

# Математическое ожидание

1. ~~Решение~~

① Ответ в 1-ом случае:  $\bar{Y}_1$ , где  $Y_1, \dots, Y_n$  - элементы

② Ответ в 2-ом случае:  $R([Y_1, \dots, Y_n])$

мы хотим минимизировать математическое MSE.

$$E(\sum (y_i - \hat{y}_i)^2) = \sum E(y_i - \hat{y}_i)^2 =$$

$$= \sum E y_i^2 - 2 \sum E y_i E \hat{y}_i + \sum E \hat{y}_i^2$$

①  $E \hat{y}_i = E E Y_1 = E Y_1 = \bar{Y}_1$

②  $E \hat{y}_i = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n Y_i = \bar{Y}_1 = E Y_1$

③  $E \hat{y}_i^2 = E(E Y_i)^2 = E(\bar{Y}_1^2) = \frac{1}{n^2}$

④  $E \hat{y}_i^2 = \frac{1}{n^2} \left( \sum_{i=1}^n Y_i \right)^2 = \frac{1}{n^2} \left( \sum_{i=1}^n \frac{Y_i}{n} \right)^2 = \frac{1}{n} \left( \bar{Y}_1 \right)^2$ , i.e.

~~первое слагаемое~~ в первом случае 2-ое слагаемое в n раз меньше.

$$= \sum \frac{1}{n} Y_i^2 = \bar{Y}_2^2$$

т.к.  $\underbrace{\bar{Y}_1^2 - (\bar{Y}_2)^2}_{\geq 0} \Rightarrow E \hat{y}_{i1}^2 \leq E \hat{y}_{i2}^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow$  в первом случае математическое MSE меньше