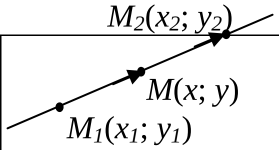
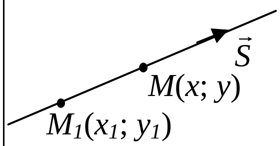
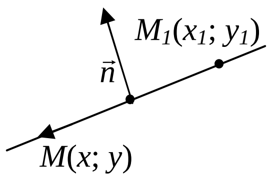
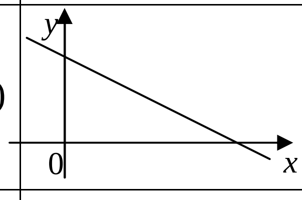
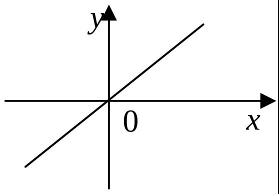
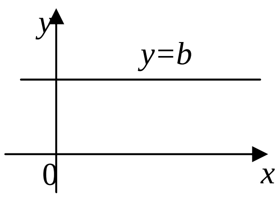
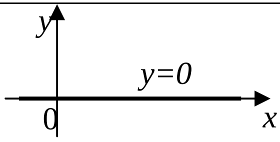
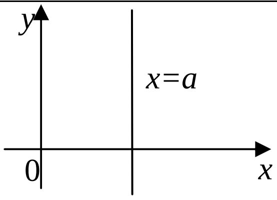
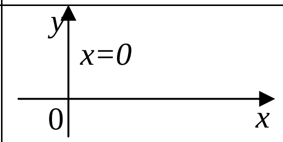
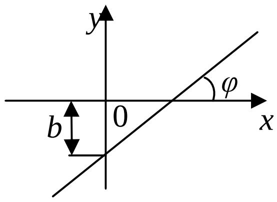
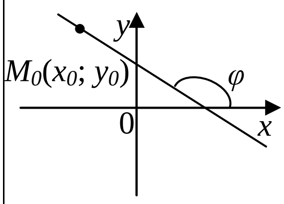
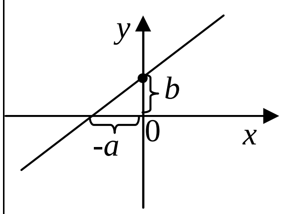
III Аналітична геометрія

1 Пряма на площині

Різні вигляди рівнянь прямої

$\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}=\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1}$, (3.1) $k=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$		Рівняння прямої, що проходить через 2 задані точки $M_1(x_1; y_1)$, $M_2(x_2; y_2)$
$\dfrac{x-x_1}{l}=\dfrac{y-y_1}{m}$ (3.2) $\vec{S}=\{l;m\}$		Канонічне рівняння прямої (рівняння прямої, що проходить через задану точку $M_1(x_1; y_1)$ і має заданий напрямний вектор $\vec{S}=\{l; m\}$)
$A(x-x_1)+B(y-y_1)=0$ $\vec{n}=\{A; B\}$ (3.3)		Рівняння прямої, що проходить через задану точку $M_1(x_1; y_1)$ і має заданий нормальний вектор $n=\{A;B\}$
$\vec{n}=\{m;-l\}$ (3.4)		Зв'язок між напрямним вектором $\vec{S}=\{l;m\}$ і нормальним вектором $\vec{n}$ прямої
$Ax+By+C=0$ $ABC\neq 0$ (3.5)		Загальне рівняння прямої
$y=-\dfrac{A}{B}x$, $AB\neq 0, C=0$ $(y=kx)$		Рівняння прямої, що проходить через початок координат $O\,(0; 0)$

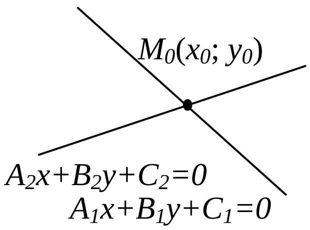
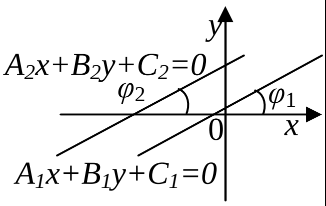
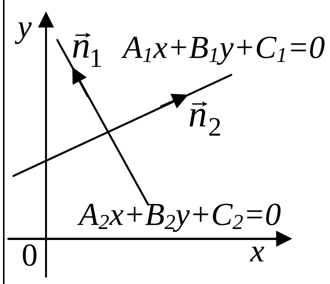
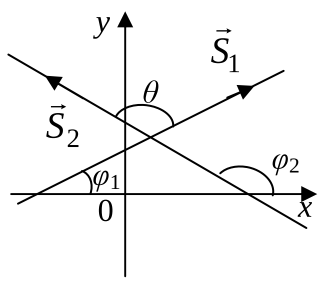
$y = -\frac{C}{B},$ $BC \neq 0, A = 0$ (3.5а) $(y = b)$		Рівняння прямої, паралельної осі Ox
$y = 0$ (3.5б)		Рівняння осі Ox
$x = -\frac{C}{A},$ $AC \neq 0, B = 0$ $(x = a)$		Рівняння прямої, паралельної осі Oy
$x = 0$		Рівняння осі Oy
$y = kx + b,\ (3.6)\ k = tg\varphi$ $k = -\frac{A}{B},\ (3.7)\ k = \frac{m}{l}$		Рівняння прямої, що має заданий кутовий коефіцієнт k ($k = \mathrm{tg}\varphi$) і відтинає на осі Oy відрізок величини b
$y - y_0 = k(x - x_0)$ (3.8)		Рівняння прямої, що проходить через задану точку $M_0(x_0; y_0)$ і має заданий кутовий коефіцієнт k ($k = \mathrm{tg}\varphi$)
$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ (3.9)		Рівняння прямої у відрізках на осях (a – величина відрізка, який відтинає пряма на осі Ox, b – величина відрізка, який відтинає пряма на осі Oy)

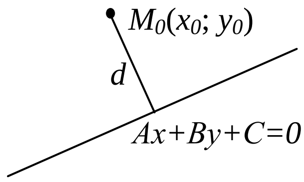
Взаємне розташування двох прямих:

$$A_1x + B_1y + C_1 = 0,\ \ A_2x + B_2y + C_2 = 0.$$

$$y = k_1x + b_1,\ \ y = k_2x + b_2 \qquad (k_1 = tg\varphi_1,\ k_2 = tg\varphi_2)$$

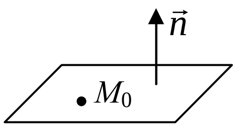
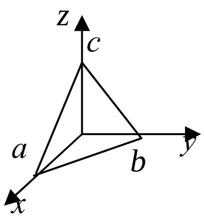
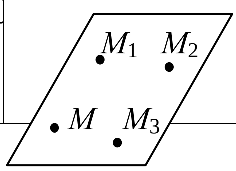
$$\frac{x - x_1}{l_1} = \frac{y - y_1}{m_1},\quad \frac{x - x_2}{l_2} = \frac{y - y_2}{m_2},\quad (\vec{S}_1 = \{l_1; m_1\},\quad \vec{S}_2 = \{l_2; m_2\})$$

<table>
<tr>
<td>Точка перетину
$M_0\ (x_0;\ y_0)$</td>
<td>
</td>
<td>$\Delta = \begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix} \neq 0$
$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1 = 0, \\ A_2x + B_2y + C_2 = 0, \end{cases} \Rightarrow$
$\Rightarrow (x_0; y_0)$</td>
</tr>
<tr>
<td>Прямі паралельні</td>
<td>
</td>
<td>$\Delta = 0 \Rightarrow \dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \lambda$ (3.10)
$k_1 = k_2 \quad \dfrac{l_1}{l_2} = \dfrac{m_1}{m_2}$
$\vec{n}_2 = \lambda \vec{n}_1\ \ (\lambda \neq 0)$</td>
</tr>
<tr>
<td>Прямі
перпендикулярні</td>
<td>
</td>
<td>$\vec{n}_1\,\vec{n}_2 = 0$,
$A_1A_2 = -B_1B_2$, (3.11а)
$l_1l_2 + m_1m_2 = 0$,
$k_2 = -\dfrac{1}{k_1}$ (3.11б)</td>
</tr>
<tr>
<td>Кут θ між
прямими</td>
<td>
</td>
<td>$tg\theta = \dfrac{k_2 - k_1}{1 + k_1k_2}$ (3.12а)
$\cos\theta_1 = \dfrac{\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2}{\lvert\vec{S}_1\rvert \cdot \lvert\vec{S}_2\rvert}$ (3.12б)
$\cos\theta_2 = \dfrac{\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2}{\lvert\vec{n}_1\rvert \cdot \lvert\vec{n}_2\rvert}$ (3.12в)
$\theta_1 + \theta_2 = \pi$</td>
</tr>
</table>

Віддаль від точки M_0 $(x_0; y_0)$ до прямої $Ax+By+C=0$		$$d = \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \quad (3.13)$$

2 Площина у просторі

Деякі відомості про пряму у просторі

$A(x - x_0) + B(y - y_0) +$ $+ C(z - z_0) = 0,$ (3.15) $\vec{n} = \{A; B; C\},$ $M_0(x_0; y_0; z_0)$		Рівняння площини, що проходить через задану точку M_0 і має заданий нормальний вектор $\vec{n}$
$Ax + By + Cz + D = 0,$ $\vec{n} = \{A; B; C\},\ ABC \neq 0$		Загальне рівняння площини
$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$		Рівняння площини у відрізках на координатних осях (*a*, *b*, *c* – величини відрізків, які площина відтинає відповідно на осях *Ox*, *Oy*, *Oz*)
$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0$		Рівняння площини, що проходить через 3 задані точки M_1, M_2, M_3