

CORSO DI LAUREA IN
INGEGNERIA INFORMATICA E AUTOMATICA

Corso di RICERCA OPERATIVA

PROVA di AUTOVALUTAZIONE N.2

ESERCIZI

1. Un'azienda produce un prodotto chimico ottenuto miscelando insieme tre ingredienti diversi (**I1**, **I2**, **I3**) che vengono acquistati dall'esterno. Questa azienda ha una pianificazione settimanale della produzione ed ha ricevuto per le prossime due settimane un ordine di almeno 5 ton. di prodotto per la prima settimana vendute a 1200 euro la tonnellata e di almeno 7 ton. per la seconda settimana vendute a 1000 euro la tonnellata, in modo da aver soddisfatto alle fine della seconda settimana un ordine di esattamente 13 tonnellate. La tabella che segue riporta i costi (in migliaia di euro) di acquisto di una tonnellata di ciascun ingrediente e la disponibilità massima (in ton.) in ciascuna delle due settimane

	1 ^a settimana			2 ^a settimana		
	I1	I2	I3	I1	I2	I3
costi unitari	0.6	0.5	0.75	0.7	0.5	0.7
disponibilità max	10	60	100	4	8	100

La prima settimana è possibile immagazzinare sia ingredienti acquistati e non utilizzati, sia un quantitativo di prodotto chimico finito e non venduto nella prima settimana, con un costo di immagazzinamento di 200 euro la tonnellata. I materiali immagazzinati devono essere utilizzati nella seconda settimana in quanto i magazzini devono essere vuoti alla fine della seconda settimana. Costruire un modello lineare che permetta di determinare i quantitativi di ingredienti da acquistare in ciascuna settimana e i quantitativi da immagazzinare nella prima settimana, massimizzando il profitto netto complessivo, tenendo presente che il prodotto chimico deve contenere non più del 40% dell'ingrediente **I1**, non più del 38% dell'ingrediente **I2** e almeno il 25% dell'ingrediente **I3**, sapendo inoltre che ogni settimana possono essere fabbricati al più 10 ton. di prodotto chimico.

2. Un'industria produce farine biologiche utilizzando due distinti impianti di produzione (**Imp1**, **Imp2**). Da questi impianti tutta la farina prodotta viene trasportata in due magazzini (**M1**, **M2**) che si trovano in differenti località. In questi magazzini una parte della farina è venduta all'ingrosso direttamente, un'altra parte viene inviata a quattro centri di distribuzione (**D1**, **D2**, **D3**, **D4**) che effettuano la vendita al minuto. Questi centri necessitano rispettivamente di almeno 150, 190, 200, 170 quintali di farina che vendono rispettivamente a 350, 280, 200, 270 euro al quintale. La tabella che segue riporta i costi (in euro) necessari per trasportare un quintale di farina da ciascun impianto a ciascun magazzino.

	M1	M2
Imp1	21	25
Imp2	27	22

Nella tabella che segue sono riportati i costi (in euro) necessari per trasportare un quintale di farina da ciascun magazzino a ciascun centro di distribuzione.

	D1	D2	D3	D4
M1	33	31	36	30
M2	27	30	28	31

L'impianto di produzione **Imp1** può fabbricare al più 3000 quintali di farina, l'impianto **Imp2** può fabbricare al più 2000 quintali di farina. I prezzi della vendita all'ingrosso effettuata presso i magazzini **M1** e **M2** sono rispettivamente di 150 e 170 euro al quintale. Per ragioni commerciali i quantitativi di farina venduti all'ingrosso in ciascun magazzino devono essere pari ad almeno 550 quintali ed inoltre tutta la farina contenuta nei magazzini deve essere o venduta o trasportata ai centri di distribuzione per non avere rimanenze invendute. Costruire un modello lineare che permetta di determinare le quantità di farina che devono essere prodotte in ciascun impianto e come devono essere ripartite tra i magazzini e i centri di distribuzione in modo da massimizzare il profitto netto complessivo.

1)

Un'azienda produce un prodotto chimico ottenuto miscelando insieme tre ingredienti diversi (I1, I2, I3) che vengono acquistati dall'esterno. Questa azienda ha una pianificazione settimanale della produzione ed ha ricevuto per le prossime due settimane un ordine di almeno 5 ton. di prodotto per la prima settimana vendute a 1200 euro la tonnellata e di almeno 7 ton. per la seconda settimana vendute a 1000 euro la tonnellata, in modo da aver soddisfatto alle fine della seconda settimana un ordine di esattamente 13 tonnellate. La tabella che segue riporta i costi (in migliaia di euro) di acquisto di una tonnellata di ciascun ingrediente e la disponibilità massima (in ton.) in ciascuna delle due settimane

	1 ^a settimana			2 ^a settimana		
	I1	I2	I3	I1	I2	I3
costi unitari	0.6	0.5	0.75	0.7	0.5	0.7
disponibilità max	10	60	100	4	8	100

La prima settimana è possibile immagazzinare sia ingredienti acquistati e non utilizzati, sia un quantitativo di prodotto chimico finito e non venduto nella prima settimana, con un costo di immagazzinamento di 200 euro la tonnellata. I materiali immagazzinati devono essere utilizzati nella seconda settimana in quanto i magazzini devono essere vuoti alla fine della seconda settimana. Costruire un modello lineare che permetta di determinare i quantitativi di ingredienti da acquistare in ciascuna settimana e i quantitativi da immagazzinare nella prima settimana, massimizzando il profitto netto complessivo, tenendo presente che il prodotto chimico deve contenere non più del 40% dell'ingrediente I1, non più del 38% dell'ingrediente I2 e almeno il 25% dell'ingrediente I3, sapendo inoltre che ogni settimana possono essere fabbricati al più 10 ton. di prodotto chimico.

$X_{11} \equiv$ quantità I1 acquistata la prima settimana.

$X_{21} \equiv$ " " I2 " "

$X_{31} \equiv$ " " I3 " "

$X_{12} \equiv$ " " I1 acquistata la seconda settimana

$X_{22} \equiv$ " " I2 " "

$X_{32} \equiv$ " " I3 " "

$X_1^{im} \equiv$ " " I1 immagazzinato la prima settimana

$X_2^{im} \equiv$ " " I2 " "

$X_3^{im} \equiv$ " " I3 " "

$H_1 \equiv$ " " prodotto venduto la prima settimana

$H_2 \equiv$ " " " " seconda settimana

$H_1^{im} \equiv$ " " immagazzinato la prima settimana.

Funzione obiettivo:

$$\max \left[1,2 H_1 + (H_2 + H_1^{im}) - (0,6 X_{11} + 0,5 X_{21} + 0,75 X_{31}) - (0,7 X_{12} + 0,5 X_{22} + 0,7 X_{32}) - 0,2 (X_1^{im} + X_2^{im} + X_3^{im} + H_1^{im}) \right]$$

Виколь:

$$M_1 + M_1^{14} = X_{11} + X_{21} + X_{31} - (X_1^{14} + X_2^{14} + X_3^{14})$$

$$M_2 = X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_1^{14} + X_2^{14} + X_3^{14}$$

$$X_{11} - X_1^{14} \leq (0,4)(M_1 + M_1^{14})$$

$$X_{21} - X_2^{14} \leq (0,38)(M_1 + M_1^{14})$$

$$X_{31} - X_3^{14} \geq (0,25)(M_1 + M_1^{14})$$

$$X_{21} + X_1^{14} \leq (0,4)M_2$$

$$X_{22} + X_2^{14} \leq (0,38)M_2$$

$$X_{32} + X_3^{14} \geq (0,25)M_2$$

$$X_{11} \leq 10, X_{12} \leq 4, X_{21} \leq 60, X_{22} \leq 8, X_{31} \leq 100, X_{32} \leq 100$$

$$M_1 + M_1^{14} \leq 10, M_2 \leq 10$$

$$M_1 \geq 5, M_2 + M_1^{14} \geq 7$$

$$M_1 + M_1^{14} + M_2 = 13$$

$$X_i \geq 0$$

$$M_i \geq 0$$

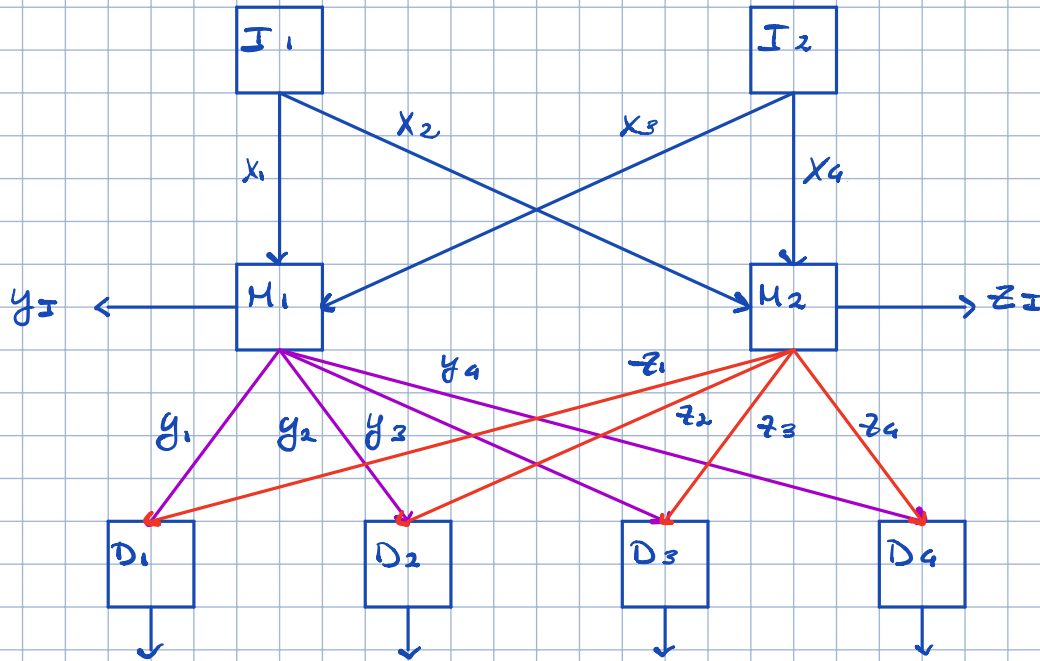
2) Un'industria produce farine biologiche utilizzando due distinti impianti di produzione (Imp1, Imp2). Da questi impianti tutta la farina prodotta viene trasportata in due magazzini (M1, M2) che si trovano in differenti località. In questi magazzini una parte della farina è venduta all'ingrosso direttamente, un'altra parte viene inviata a quattro centri di distribuzione (D1, D2, D3, D4) che effettuano la vendita al minuto. Questi centri necessitano rispettivamente di almeno 150, 190, 200, 170 quintali di farina che vendono rispettivamente a 350, 280, 200, 270 euro al quintale. La tabella che segue riporta i costi (in euro) necessari per trasportare un quintale di farina da ciascun impianto a ciascun magazzino.

	M1	M2
Imp1	21	25
Imp2	27	22

Nella tabella che segue sono riportati i costi (in euro) necessari per trasportare un quintale di farina da ciascun magazzino a ciascun centro di distribuzione.

	D1	D2	D3	D4
M1	33	31	36	30
M2	27	30	28	31

L'impianto di produzione Imp1 può fabbricare al più 3000 quintali di farina, l'impianto Imp2 può fabbricare al più 2000 quintali di farina. I prezzi della vendita all'ingrosso effettuata presso i magazzini M1 e M2 sono rispettivamente di 150 e 170 euro al quintale. Per ragioni commerciali i quantitativi di farina venduti all'ingrosso in ciascun magazzino devono essere pari ad almeno 550 quintali ed inoltre tutta la farina contenuta nei magazzini deve essere o venduta o trasportata ai centri di distribuzione per non avere rimanenze invendute. Costruire un modello lineare che permetta di determinare le quantità di farina che devono essere prodotte in ciascun impianto e come devono essere ripartite tra i magazzini e i centri di distribuzione in modo da massimizzare il profitto netto complessivo.



$x_i \equiv$ quantità farina prodotta da I_i e portata a $M_{1,2}$ ($i=1,2$)

$x_i \equiv$ quantità farina prodotta da I_i e portata a $M_{1,2}$ ($i=3,4$)

$y_i =$ quantità di farina venduta all'ingrosso da M_1

$z_i =$ $=$ M_2

$y_1, y_2, y_3, y_4 =$ quantità di farina trasportata a D_1, D_2, D_3, D_4 da M_1

$z_1, z_2, z_3, z_4 =$ $=$ $da M_2$

Funzione obiettivo:

$$\max \left[350(y_1 + z_1) + 280(y_2 + z_2) + 200(y_3 + z_3) + 270(y_4 + z_4) + 150y_1 + 170z_1 \right. \\ \left. - (21x_1 + 25x_2) - (27x_3 + 22x_4) - 33y_1 - 31y_2 - 36y_3 - 30y_4 - 27z_1 - 30z_2 \right. \\ \left. - 28z_3 - 31z_4 \right]$$

Viucoli

$$y_1 + z_1 \geq 150$$

$$y_2 + z_2 \geq 190$$

$$y_3 + z_3 \geq 200$$

$$y_4 + z_4 \geq 170$$

$$x_1 + x_3 \leq 3000$$

$$x_2 + x_4 \leq 2000$$

$$y_i \geq 550$$

$$z_i \geq 550$$

$$x_1 + x_3 = y_i + y_1 + y_2 + y_3 + y_4$$

$$x_2 + x_4 = z_i + z_1 + z_2 + z_3 + z_4$$

$$x_i \geq 0$$

$$y_i \geq 0$$

$$z_i \geq 0$$