3.2

Минимизация логарифмической функции потерь:

$Q(x, W) = \sum_i^n L(y_i, \hat{y}_i) + F(W) = \frac{1}{n}\sum_i^n(y_i \cdot log(\hat{y}_i) + (1 - y_i) \cdot log(1 - \hat{y}_i)) + F(W) = \frac{1}{n}\sum_i^n(y_i \cdot log(f(w, x_i)) + (1 - y_i) \cdot log(1 - f(w, x_i)) + F(W) -> min$

Это то же самое, что и максимизация правдоподобия

$$\frac{1}{n}\sum_i^n(\hat{y}_i)^{y_i} \cdot (1 - \hat{y}_i)^{1-y_i} \cdot e^{-F(W)}$$

$=$

$$\frac{1}{n}\sum_i^n(f(w, x_i))^{y_i} \cdot (1 - f(w, x_i))^{1-y_i} \cdot e^{-F(W)}$$

$=$

$$\frac{1}{n}\sum_i^n p(x_i, y_i|w) \cdot e^{-F(W)}$$

Рассмотрим вероятностное пространство $X \times Y$, на котором задано распределение $p(x, y|w)$, и заданную на нем некоторую априорную вероятность $p(w) = p(w, \lambda) = e^{-F(W)}$, где λ - фиксированный гиперпараметр. Тогда

$$\frac{1}{n}\sum_i^n p(x_i, y_i|w) \cdot e^{-F(W)} = \frac{1}{n}\sum_i^n p(x_i, y_i|w) \cdot p(w) = p(x_i, y_i)$$

Таким образом, регуляризация играет роль априорного распределения весов.

l_1**-регуляризатор**:

Если w имеет n-мерное распредление Лапласа:

$$p(w, C) = \frac{1}{2C}^n exp(-\frac{||w||_1}{C})$$

$$||w||_1 = \sum_j^n |w_j|$$

Все веса независимы, имеют нулевое маотжидание и равные дисперсии. C - гиперпараметр. Логарифмируя, получаем:

$$-lnp(w, C) = \frac{1}{C}\sum_j^n |w_j| + const(w)$$

-регуляризатор по l_1 норме

l_2**-регуляризатор**:

Если w имеет n-мерное гауссовское распределение

$$p(w, \Sigma) = \frac{1}{(2\pi\Sigma)^{n/2}} exp(-\frac{||w||^2}{2\Sigma})$$

После регуляризации:

$$-lnp(w, \Sigma) = \frac{1}{2\Sigma}||w||^2 + const(w)$$

- l_2-регуляризатор

3.6

Precision - количество верно угаданных элементов 1-ого класса, поделить на количество на количество всех объектов, которым мы предсказали принадлежность к 1-ому классу.
Recall - количество верно угаданных элементов 1-ого класса, поделить на все количество элементов 1-ого класса.
Accuracy - количество верных предсказаний, делить на все количество пердсказаний.
FPR - доля ложно-положительных классификаций: количество неверно предсказанных элементов 0-ого (про которые мы предсказали, что они из 1-ого класса). класса поделить на размер 0-ого класса.
TPR - доля верно-положительных классификаций: количество верно предсказанных элементов 1-ого класса поделить на размер первого класса.
ROC-кривая - Кривая, которая показывает сотношение FPR и TPR с ростом порога (по оси X отложен FPR, по Y - TPR)
AUC - площадь под ROC-кривой
Если бы у нас были истинные ответы, то мы могли бы посчитать ROC-AUC следующим образом:
1. Взять все значения вероятностей, наблюдающиеся в предсказаниях, отсортировать по возрастанию.
2. Для каждого из значений выставить порог w_0, равный этому значению. Для всех предсказаний, меньших w_0 считать, что им предсказана принадлежность к 0-ому классу, для всех остальных - к 1-ому. Посчить FPR и TPR, отложить FPR по X, TPR по Y, поставить точку.
3. Соединить все точки.
4. Посчитать площадь под ними.