

# ESAME DI RICERCA OPERATIVA

## Corso di Laurea in *Ingegneria Informatica e Automatica*

15 gennaio 2021 – TURNO B

### Istruzioni

- Usate i fogli bianchi allegati per calcoli, ragionamenti e quanto altro reputiate necessario fare per rispondere alle 10 domande seguenti.
- Per ciascuna delle 10 domande indicare in corrispondenza di ciascuna delle affermazioni *a)*, *b)*, *c)* e *d)* se essa è VERA o FALSA, apponendo un segno sul rettangolo **VERO** o sul rettangolo **FALSO** sul *foglio risposte*.
- Ricordatevi di scrivere su tale *foglio risposte* tutte le informazioni richieste ed in particolare il vostro nome e cognome (i fogli senza nome e cognome saranno cestinati e dovrete ripetere l'esame in un'altra sessione).
- Avete un'ora esatta di tempo per svolgere gli esercizi. Al termine del tempo dovete consegnare il solo *foglio risposte* (potete tenere il testo delle domande e i fogli bianchi).
- Ricordatevi di segnare esattamente sui fogli che rimarranno a voi le risposte che avete dato in modo da potervi autovalutare una volta che vi verrà fornita la soluzione.
- Scaduta l'ora rimanete seduti. Passeremo a raccogliere i *fogli risposte*. Chi non consegna immediatamente il foglio al nostro passaggio non avrà altra possibilità di consegna e dovrà ripetere l'esame in un altro appello.
- ATTENZIONE. Durante la prova di esame:
  - Non è possibile parlare, per nessuna ragione, con i vostri colleghi.
  - Non è possibile allontanarsi dall'aula.
  - Non si possono usare telefoni cellulari o tablet.
  - Non è possibile usare dispense, libri o appunti.

Chi contravviene anche a una sola di queste regole dovrà ripetere la prova di esame in altro appello.

### Valutazione

- Per ogni affermazione VERO/FALSO correttamente individuata viene assegnato **1 punto**
- Per ogni affermazione VERO/FALSO non risposta vengono assegnati **0 punti**
- Per ogni affermazione VERO/FALSO NON correttamente individuata viene assegnato un punteggio negativo pari a **-0.25 punti**

**Supera la prova chi totalizza un punteggio pari ad almeno 28 punti**

1. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette:

- OK **F** (a) Se un poliedro in  $\mathbb{R}^n$  contiene infiniti punti allora non può essere un politopo.  
OK **F** (b) Un insieme formato da tre punti distinti in  $\mathbb{R}^3$  è un politopo.  
OK **V** (c) Un poliedro ha un numero finito di vertici.  
OK **V** (d) Un poliedro non vuoto può contenere rette.

2. Sia dato il problema primale (P)

$$\begin{aligned} \min \quad & c^T x \\ & Ax \geq 0 \\ & x \geq 0, \end{aligned}$$

dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette:

- OK **F** (a) Il relativo problema duale è  
$$\begin{aligned} A^T u &\leq c \\ u &\geq 0. \end{aligned}$$
  
OK **V** (b) Il problema duale ammette sempre soluzione ottima se il problema primale ammette soluzione ottima.  
OK **F** (c) Se l'insieme ammissibile di P è vuoto, allora il corrispondente problema duale è illimitato.  
OK **F** (d) Il problema P ed il suo duale possono essere entrambi illimitati.

3. Si dica quali tra le seguenti affermazioni risultano vere:

- OK **V** (a) L'intersezione di due sottoinsiemi di  $\mathbb{R}^n$  è un sottoinsieme di  $\mathbb{R}^n$ .  
OK **F** (b) Un insieme convesso non può contenere rette.  
OK **F** (c) La semiretta non è un insieme convesso.  
OK **F** (d) L'unione di insiemi convessi è un insieme convesso.

4. Si dica tra le seguenti affermazioni quali sono corrette:

- OK **F** (a) La funzione  $f(x, y) = x \sin y + 2$  è lineare.  
NO **V** (b) Data la funzione  $f(x)$  con  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  si ha  $\min_{x \in \mathbb{R}^n} f(x) = -\max_{x \in \mathbb{R}^n} f(x)$ .  
OK **V** (c) Una funzione in  $n$  variabili è lineare se e solo se può essere scritta nella forma  $\sum_{i=1}^n c_i x_i$ .  
OK **F** (d) L'insieme  $\{x \in \mathbb{R}^2 \mid x_1^2 + x_2^2 \leq 1, x \geq 0\}$  può essere l'insieme ammissibile di un problema di Programmazione Lineare.

5. Sia dato il seguente poliedro nelle 3 variabili  $x_1, x_2, x_3$







$$\begin{aligned} 3x_1 - 3x_2 &\leq 2 \\ x_1 - x_2 - x_3 &= -2 \\ x_2 &\leq 3 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

si dica quali delle seguenti affermazioni risultano corrette:

- OK **V** (a) Il punto  $(0, 2, 0)^T$  appartiene al poliedro.  
OK **F** (b) Il punto  $(0, 0, -2)^T$  è un vertice del poliedro.  
OK **F** (c) Il punto  $(0, 0, 0)^T$  è un vertice del poliedro.  
OK **F** (d) Il punto  $(0, 1, 1)^T$  è un vertice del poliedro.

6. Si supponga di essere al termine della Fase I del metodo del Simplexso, quali tra le seguenti affermazioni risultano corrette ?

OH  
OH

-  (a) Se alcune variabili artificiali sono in base allora sono certamente nulle.
-  (b) Non è possibile avere in base sia variabili artificiali che variabili originali.
-   (c) Se il problema originale è inammissibile, allora è possibile che la soluzione del problema ausiliario sia degenera.
-   (d) Se il problema originale è inammissibile, allora il problema ausiliario ammette sempre soluzione ottima.

7. Si consideri un problema di PL dato in forma Standard. Si dica quali tra le seguenti affermazioni risultano corrette:

علی  
علی  
علی

- ✓ (a) Il numero dei vertici coincide con il numero delle SBA.
- ✓ (b) Se la SBA corrente è non degenera allora ad essa corrisponde una sola base ammissibile.
- ✓ (c) Se esiste un indice  $h$  tale che  $\gamma_h < 0$  e la matrice  $B^{-1}N$  ha tutti elementi non positivi, allora il problema è illimitato inferiormente.

all

- F** (d) Se  $\gamma > 0$  allora la SBA corrente è ottima, mentre se  $\gamma \geq 0$  potrebbe non esserlo.

8. Al termine della Fase I del metodo del Simplex si ha la SBA  $x_B = (x_1, \alpha_1, \alpha_3)^T$ ,  $x_N = (x_2, x_3, \alpha_2)^T$ , con

$$B^{-1}N = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -6 & -3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B^{-1}b = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Dire quali tra le seguenti affermazioni sono corrette:

۱۱

- F** (a) La funzione obiettivo del problema ausiliario vale 2.
- V** (b) La soluzione è ottima per il problema ausiliario.
- V** (c) È possibile effettuare uno scambio degenera per la variabile  $\alpha_1$ .
- F** (d) È possibile effettuare uno scambio degenera per la variabile  $\alpha_3$ .

gle

OK

du

9. Si consideri un problema di Programmazione Lineare Intera

$$\begin{cases} \min c^T x \\ x \in P \cap \mathbf{Z}^n \end{cases}$$

$$\text{con } P = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax \geq b, x \geq 0\}.$$

ok

oh

de

- ✓ (a) Se  $A$  e  $b$  sono a componenti razionali allora esiste sempre una formulazione ottima.
- ✓ (b) Una formulazione ottima è costituita da un poliedro che è il più piccolo insieme convesso che contiene  $P \cap \mathbf{Z}^n$ .
- ✓ (c) Se  $P$  ha tutti i vertici a componenti intere allora esso è la formulazione ottima.
- ✓ (d) Se  $b$  è intero allora  $P$  ha tutti i vertici interi se e solo se la matrice  $A$  è totalmente unimodulare.

10. Sia data la seguente iterazione del metodo del Simplexso nella quale  $\tau$  è un parametro reale.

$$\gamma = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad B^{-1}N = \begin{pmatrix} 0 & 1-\tau & 0 \\ -2 & \tau-3 & -\tau \\ 0 & 11 & -\tau \end{pmatrix}, \quad B^{-1}b = \begin{pmatrix} 2 \\ -\tau \\ 2 \end{pmatrix}.$$

- OK F (a) Per  $\tau > 0$  il problema risulta essere illimitato.  
OK V (b) Se  $\tau < 0$  la soluzione di base corrente è una SBA.  
OK V (c) Per ogni valore di  $\tau < 0$  la soluzione corrente non soddisfa il criterio di ottimalità.  
OK V (d) Esistono valori di  $\tau$  per cui il problema è illimitato.

35.75