

Esercizi settimana 4

1. Dalla città a alla città d c'è una strada diretta, ma è possibile arrivarci anche attraversando le città b e c: da a fino a b c'è una strada diretta, come anche da c a d, mentre da b a d ci sono due strade dirette alternative. D' inverno, con probabilità $\frac{2}{3}$ ciascuna di queste strade è chiusa, indipendentemente dalle altre. A) Con che probabilità è possibile il transito da a a d in inverno; B) Sapendo che il transito è possibile, con che probabilità la strada diretta è aperta?
2. A) Lanciando 4 dadi indistinguibili, quanti risultati diversi possiamo osservare? B) Se i dadi sono stati lanciati uno alla volta, ma noi sappiamo solo che è uscito due volte uno stesso numero e le altre due volte uno stesso numero, ma diverso, con che probabilità il numero più alto è uscito nei primi due lanci?
3. Si consideri il lancio di una moneta indipendentemente per due volte, e gli eventi $D=\{T \text{ al primo lancio}\}$, $E=\{\text{Almeno una } T\}$, $F=\{\text{Esattamente una } T\}$. Si assuma che la probabilità di ottenere testa in un lancio sia p , non necessariamente uguale a $\frac{1}{2}$. A) Esiste un valore di p per cui D e E sono indipendenti? B) Esiste un valore di p per cui D e F sono indipendenti?
4. Un'urna contiene una sola pallina, ma non sappiamo se è rossa oppure nera. Nel dubbio assegniamo ai due colori la stessa probabilità "a priori". Inseriamo quindi una pallina nera nell'urna ed estraiamo una pallina. A) Se la pallina estratta è nera, con che probabilità la pallina che si trovava nell'urna prima di inserire la pallina nera è anch'essa nera? B) Se la pallina estratta è nera e viene reimpressa nell'urna, con che probabilità una seconda estrazione darà di nuovo pallina nera?
5. Ci sono 3 urne, che contengono palline rosse rispettivamente nelle proporzioni del 90, del 50 e del 30 per cento. Viene scelta un'urna a caso e da questa vengono estratte successivamente delle palline, ogni volta reimmettendo nell'urna la pallina estratta. A) Se la prima pallina estratta è rossa, con che probabilità lo sarà anche la seconda? B) Se le prime due palline estratte sono rosse, con che probabilità le palline sono state estratte da ciascuna delle tre urne?
6. Si consideri il lancio successivo di due monete, di cui la prima che ha una probabilità p di testa, non necessariamente uguale a $\frac{1}{2}$, e la seconda bilanciata. A) Sapendo che almeno uno dei due lanci è testa, con che probabilità la prima moneta è testa? B) Sapendo che almeno uno dei due lanci è testa, con che probabilità la moneta bilanciata è testa?