II   Векторна алгебра

1 Основні означення

Під вектором розуміємо величину, яка характеризується довжиною (модулем) і напрямом (рис.1).

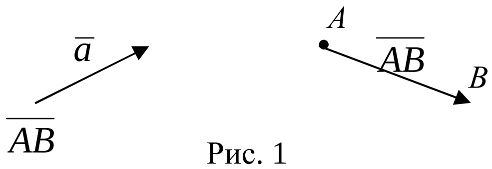


Рис. 1

Розглядатимемо дво- і тривимірні вектори. Усі положення, наведені для таких векторів, мають місце і для n-вимірних векторів ($n \in N$).

Тривимірний вектор можна задати так:

1) $$\overline{a} = \{a_x;\ a_y;\ a_z\},$$

a_x, a_y, a_z - координати вектора - проекції на координатні осі;

2) $$\overline{a} = \overline{AB} = \{x_2 - x_1;\ y_2 - y_1;\ z_2 - z_1\},$$

(2.1)

точка A – початок вектора $\overline{a}$, B – кінець, $A(x_1; y_1; z_1)$, $B(x_2; y_2; z_2)$;

3) $$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}\ -$$

розклад вектора $\vec{a}$ за координатними ортами $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$;

4) $$\vec{a} = |\overline{a}| \cdot \overline{a}^0 = |\overline{a}|\{\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma\},$$

$$|\overline{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}, \qquad (2.2)$$

$$\cos\alpha = \frac{a_x}{|\overline{a}|}, \qquad \cos\beta = \frac{a_y}{|\overline{a}|}, \qquad \cos\gamma = \frac{a_z}{|\overline{a}|}.$$

Два вектори $\overline{a}$ та $\overline{b}$ рівні між собою, якщо

$$a_x = b_x, \quad a_y = b_y, \quad a_z = b_z. \qquad (2.3)$$

Два вектори $\vec{a}$ та $\vec{b}$ колінеарні ($\vec{a} \parallel \vec{b}$), якщо

$$\frac{a_x}{b_x} = \frac{a_y}{b_y} = \frac{a_z}{b_z} = \lambda$$

(λ - число).

Ділення відрізка AB у заданому співвідношенні $\lambda = \frac{AB}{CB}$, де $A(x_1;\, y_1;\, z_1)$, $B(x_2;\, y_2;\, z_2)$, $C(x_3;\, y_3;\, z_3)$ і C - точка ділення.

Координати точки ділення

$$x_c = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1+\lambda}; \qquad y_c = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1+\lambda}; \qquad z_c = \frac{z_1 + \lambda z_2}{1+\lambda}. \qquad (2.4)$$

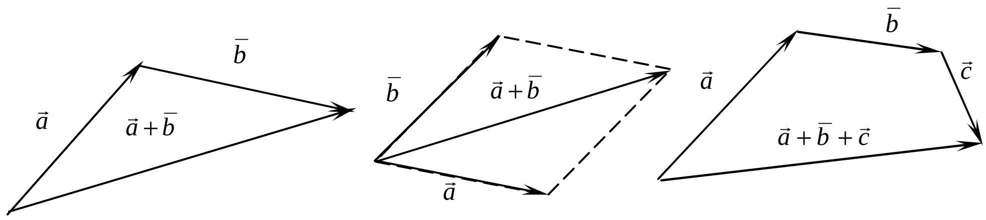
Якщо відрізок AB ділиться точкою C навпіл, то

$$x_c = \frac{x_1 + \lambda x_2}{2}; \qquad y_c = \frac{y_1 + \lambda y_2}{2}; \qquad z_c = \frac{z_1 + \lambda z_2}{2}.. \qquad (2.5)$$

2 Лінійні операції над векторами

1 Сума двох векторів $\vec{a}$ та $\vec{b}$

Сума двох векторів знаходиться за правилом трикутника (рис.2а) або правилом паралелограма (рис. 2б).



а) б) в)

Рис. 2

Якщо вектори $\vec{a}$ та $\vec{b}$ задано координатами $\vec{a} = \{a_x, a_y, a_z\}$, $\vec{b} = \{b_x, b_y, b_z\}$, то

$$\vec{a} + \vec{b} = \{a_x + b_x, a_y + b_y, a_z + b_z\}.$$