

День 3

1. Прямолінійний рівномірний рух.

№ 1. Ескалатор на станції метро Арсенальна рухається зі швидкістю v . Одного разу, коли я заходив на ескалатор, я почав іти по сходинках таким чином: робив крок на одну сходинку вперед і два кроки назад. При цьому я дістався іншого кінця ескалатора за час t . Через який час я дістався б кінця ескалатора, якби йшов іншим способом: робив два кроки вперед і один крок назад? Я намагався, щоб моя швидкість відносно ескалатора при русі вперед і назад була однакою і дорівнювала u . Вважайте, що розміри сходинки набагато менші довжини ескалатора.

№ 2. Двоє студентів математичного відділення (назвемо їх студенти 1 і 2), злякалися того, що їх затримають ще на 2 години і втікають з уроку, рухаючись з постійними швидкостями v_1 і v_2 . Їх радіус-вектори в початковий момент рівні r_1 і r_2 . При якому співвідношенні між цими чотирма векторами математики зазнають зіткнення один з одним і не зможуть утекти з уроку?

2. Середня швидкість.

№ 3. Мені пощастило, і я добрався до школи на автомобілі, але більшість із вас робили це автобусом, який першу половину шляху їхав зі швидкістю у 8 разів більшою, ніж другу. Середня швидкість автобуса на всьому шляху виявилася 16 км/год. Визначте його швидкість на другій половині шляху.

№ 4. Учора я відпочивав, лежачи в себе в кімнаті, і спостерігав дуже цікаву картину: від стелі кімнати вертикально вниз по стіні почали рухатись дві мухи. Спустившись до підлоги, вони поповзли назад. Перша муха лізла в обидва кінці з однією і тією ж швидкістю, а друга, хоча й піднімалася вдвічі повільніше першої, але зате спускалася вдвічі швидше. Яка з мух раніше приповзла назад? У якої з них більша середня швидкість руху?

3. Відносність руху.

№ 5. Марина зі Стасом захотіли покататися на катері, але вони не розрахували, що вони лише бідні студенти, і грошей вистачило орендувати лише один, тому Стас спорудив собі пліт і робив вигляд, що йому також весело. В якийсь момент Марина на катері, рухаючись униз по річці, обігнала Стаса в пункті А. Через $\tau = 60$ хв після цього вона повернула назад і потім зустріла пліт на відстані $l = 6$ км нижче пункту А. Знайти швидкість течії, якщо при русі в обох напрямках мотор катера працював однаково.

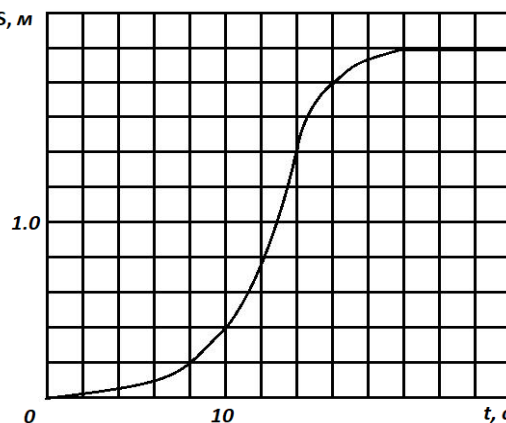
№ 6. Якось Стас вирішив поїхати на вихідні додому, у Миколаїв, на автобусі, але забув у гуртожитку «Механіку» Сивухіна. Помітивши це, Сергій вирішив наздогнати Стаса на велосипеді і передати йому забутий підручник. Автобус і Сергій їдуть по одній прямій дорозі в одному напрямку з постійними швидкостями 63 км/год і 33 км/год. Вантажівка їде по іншій прямій дорозі з постійною швидкістю 52 км/год. Відстань від вантажівки до автобуса весь час дорівнює відстані від вантажівки до Сергія. Знайдіть швидкість вантажівки відносно автобуса

4. Прямолінійний рівноприскорений рух.

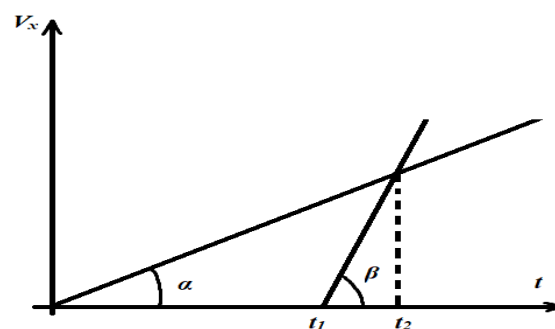
№ 7. Коли я проходив екзамен в автошколі, мені дали автомобіль і сказали проїхати певну відстань по всім правилам, тому, рухаючись з нульовою початковою швидкістю прямим шляхом, я набрав прискорення $a = 5 \text{ м/с}^2$, потім їхав рівномірно і, нарешті, сповільнюючись з тим же прискоренням a , зупинився. Весь час руху $\tau = 25 \text{ с}$. Середня швидкість за цей час $\langle v \rangle = 72 \text{ км/год}$. Скільки часу моя машина рухалася рівномірно?

№ 8. Тепер уже після екзамену я їду додому на автобусі (зате з правами), і він рухається по прямій в одну сторону. На рис. показаний графік залежності пройденого ним шляху s від часу t . Знайти за допомогою цього графіка:

- середню швидкість точки за час руху;
- максимальну швидкість;
- момент часу t_0 , у який миттєва швидкість дорівнює середній швидкості за перші t_0 секунд;
- середнє прискорення за перші 10 і 16 с.



№ 9. Уявім, що математики з початку уроку еволюціонували і навчилися рухатися рівноприскорено. На рис. показані графіки їх швидкостей. Уявімо, що вони рухаються вздовж однієї прямої з тієї ж самої початкової точки. Відомі моменти часу t_1 і t_2 . В який момент часу t_3 математики зустрінуться? Побудувати графіки руху.



5. Вільне падіння. Прискорення вільного падіння.

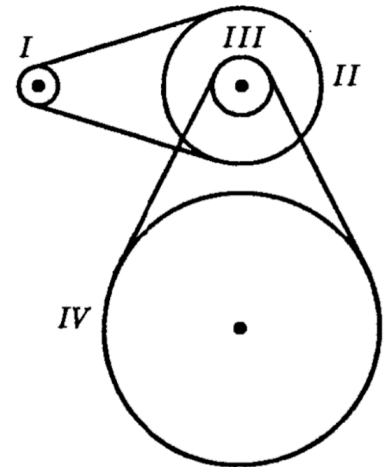
№ 10. Стас посперечався з Мариною, що його Nokia 3310 витримає падіння з високоповерхівки. Телефон рухався без початкової швидкості і пройшов останні 30 м за час 0.5 с. Яка висота будівлі?

№ 11. У той самий час у своїй кімнаті в гуртожитку посварилися Сергій з Михайлом і якимось дивовижним чином у ході перепалки, з їхнього вікна, розташованого на висоті 30 м, починає падати без початкової швидкості важкий квітковий горщик. У цей момент точно під вікном проїжджає велосипедист. За якої швидкості руху велосипедиста відстань між ним і горщиком буде весь час збільшуватися?

6. Обертання твердого тіла. Лінійна і кутова швидкість. Період і частота обертання.

№ 12. Задача для майбутніх КПШників: рух від шківів I до шківів IV передається за допомогою двох ремінних передач. Знайти частоту обертання (в об/хв) шківів IV, якщо шків I здійснює 1200 об/хв, а радіуси шківів $r_1 = 8$ см, $r_2 = 32$ см, $r_3 = 11$ см, $r_4 = 55$ см

№ 13. Якимось я вирішив прослухати старий альбом Megadeth на патефоні. Вставивши в нього платівку, я помітив на ній таргана, та все одно запустив програвач. Коли диск обертався рівномірно, тарган відірвався і почав зісковзувати з нього без тертя. На якій відстані від вісі обертання відірвався тарган, якщо за час, поки він зісковзував, диск здійснив повний оберт?



Домашнє завдання 3

№ 1. Коли Стас їхав після завершення епідемії у Київ на потязі, то помітив таку картину: уздовж залізної дороги через кожні 100 м розставлені стовпчики з номерами 1, 2, ..., 10, 1, 2, ..., 10. Через 2 хвилини після того, як вагон Стаса проїхав стовпчик з цифрою «1», Стас побачив у вікні стовпчик з цифрою «2». Через якийсь час після проїзду цього стовпчика Стас може проїхати повз найближчого стовпчика з цифрою «3»? Вважаємо, що потяг їде рівномірно зі швидкістю менше 100 км/год (1 бал).

№ 2. Сергій усе ще не втрачав сподівань наздогнати Станіслава на велосипеді та проїхав $\frac{3}{4}$ відстані від поселення A до поселення B за одну годину. З якою швидкістю він рухався, якщо після збільшення швидкості до 25 км/год, він за наступну годину добрався до поселення B , впав у відчай і повернувся в поселення A . Вважаємо, що впавши у відчай у поселенні B , Сергій одразу розвернувся і поїхав назад (1 бал).

№ 3. Тим часом автобус Станіслава проїхав половину шляху зі швидкістю v_0 . Частина шляху, що залишилась, він половину часу рухався зі швидкістю v_1 , а останню ділянку — зі швидкістю v_2 . Знайти середню за весь час руху швидкість автобуса (1 бал).

№ 4. Опівдні з села Клавдієво—Тарасово в місто Київ виїхав автомобіль з учнем, який не витримав навантаження і попросився додому. Він їхав з постійною швидкістю і прибув би в місто о першій годині дня. Але в дорозі його спіткала карма і двигун заглох. Після цього водій витратив на ремонт третину часу, що пішла на дорогу від села до місця поломки. Щоб встигнути в місто за розкладом, водієві довелося їхати решту шляху зі швидкістю в два рази більшою запланованої. Який час показував годинник у той момент, коли заглох двигун? (1 бал).

№ 5. Порося Петро змінив тракторець на корабель і рухається ним вздовж екватора на схід зі швидкістю $v_0 = 30$ км/год. З південного сходу під кутом $\varphi = 60^\circ$ до екватора дме вітер зі швидкістю $v = 15$ км/год. Знайти швидкість v' вітру відносно корабля і кут φ' між екватором і напрямком вітру в системі відліку, пов'язаною з кораблем (1 бал).

№ 6. Жили якось біля гори бабка та дід, і була у них собачка Жучка. Одного разу дід повернувся додому напідпитку, чим дуже сильно розлютив бабку, і поки та полізла за качалкою, дід встиг вийти з дому і почав бігти до вершини гори зі швидкістю v_1 . Через час t за ним вибігла баба зі швидкістю v_2 . Разом зі старою вибігла Жучка і почала бігати між бабкою і дідом. З огляду на те, що швидкість собаки в гору v_3 , а з гори v_4 знайти шлях собаки в момент, коли бабка наздожене діда (4 бали).

№ 7. Сергій пливе відносно води зі швидкістю, в $n = 2$ рази меншою швидкості течії річки. Під яким кутом до напрямку течії Сергій повинен тримати курс, щоб його знесло течією якомога менше? (2 бали).

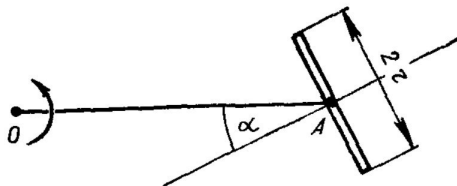
№ 8. Радіус-вектор частинки змінюється з часом t за законом $r = kt(1 - \alpha t)$, де k — постійний вектор, α — додатна стала. Знайти швидкість v і прискорення a частки в залежності від часу (1 бал).

№ 9. Стас вичитав у книзі про ракету, що має два двигуни, які можуть повідомляти їй постійні прискорення a_1 і a_2 , спрямовані вертикально вгору. Перший двигун розрахований на роботу протягом часу t_1 а другий протягом часу t_2 , причому $a_1 > a_2$ і $t_1 < t_2$. Двигуни можуть включатися як одночасно, так і послідовно. Стас розрахував, який порядок включення двигунів слід вибрати для того, щоб до моменту закінчення роботи двигунів ракета піднялася на максимальну висоту. Повторіть розрахунки Станіслава (1 бал).

№ 10. Довести, що для вільного падіння виконується «закон непарних чисел»: шляхи, які проходить тіло за послідовні рівні проміжки часу відносяться як послідовні непарні числа (1 бал).

№ 11. Марина, Стас, Сергій і Михайло вирішили спробувати щось нове й орендували повітряну кулю. Коли куля піднімалася рівномірно зі швидкістю $v_0 = 1$ м/с, Марина скинула мішок з піском, який досягає землі через $t = 16$ с. На якій висоті h знаходився куля в момент скидання каменю? З якою швидкістю v камінь упав на землю? (1 бал).

№ 12. Горизонтальний стержень OA довжини l обертається навколо вертикальної осі O (див. рисунок). На кінець стержня насаджено колесо радіуса R . Вісь колеса горизонтальна і становить кут α зі стержнем OA . Колесо обертається на осі без тертя і котиться по



землі. Тертя між колесом і ґрунтом велике. Скільки обертів зробить колесо до того моменту, коли стержень зробить один оберт? (2 бали).

№ 13. Снаряд вилетів зі швидкістю $v = 320$ м/с, зробивши всередині стовбура $n = 2$ обороти. Довжина стовбура $l = 2$ м. Вважаючи рух снаряда у стволі рівноприскореном, знайти його кутову швидкість обертання навколо осі в момент вильоту (2 бали).

№ 14. Перша у світі орбітальна космічна станція рухалась зі швидкістю 7.3 км/с і мала період обертання 88.85 хвилин. Вважаючи її орбіту колом, а Землю — сферою з радіусом 6400 км оцініть висоту станції над поверхнею землі (1 бал).