INGEGNERIA INFORMATICA E AUTOMATICA, CALCOLO DELLE PROBABILITÀ E STATISTICA
COMPITO SCRITTO del 21 luglio 2021 - FOGLIO RISPOSTE APERTE

NOME, COGNOME, MATRICOLA____

1. In un videogioco compaiono per 4 volte degli oggetti luminosi, che devono essere colpiti da un giocatore. Supponiamo che i gocatori abili abbiano una probabilità 3/4 di colpire un oggetto, mentre per i giocatori normali tale probabilità scenda a 1/4, indipendentemente per ciascun oggetto apparso. Si stima che i giocatori abili siano 1/4 dei giocatori normali.

a) Calcolare la probabilità che un giocatore scelto a caso colpisca 2 volte su 4 l'oggetto.

b) Sapendo che un giocatore ha colpito un oggetto 2 volte su 4, calcolare la probabilità che si tratti di un giocatore abile.

Risoluzione

a) $A = \{$giocatore scelto a caso abile$\}$

$A^c = \{$giocatore scelto a caso normale$\}$

$B = \{$il giocatore scelto a caso colpisce 2 volte su 4 il bersaglio$\}$

$$P(B \mid A) = \binom{4}{2}\left(\frac{3}{4}\right)^2\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{4\cdot 3}{2}\cdot\frac{3^2}{4^4} = \frac{3^3}{2\cdot 4^3} = \frac{27}{128} = P(B \mid A^c)$$

quindi $P(B) = P(B \mid A)\cdot P(A) + P(B \mid A^c)\cdot(1-P(A)) = \dfrac{27}{128}$

(qui non serve $P(A)$).

b) Dato che A e B sono manifestamente indipendenti, $P(A \mid B) = P(A) = \dfrac{1}{5}$

Quest'ultimo risultato deriva dal dato che $\dfrac{P(A)}{1-P(A)} = \dfrac{1}{4}$.