

NOME, COGNOME, MATRICOLA _____

1. In un videogioco compaiono per 6 volte degli oggetti luminosi, che devono essere colpiti da un giocatore. Supponiamo che i giocatori abili abbiano una probabilità $2/3$ di colpire un oggetto, mentre per i giocatori normali tale probabilità scende a $1/3$, indipendentemente per ciascun oggetto apparso. Si stima che i giocatori abili siano $1/3$ dei giocatori normali.

a) Calcolare la probabilità che un giocatore scelto a caso colpisca 3 volte su 6 l'oggetto.

b) Sapendo che un giocatore ha colpito un oggetto 3 volte su 6, con che probabilità si tratta di un giocatore abile?

$$a) P(3 volte su 6 | abile) = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \left(\frac{1}{3}\right)^3 \binom{6}{3} = P(3 volte su 6 | normale) =$$

$$= P(3 volte su 6) = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2} \cdot \frac{1}{27} = \frac{160}{729}$$

b) Prob. indipendente dal fatto di essere abile o normale, cioè $P(A|B) = P(A) = \frac{1}{3}$

Risultato

a) $A = \{\text{giocatore scelto a caso abile}\}$

$A^c = \{\text{giocatore scelto a caso normale}\}$

$B = \{\text{il giocatore scelto a caso colpisce 3 volte su 6 l'oggetto}\}$

$$P(B|A) = \binom{6}{3} \left(\frac{2}{3}\right)^3 \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2} \cdot \frac{2^3}{3^6} = \frac{160}{729} = P(B|A^c)$$

$$\text{Quindi } P(B) = P(B|A) P(A) + P(B|A^c) (1 - P(A)) = \frac{160}{729}$$

(qui non serve $P(A)$).

b) Dato che A e B sono manifestamente

indipendenti, $P(A|B) = P(A) = \frac{1}{3}$

Quest'ultimo risultato deriva dal dato che $\frac{P(A)}{1 - P(A)} = \frac{1}{2}$