

## Esercizi di statistica

1. Un campione di 31 osservazioni da una popolazione normale di media e varianza ignote ha dato una media campionaria di 53.42 e una deviazione standard stimata pari a 3.05. Calcolate l'intervallo di confidenza  $t$  per la media della popolazione al livello 0.95. Ipotizzando che la deviazione standard stimata rimanga la stessa all'aumentare del campione quante altre osservazioni servono per avere la lunghezza dell'intervallo che non supera 2?
2. Un campione di 16 pacchetti di zucchero da un chilo ha dato una media di 1.053 kg e una deviazione standard di 0.058 kg. Si costruisca un intervallo di confidenza al livello 0.99 per il peso medio di un pacchetto di zucchero. E' plausibile che tale peso sia 1.025 kg?
3. Un controllore di qualità vuole costruire un intervallo di confidenza  $t$  al livello 0.99 per la resistenza media di un cavo di rame di una certa lunghezza. Se ritiene che la deviazione standard non possa superare 0.15 ohm quale dimensione campionaria è necessaria?
4. Uno controllore di qualità vuole effettuare un test dell'ipotesi che il punto di rottura medio di un tessuto di lana sia 430, contro alternative bilaterali. Supponiamo si disponga di un campione di 20 tessuti, e che la media sia uguale a 436.5 con una deviazione standard 11.9. Determinare se l'ipotesi è rifiutata oppure no ai livelli di significatività 0.1 e 0.01 e calcolare il  $p$ -value.
5. Se lanciando 100 volte un dado è stato ottenuto 21 volte un 6 calcolare il  $p$ -value dell'ipotesi che la probabilità di 6 in un lancio sia  $1/6$  e determinare quindi se l'ipotesi è accettata al livello 0.05.
6. Supponiamo che si voglia stimare una proporzione  $p$  nella popolazione con un errore al più di 0.01 in valore assoluto, con livello di confidenza 0.95. Quale dimensione campionaria bisogna utilizzare se riteniamo plausibile che  $p$  possa essere uguale a 0.5? E quale se presumiamo che sia più grande di 0.75?
7. In un anno si sono verificati 46 arresti di un macchinario, 9 volte per problemi elettrici, 24 per problemi meccanici e 13 volte per errori umani. E' plausibile che le probabilità delle tre cause di arresto siano rispettivamente 0.2, 0.5 e 0.3?
8. Determinate sulle tavole del chi quadrato con 80 gradi di libertà le soglie critiche che sono superate da una variabile con questa distribuzione con probabilità rispettivamente 0.05 e 0.025. Come si potrebbero determinare approssimativamente queste soglie con le tavole della normale standard? Nota: l'approssimazione è giustificata perché una variabile chi quadrato con 80 gradi di libertà si ottiene come somma di 80 variabili indipendenti chi quadrato con 1 grado di libertà.

9. Supponiamo che  $X(1), X(2), \dots, X(n)$  siano le durate di vita di  $n$  componenti non soggetti a usura (transistor), supposte indipendenti. Siamo interessati a stimare il tempo di vita medio e un'ovvia soluzione è calcolare la media campionaria, di cui dovrete conoscere la deviazione standard. Tuttavia, dato che è facile determinare la CDF di  $\min(X(1), \dots, X(n))$  (anzi l'obiettivo principale dell'esercizio è farvi calcolare questa CDF se non l'avessimo già fatto) e quindi la media, determinare la costante moltiplicativa  $c(n)$  in modo che  $c(n)\min(X(1), \dots, X(n))$  sia uno stimatore non distorto del tempo di vita medio, calcolarne la deviazione standard e confrontarla con quella della media campionaria. Il risultato è quello che vi aspettavate?