

ESERCIZI CPS21

tutoraggio del 28 Aprile 2021

Esercizio 1. N studenti devono sostenere l'esame di Probabilità. L'esame consiste in una prova orale, alla quale si può accedere solo dopo aver superato n test che prevedono come risposta vero o falso. Al primo test vengono sottoposti tutti gli studenti. Ai successivi solo quelli che abbiano risposto correttamente al test precedente. I test sono molto difficili e nessuno studente sa le risposte né riesce a copiare, per cui ciascuno studente sceglie a caso ogni risposta.

1. Determinare la distribuzione della variabile aleatoria X definita come il numero di studenti ammessi alla prova orale
2. Determinare il valore atteso e la varianza di X .

Esercizio 2. Siano X e Y due variabili aleatorie a valori in \mathbb{N} aventi la seguente densità congiunta:

$$\mathbb{P}(X = k, Y = n) = \begin{cases} \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} e^{-\lambda} \frac{\lambda^n}{n!} & \text{se } 0 \leq k \leq n \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

dove $p \in (0, 1)$ e $\lambda > 0$ sono parametri fissati. Determinare le densità marginali di X e Y e calcolare la covarianza tra X e Y .

Esercizio 3. Due dadi (distinguibili) a sei facce vengono lanciati. Siano X l'esito del primo dado e Y l'esito del secondo dado. Si calcoli la covarianza tra $X + Y$ e $X - Y$. Cosa si può dire sull'indipendenza tra $X + Y$ e $X - Y$?

Esercizio 4. Si lancia ripetutamente una moneta con probabilità di testa $p \in (0, 1)$ (non necessariamente uguale a $1/2$).

1. Qual è il valore atteso del numero di lanci fatti fino a quando si osserva la sequenza *Testa-Croce*?
2. Qual è il valore atteso del numero di lanci fatti fino a quando si osserva la sequenza *Testa-Testa*?