③ Плотность многомерного нормального распределения: $p(x) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}|\Sigma|^{1/2}} e^{-1/2(x-\mu)^T\Sigma^{-1}(x-\mu)}$

энтропия:

$$H(p) = -\int_{\mathbb{R}^n}\dots\int p(x)\ln p(x)\,dx =$$

$$= \int\dots\int p(x)\left(\frac{1}{2}(x-\mu)^T\Sigma^{-1}(x-\mu) + \ln\left((2\pi)^{n/2}|\Sigma|^{1/2}\right)\right)dx$$

$$= \frac{1}{2}E\left(\sum_{i,j}(x_i-\mu_i)(\Sigma^{-1})_{i,j}(x_j-\mu_j)\right) + \frac{1}{2}\ln\left((2\pi)^n|\Sigma|\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\sum_{i,j}\left(E(x_i-\mu_i)(x_j-\mu_j)\right)(\Sigma^{-1})_{i,j}) + \frac{1}{2}\ln\left((2\pi)^n|\Sigma|\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\sum_i\sum_j(\Sigma)_{i,j}(\Sigma^{-1})_{i,j} + \frac{1}{2}\ln\left((2\pi)^n|\Sigma|\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\sum_i(\Sigma\Sigma^{-1})_{i,i} + \frac{1}{2}\ln\left((2\pi)^n|\Sigma|\right) =$$

$$= \frac{n}{2} + \frac{1}{2}\ln\left((2\pi)^n|\Sigma|\right) = \frac{1}{2}\ln\left((2\pi e)^n|\Sigma|\right)$$