 \\
& x_3 - x_4 \le -1 \\
& x_5 - 4x_6 \ge 0 \\
& -x_1 + x_2 + x_7 = 10 \\
& x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, x_4 \ge 0, x_5 \ge 0, x_7 \ge 0.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\min \quad & -x_1^2 + x_4 x_5 \\
& x_3 - x_4^3 \le -1 \\
& (1/x_5) - 4x_6 \ge 0 \\
& -x_1 + x_2 \ge 10 \\
& x_1 \ge 0, x_2 \ge 0.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\min \quad & 10x_1 + x_2 + x_3 \\
& x_1 - 4x_2 \ge 0 \\
& -x_1 + x_3 \le 10 \\
& x_2 + x_3 = 1 \\
& x_1 \in Z, x_2 \in Z, x_3 \in Z.
\end{aligned}
$$

2. Un'industria produce quattro prodotti (P1, P2, P3, P4) utilizzando tre materie prime (M1, M2, M3) che vengono acquistate dall'esterno. La tabella che segue riporta i chilogrammi di ciascuna materia prima richiesti da ogni unità di ciascun prodotto insieme alla quantità massima (in Kg) di ciascuna materia prima che si può acquistare mensilmente e al prezzo di acquisto delle materie prime in Euro al chilogrammo:

	M1	M2	M3
P1	2	10	4
P2	6	20	3
P3	7	2	20
P4	9	7	10
quantità massima	3000	2000	5000
prezzo di acquisto	10	15	20

Per ottenere un prodotto finito pronto per la vendita è necessaria una lavorazione che richiede un numero di ore diverso a seconda del prodotto. La tabella che segue riporta per ogni unità di ciascun prodotto il numero di ore di lavorazione necessarie, insieme al prezzo di vendita unitario (in migliaia di Euro al chilogrammo)

	P1	P2	P3	P4
ore lavorative	10	12	20	18
prezzo vendita	2	2.5	4	3.5

Costruire un modello lineare che permetta di pianificare la produzione di questa industria, determinando le quantità di prodotti venduti e le quantità di materie prime acquistate in modo da massimizzare il profitto netto (ricavo – costo) tenendo conto che un'ora lavorativa costa 100 Euro e che il numero delle ore impiegate per la lavorazione del prodotto P2 non deve superare il 30% del totale delle ore necessarie per la lavorazione di tutti i prodotti fabbricati (si supponga che tutti i prodotti fabbricati vengano venduti).

QUESTIONARIO

1. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette:

   (a) l'insieme ammissibile di un problema di Programmazione Matematica è descritto da un sistema di equazioni e disequazioni;

   (b) un problema di Programmazione Matematica può avere un numero infinito di vincoli;

   (c) un problema di Programmazione Matematica ammette sempre una soluzione ottima;

   (d) se in un punto $\bar{x}$ un vincolo di disuguaglianza è attivo, allora $\bar{x}$ non soddisfa tale vincolo.

2. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette:

   (a) un problema di Programmazione Matematica con vincoli lineari si dice problema di Programmazione Lineare;

   (b) l'insieme $S = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid \mathrm{x_1} \cos 2 + \mathrm{x_2} \sin 4 - \mathrm{x_3} \leq 10,\ 2\mathrm{x_1} - \mathrm{x_2} = 35\}$ può essere l'insieme ammissibile di un problema di Programmazione Lineare;

   (c) il problema
   $$\begin{cases} \min 2x_1 - x_2 + 5x_3 \\ x_1 + 2x_2 - 12x_3 \geq 4 \\ x_1 + 2x_2x_3 + 4x_3 \geq 5 \end{cases}$$
   è un problema di Programmazione Lineare;

   (d) l'insieme ammissibile di un problema di Programmazione Lineare può essere sempre espresso nella forma $Ax \geq b$ con A matrice $m \times n$, $x \in \mathbb{R}^\mathrm{n}$, $b \in \mathbb{R}^\mathrm{m}$.

1)

$$\min \quad -x_1 + 2x_2 + x_4 + 10x_5 + x_6 + x_7$$
$$x_3 - x_4 \leq -1$$
$$x_5 - 4x_6 \geq 0$$
$$-x_1 + x_2 + x_7 = 10$$
$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_4 \geq 0, x_5 \geq 0, x_7 \geq 0.$$

Problema di programmazione matematica lineare in forma generale

$$\min \quad -x_1^2 + x_4 x_5$$
$$x_3 - x_4^3 \leq -1$$
$$(1/x_5) - 4x_6 \geq 0$$
$$-x_1 + x_2 \geq 10$$
$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

Problema di programmazione matematica non lineare in forma generale

$$\min \quad 10x_1 + x_2 + x_3$$
$$x_1 - 4x_2 \geq 0$$
$$-x_1 + x_3 \leq 10$$
$$x_2 + x_3 = 1$$
$$x_1 \in Z, x_2 \in Z, x_3 \in Z.$$

Problema di programmazione matematica intera in forma generale.

2)

Un'industria produce quattro prodotti (P1, P2, P3, P4) utilizzando tre materie prime (M1, M2, M3) che vengono acquistate dall'esterno. La tabella che segue riporta i chilogrammi di ciascuna materia prima richiesti da ogni unità di ciascun prodotto insieme alla quantità massima (in Kg) di ciascuna materia prima che si può acquistare mensilmente e al prezzo di acquisto delle materie prime in Euro al chilogrammo:

quantità di M per unità di P

	M1	M2	M3
P1	2	10	4
P2	6	20	3
P3	7	2	20
P4	9	7	10
quantità massima	3000	2000	5000
prezzo di acquisto	10	15	20

Per ottenere un prodotto finito pronto per la vendita è necessaria una lavorazione che richiede un numero di ore diverso a seconda del prodotto. La tabella che segue riporta per ogni unità di ciascun prodotto il numero di ore di lavorazione necessarie, insieme al prezzo di vendita unitario (in migliaia di Euro al chilogrammo)

	P1	P2	P3	P4
ore lavorative	10	12	20	18
prezzo vendita	2	2.5	4	3.5

Costruire un modello lineare che permetta di pianificare la produzione di questa industria, determinando le quantità di prodotti venduti e le quantità di materie prime acquistate in modo da massimizzare il profitto netto (ricavo – costo) tenendo conto che un'ora lavorativa costa 100 Euro e che il numero delle ore impiegate per la lavorazione del prodotto P2 non deve superare il 30% del totale delle ore necessarie per la lavorazione di tutti i prodotti fabbricati (si supponga che tutti i prodotti fabbricati vengano venduti).

$x_1 \equiv$ quantità di P_1 | $y_1 \equiv$ quantità di M_1

$x_2 \equiv$ // P_2 | $y_2 =$ // M_2

$x_3 =$ // P_3 | $y_3 =$ // M_3

$x_4 =$ // P_4

Funzione obiettivo:

$$\max(2000x_1 + 2500x_2 + 4000x_3 + 3500x_4 - 10y_1 - 15y_2 - 20y_3 +$$

$$- 1000x_1 - 1200x_2 - 2000x_3 - 1800x_4 =$$

$$= \max(1000x_1 + 1300x_2 + 2000x_3 + 1700x_4 - 10y_1 - 15y_2 - 20y_3)$$

Vincoli:

$$x_1 = 2y_1 + 10y_2 + 4y_3$$

$$x_2 = 6y_1 + 20y_2 + 3y_3$$

$$x_3 = 7y_1 + 2y_2 + 20y_3$$

$$x_4 = 9y_1 + 7y_2 + 10y_3$$

$$y_1 \leq 3000$$

$$y_2 \leq 2000$$

$$y_3 \leq 5000$$

$$12x_2 \leq (0,3)(10x_1 + 12x_2 + 20x_3 + 18x_4)$$

$$x_i \geq 0$$

$$y_i \geq 0$$