

1. Una certa azienda ha $n+m$ impiegati, di cui n donne e m uomini. L'azienda deve decidere quali impiegati deve promuovere.
 - (a) Supponiamo inizialmente che l'azienda decida di promuovere t impiegati (dove t è un qualunque numero tra 1 e $n+m$), scegliendoli a caso con uguali probabilità per ogni sottoinsieme di t impiegati. Scrivere la PMF della variabile aleatoria X , numero di donne promosse.
 - (b) Supponiamo ora che, invece di avere un numero fisso t di impiegati da promuovere, la compagnia decida di promuovere ciascun impiegato, indipendentemente dagli altri, con probabilità p . Scrivere la PMF della variabile aleatoria Y , numero di donne promosse, la PMF della variabile Z , numero di uomini promossi, e la PMF della variabile $Y+Z$, numero di impiegati promossi.
 - (c) Con riferimento al punto (b) trovare la PMF di Y , numero di donne promosse, condizionata all'evento $Y+Z=t$ (esattamente t impiegati sono promossi).
2. Una signora inglese afferma di saper riconoscere dal gusto se in una tazza di tè il latte è stato aggiunto prima o dopo il tè. Uno statistico, allora, decide di compiere degli esperimenti per verificare la sua affermazione.
 - (a) Alla signora vengono fatte assaggiare 6 tazze di tè, esternamente identiche, avvertendola che in 3 di esse il latte è stato versato prima del tè e nelle altre 3 è stato versato dopo il tè. La signora deve indovinare quali, ma (almeno per ora) assumiamo che scelga completamente a caso. Determinare la probabilità che indovini 2 tazze su 3.
 - (b) Alla signora viene invece presentata una tazza di tè, scegliendo a caso se mettere prima il latte poi il tè o viceversa. Stavolta supponiamo che la signora abbia una certa competenza in materia, più specificamente che riconosca con probabilità $p(1)$ quando il latte è stato versato per primo e riconosca con probabilità $p(2)$ quando il latte è stato versato per ultimo. Se la signora dichiara che nella tazza che le è stata presentata il latte è stato versato per primo, con che probabilità è nel giusto?
3. Alice e Bob effettuano due serie indipendenti di lanci di una moneta, che ha una probabilità p di tare testa in ogni fissato lancio. Sia X il lancio in cui Alice ottiene la prima testa e Y il lancio in Bob ottiene la prima croce.
 - (a) Determinare la CDF e la PDF di $\max(X,Y)$.
 - (b) Supponiamo ora che la prima testa e la prima croce siano calcolate sulla STESSA serie di lanci, dando luogo alle variabili aleatorie X' e Y' . Determinare la CDF e la PMF di $\max(X',Y')$.