

Таблиця похідних, інтегралів та інші корисні поради

Похідні:

- $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$
- $(f(x) * g(x))' = f'(x) * g(x) + f(x) * g'(x)$
- $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)*g(x) - f(x)*g'(x)}{g^2(x)}$
- $f(g(x))' = f'(g(x)) * g'(x)$

$$1. c' = 0, c = \text{const}$$

$$2. (x^n)' = nx^{n-1}$$

$$3. (a^x)' = a^x \cdot \ln a$$

$$4. (e^x)' = e^x$$

$$5. (\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$6. (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$7. (\sin x)' = \cos x$$

$$8. (\cos x)' = -\sin x$$

$$9. (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$10. (\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$11. (\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$12. (\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$13. (\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$14. (\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

$$15. (\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$$

$$16. (\operatorname{sh} x)' = \operatorname{ch} x$$

$$17. (\operatorname{ch} x)' = \operatorname{sh} x$$

$$18. (\operatorname{th} x)' = \frac{1}{\operatorname{ch}^2 x}$$

$$19. (\operatorname{cth} x)' = -\frac{1}{\operatorname{sh}^2 x}$$

Інтеграли:

- $\int (f(x) + g(x)) dx = F(x) + G(x)$
- $\int kf(x) dx = kF(x)$
- $\int f(kx + b) dx = \frac{1}{k} F(kx + b)$
- Занесення під диференціал (заміна змінної інтегрування):
 $\int f(g(x))g'(x)dx = \int f(g(x))d(g(x))$
- Інтегрування частинами:
 $\int f(x) d(g(x)) = f(x) * g(x) - \int g(x) d(f(x))$
- Не забувайте про константу +C!!!

- | | |
|-------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. $\int 0 \cdot dx = C$ | 9. $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\text{ctgx} + C$ |
| 2. $\int dx = \int 1 \cdot dx = x + C$ | 10. $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \text{tg} x + C$ |
| 3. $\int x^n \cdot dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C,$
$n \neq -1, x > 0$ | 11. $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C, x < a $ |
| 4. $\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$ | 12. $\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \arctg \frac{x}{a} + C$ |
| 5. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$ | 13. «Высокий» логарифм:
$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+x}{a-x} \right + C, x \neq a$ |
| 6. $\int e^x dx = e^x + C$ | 14. «Длинный» логарифм:
$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln \left x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right + C$ |
| 7. $\int \sin x dx = -\cos x + C$ | |
| 8. $\int \cos x dx = \sin x + C$ | |

Найпростіші диференціальні рівняння:

- Рівняння зі змінними, що розділяються: $y' = \frac{dy}{dx} = f(x)g(y)$ або $M(x)N(y)dx = P(x)Q(y)dy$. Розв'язок: звести до виду $M(x)dx = N(y)dy$ та проінтегрувати
- Однорідні рівняння: $y' = \frac{dy}{dx} = f\left(\frac{y}{x}\right)$. Ознака: сума ступенів x та y в кожному доданку однакова. Розв'язок: заміна $y = tx$ та зведення до рівняння зі змінними, що розділяються
- Лінійні рівняння першого порядку: $y' + a(x)y = b(x)$. Розв'язок: вирішити «спрощене» рівняння $y' + a(x)y = 0$, а константу +C замінити на функцію +C(x). Підстановкою у рівняння знайти +C(x).