

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INFORMATICA E AUTOMATICA

Prova di esame di *Ricerca Operativa*

Gli studenti che devono sostenere l'esame da 6 CFU devono risolvere gli esercizi 1) e 2). Tempo a disposizione 60 minuti.

Gli studenti che devono sostenere l'esame da 9 CFU devono risolvere gli esercizi 1), 2) e 3). Tempo a disposizione 90 minuti.

Esercizio 1

Un'industria produce 4 tipi di elettrodomestici (E1, E2, E3, E4) ed è divisa in 3 reparti. Ciascun reparto può fabbricare ciascuno tipo di elettrodomestico. Questa industria dispone di 100 operai così ripartiti: 40 nel reparto 1, 35 nel reparto 2 e 25 nel reparto 3. Ciascun operaio lavora 5 giorni la settimana, per 8 ore al giorno. La tabella che segue riporta, per ciascun tipo di elettrodomestico e per ciascun reparto, il tempo di lavorazione (in ore) necessario per ottenere un elettrodomestico pronto per la vendita, insieme al prezzo di vendita unitario in Euro.

	E1	E2	E3	E4
Reparto 1	1	1.5	0.5	1.6
Reparto 2	1.2	1.3	0.6	1
Reparto 3	0.8	1.7	0.7	1.3
prezzo di vendita	800	1200	950	1100

Questa industria deve pianificare la sua produzione settimanale, deve cioè determinare il numero di ciascuno degli elettrodomestici che deve essere fabbricato da ciascun reparto in modo da soddisfare un ordine di almeno 1000, 600, 300, 200 elettrodomestici rispettivamente del tipo E1, E2, E3, E4 e in modo da massimizzare il profitto complessivo ricavato dalla vendita. Si tenga presente che nel reparto 1, per motivi tecnici, se sono fabbricati elettrodomestici del tipo E1, allora non possono essere fabbricati elettrodomestici del tipo E4.

Esercizio 2

Utilizzando il metodo del simplesso in due fasi, risolvere il seguente problema di PL

$$\begin{aligned} \max \quad & 7x_1 + x_2 + 8x_3 \\ & 3x_1 - x_2 + x_3 + x_4 \leq 6 \\ & x_2 + 3x_3 + 4x_4 \leq 9 \\ & x_i \geq 0 \end{aligned}$$

Esercizio 3

Risolvere con il metodo Branch& Bound il seguente problema di PLI

$$\begin{aligned} \max \quad & 100x_1 + 40x_2 + 45x_3 + 40x_4 + 18x_5 - 30x_6 \\ & 10x_1 + 8x_2 + 9x_3 + 10x_4 + 9x_5 - 6x_6 \leq 12 \\ & x_i \in \{0, 1\} \end{aligned}$$

Esercizio 1

Un'industria produce 4 tipi di elettrodomestici (E1, E2, E3, E4) ed è divisa in 3 reparti. Ciascun reparto può fabbricare ciascuno tipo di elettrodomestico. Questa industria dispone di 100 operai così ripartiti: 40 nel reparto 1, 35 nel reparto 2 e 25 nel reparto 3. Ciascun operaio lavora 5 giorni la settimana, per 8 ore al giorno. La tabella che segue riporta, per ciascun tipo di elettrodomestico e per ciascun reparto, il tempo di lavorazione (in ore) necessario per ottenere un elettrodomestico pronto per la vendita, insieme al prezzo di vendita unitario in Euro.

	E1	E2	E3	E4
Reparto 1	1	1.5	0.5	1.6
Reparto 2	1.2	1.3	0.6	1
Reparto 3	0.8	1.7	0.7	1.3
prezzo di vendita	800	1200	950	1100

Questa industria deve pianificare la sua produzione settimanale, deve cioè determinare il numero di ciascuno degli elettrodomestici che deve essere fabbricato da ciascun reparto in modo da soddisfare un ordine di almeno 1000, 600, 300, 200 elettrodomestici rispettivamente del tipo E1, E2, E3, E4 e in modo da massimizzare il profitto complessivo ricavato dalla vendita. Si tenga presente che nel reparto 1, per motivi tecnici, se sono fabbricati elettrodomestici del tipo E1, allora non possono essere fabbricati elettrodomestici del tipo E4.

$x_{ij} \equiv$ quantità E_i prodotta in R_j $i=1, \dots, 4$ $j=1, \dots, 3$

$$\delta = \begin{cases} 1 & \text{se } E_1 \text{ è fabbricato in } R_1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{11} > 0 \rightarrow \delta = 1 \rightarrow x_{41} = 0 \\ x_{41} > 0 \rightarrow \delta = 0 \rightarrow x_{11} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_{11} \leq M\delta \\ x_{41} \leq M(1-\delta) \end{cases} \quad \text{con } M \gg x_{11}, x_{41}$$

$$\max \left[800(x_{11} + x_{12} + x_{13}) + 1200(x_{21} + x_{22} + x_{23}) + 950(x_{31} + x_{32} + x_{33}) + 1100(x_{41} + x_{42} + x_{43}) \right]$$

vincoli:

$$(x_{11} + 1.5x_{21} + 0.5x_{31} + 1.6x_{41}) \leq 40 \cdot 8$$

$$(1.2x_{12} + 1.3x_{22} + 0.6x_{32} + x_{42}) \leq 35 \cdot 8$$

$$(0.8x_{13} + 1.7x_{23} + 0.7x_{33} + 1.3x_{43}) \leq 25 \cdot 8$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{41} \geq 1000$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{42} \geq 600$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{43} \geq 300$$

$$x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} \geq 200$$

$$x_{11} \leq M\delta, \quad x_{41} \leq M(1-\delta)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad \delta \in \{0, 1\}$$